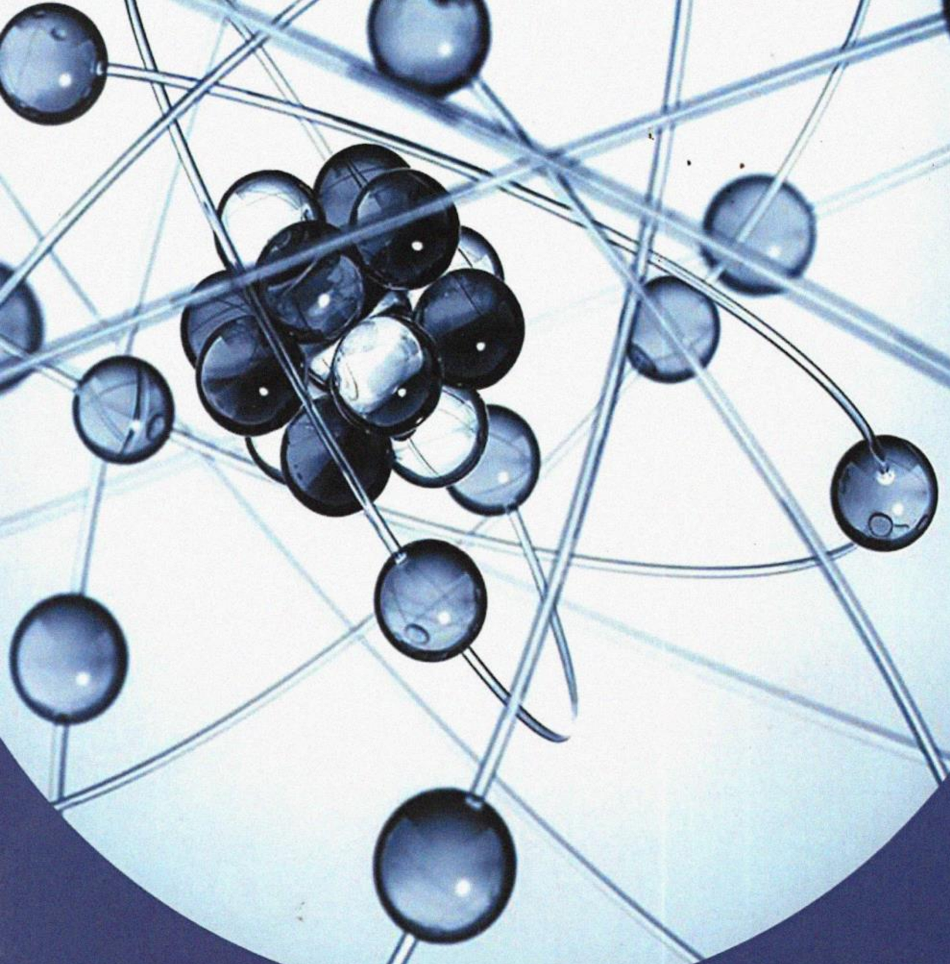


المركز القومي للترجمة

ماسود شيشبان    هيجو بيريز روجاس    أنكا تورينو

# مفاهيم أساسية في الفيزياء

## من الكون حتى الكواركات

ترجمة : عزت عامر

2888

# مفاهيم أساسية فى الفيزياء

## من الكون حتى الكواركات

المركز القومى للترجمة
تأسس فى أكتوبر ٢٠٠٦ تحت إشراف: جابر عصفور
مدير المركز: أنور مغيث

- العدد: 2888
- مفاهيم أساسية فى الفيزياء: من الكون حتى الكواركات
- ماسود شيشيان، وهيجو بيريز روجاس، وأنكا تورينو
- عزت عامر
- الطبعة الأولى 2018

هذه ترجمة كتاب:
Translation from English language edition:
Basic Concepts in Physics: From the Cosmos to Quarks
By: Masud Chaichian, Hugo Perez Rojas, and Anca Tureanu

شارع الجبلاية بالأوبرا- الجزيرة- القاهرة. ت: ٢٧٣٥٤٥٢٤ فاكس: ٢٧٣٥٤٥٥٤
El Gabalaya St. Opera House, El Gezira, Cairo.
E-mail: nctegypt@nctegypt.org Tel: 27354524 Fax: 27354554

# مفاهيم أساسية فى الفيزياء

## من الكون حتى الكواركات


تأليف :

ماسود شيشيان هيجو بيريز روجاس أنكا تورينو

ترجمة : عزت عامر



2018

بطاقة الفهرسة
إعداد الهيئة العامة لدار الكتب والوثائق القومية
إدارة الشئون الفنية

شيشيان، ماسود،
مفاهيم أساسية فى الفيزياء: من الكون حتى الكواركات/ تـأليف: ماسود شيشيان، هيجو بيريز روجاس، أنكا تورينـو، ترجمـة: عزت عامر.
ط ١ – القاهرة: المركز القومى للترجمة، ٢٠١٨
٥٦٤ ص ٢٤ سم
١ – الفيزياء
(أ) روجاس ،هيجو بيريز(مؤلف مشارك)
(ب) تورينو،أنكا (مؤلف مشارك)
(ج) عامر،عزت (مترجم)
(د) العنوان ٥٣٠

رقم الإيداع: ٢٠١٦/٢٣١٥٢
الترقيم الدولى: I.S.B.N - 978 - 977 - 92 - 0874 - 9
طبع بالهيئة العامة لشئون المطابع الأميرية

# المحتويات

## الفصل السادس : الذرات ونظرية الكم

# مقدمة

هذا الكتاب نتيجة محاضرات وحلقات بحث ومؤتمرات كثيرة ألقاها وحضرها مؤلفو الكتاب في مناسبات مختلفة حضرها جمهور متنوع في عدة دول خلال فترة زمنية طويلة إضافة إلى الخبرة والمراجعات المستمدة منها. ومع وضع نطاق واسع من القراء في الحسبان، تم تقديم بعض الموضوعات على بعضها الآخر بصورة مضاعفة، بشكل وصفي وأكثر منهجية.

وهذا الكتاب لا يستهدف فقط طلاب السنة الأولى والثانية ممن لم يتخرجوا بعد، باعتباره تكملة للكتب المدرسية المتخصصة ولكن أيضًا مدرسي الفيزياء والطلاب في المدارس الثانوية. وهو موجه، في نفس الوقت، إلى الباحثين والعلماء في المجالات الأخرى، بما في ذلك المهندسين وعامة القراء المهتمين باكتساب نظرة عامة للفيزياء الحديثة. ويحتاج الأمر إلى الإلمام بحد أدنى من الخلفية الرياضية، بما في ذلك الحساب الأولي، وجبر المصفوفة وتحليل الكميات الموجهة. ورغم ذلك، لم يتم التركيز على التقنيات الرياضية، وتم تجنب الحسابات الطويلة. وتم عرض الأفكار الأساسية والأكثر أهمية بقصد تقديم المفاهيم الفيزيائية بطريقة مدرسية. وحيث إن بعض الموضوعات الخاصة في الفيزياء الحديثة، وخاصة تلك التي ترتبط بنظرية الكم، تعتبر مكونًا مهمًا لمناهج الطالب في أيامنا هذه، فإن الفصول الخمسة الأولى في الفيزياء الكلاسيكية تم تقديمها مع الوضع في الاعتبار علاقتها بالفيزياء الحديثة كلما أمكن ذلك.

اشتملت أغلب الفصول حقائق تاريخية، وتمت مناقشة عدة موضوعات رئيسية، وهي التي يتم حذفها أحيانًا من المناهج الأساسية في الفيزياء، على سبيل

المثال، فإن مناقشة العلاقة بين الأنتروبيا والمعلومات، وتبادل الطاقة والحديدية المغناطيسية، والموصلية الفائقة والعلاقة بين تحولات الحالة وكسر التماثل التلقائي، واتجاه اليد الإنساني، واللامتغيرات الأساسية C وP، وT، وتناقضات نظرية الكم، ومشكلة القياس في ميكانيكا الكم، والإحصائيات الكمية والحرارة النوعية في المواد الصلبة، وظاهرة هال الكمية، والجرافين، والنسبية العامة، وعلم الكون، وانتهاك CP، وظواهر كاسيمير وأهارونوف- بوم، والسببية، والتوحيدية، وكسر التماثل التلقائي والنموذج المعياري، والتضخم، وأصل الباريون، والتخليق النووي، تنتهي بفصل عن العلاقة بين الفيزياء والحياة، بما في ذلك كسر تماثل اتجاه اليد البيولوجي.

يوصى القارئ غير المتخصص بأن يتجاهل، على الأقل في القراءة الأولى، المحتوى الرياضي في أقسام وأجزاء أقسام ١-٨، و١-٩، و٢-٥، و٣-١١، و٤-٥، و٦-٧، و٦-٨-١، و٧-٣، و٧-٤-١، ٨-٢، و١٠-٥.

أثناء إعداد هذا الكتاب استفاد المؤلفون من حوارات مع الكثير من زملائهم وطلابهم، ونحن مدانون لهم. ويسرنا تقديم الشكر بشكل خاص لكل من كريستيان أرمنداريز – بيكون، وألكسندر د. دولجوف، وجوزيف كلاسون، وفلاديمير م. موستيبانيكو، ومارو أوكسانينت، وروبرتو ساسمان، وروبين زانج لاقتراحاتهم وتعليقاتهم التي حفزتنا للعمل، ونوجه شكرنا الخاص إلى تيبيريو هاركو، وبيتر بريسناجدير ودانيال رادو، الذين نقر لهم بالجميل أكثر من غيرهم نظرًا لنصيحتهم الثمينة لتحسين النسخة الأصلية للمخطوطة.

**ماسود شيشيان، هلسنكي، فنلندا**
**هيجو بيريز روجاس، لا هابانا، كوبا**
**أنكا تورينو، هلسنكي، فنلندا**
**مارس ٢٠١٣**

# الفصل الأول

# الجاذبية وقوانين نيوتن

شمسنا نجم ذو حجم متوسط مع مجموعة من الكواكب الرئيسية تدور في مدارات متقاربة حوله. وهذه الكواكب هي عطارد، والزهرة، والأرض، والمريخ، والمشتري، وزحل، وأورانوس، ونبتون، وبلوتو، الذي تم اعتباره الكوكب التاسع في النظام الشمسي حتى ٢٠٠٦، تمت إعادة تصنيفه بواسطة الاتحاد الفلكي الدولي باعتباره كوكبًا قزمًا، نظرًا لأن كتلته بالغة الصغر، مع أجرام ما وراء نبتون الأخرى (هاومي Haumea، مكميك Makemake، إريس Eris، سيدنا Sedna، وغيرها) التي تم اكتشافها حديثًا في المنطقة، وأطلق عليها حزام كويبر Kuiper belt. وباستثناء عطارد والزهرة، فإن كل الكواكب حتى بعض الكواكب القزمة لها أقمار. وبعضها، مثل القمر والقليل من أقمار المشتري كبير نسبيًا. بين المريخ والمشتري هناك كمية كبيرة من الكواكب الصغيرة والكويكبات التي تتحرك في منطقة شاسعة، أكبرها سيرس Ceres، الذي يُصنف بأنه كوكب قزم. والأعضاء الأخرى البارزة في المجموعة الشمسية هي المذنبات، مثل المذنب بالغ الشهرة الذي يحمل اسم هالي Halley. ويبدو أن معظم المذنبات تنشأ في حزام كويبر.

تبعد الشمس ٣٠ ألف سنة ضوئية تقريبًا (السنة الضوئية = ٩,٤ x ١٠^١٢ كم) عن مركز المجرة، الذي تدور حوله دورة كاملة بسرعة تقترب من ٢٥٠ كم/ ثانية في نحو ٢٥٠ مليون سنة تقريبًا. ويقدر عدد النجوم في مجرتنا بنحو ١٠^١١، ويتم تصنيفها بالعمر، والحجم وحالة التطور باعتبارها: شابة، قديمة، عمالقة حمراء، أقزام بيضاء..إلخ. (الشكل ١-١).

M. Chaichian et al., Basic Concepts in Physics, Undergraduate Lecture Notes in Physics, DOI 10.1007/978-3-642-19598-3_1,

وفي الواقع، تُعتبر مجرتنا، درب اللبانة Milky Way، عضو واحد في عائلة كبيرة يُقدر بأنها تحتوي على نحو ١٠" مجرة. وتنتشر هذه المجرات عبر ما يُطلق عليه الكون المرئي، الذي يبدو أنه يتمدد بعد حدث أولي ما. تتباعد المجرات عن بعضها البعض مثل نقاط مرسومة على بالون من المطاط ينتفخ.

في الوقت الحالي، تزداد يوميًا معلوماتنا عن الكون والقوانين التي تتحكم فيه. ولدينا الآن معلومات هائلة عن منظومتنا الكوكبية، والتطور النجمي، والتركيب الديناميكي لمجرتنا، بدون ذكر ملايين المجرات الأخرى. وحتى وجود عدة منظومات كوكبية خارج المجموعة الشمسية تم الاستدلال عليه من الكواكب التي تدور حول ٥١ بيجاسي 51 Pegasi، و٤٧ أرسي ماجوريس 47 Ursae Majoris، وعدة نجوم أخرى. لكن منذ خمسة قرون فقط، لم نكن نعرف سوى وجود الشمس، والقمر، والكواكب الخمسة (عطارد، والزهرة، والمريخ، والمشتري، وزحل)، وبعض المذنبات، والنجوم المرئية. ولآلاف السنين، كان البشر يحملقون بفضول في تلك الأجرام السماوية، يراقبونها وهي تتحرك عبر خلفية النجوم الثابتة، دون معرفة طبيعتها، وسبب تحركها بهذا الشكل.

تطلب اكتشافنا للآلية وراء الحركة الكوكبية، وبداية معرفتنا بالقوانين الأساسية للفيزياء، جهدًا طويلاً، استمر عدة قرون. أحيانًا كانت المعرفة العلمية تتقدم إلى الأمام خطوات، لكنها تعود لاحقًا إلى مفاهيم خاطئة. ورغم ذلك، فإن النضال ضد العقائد الثابتة وأحيانًا ضد معتقداتها السابقة، كان يلقى حماسًا لدى علماء يكتشفون في النهاية الحقيقة العلمية. بهذه الطريقة، تم اكتشاف الآلية التي توجه الحركات الكوكبية، وبدأت كتابة الفصل الأول في الفيزياء: علم الميكانيكا.

## ١-١ من فيثاغورس إلى العصور الوسطى:

كان فيثاغورس من ساموس Pythagoras of Samos (حوالي ٥٨٠ – حوالي ٥٠٠ قبل الميلاد) مؤسس المدرسة الصوفية، حيث تمتزج الفلسفة، والعلم والدين

معًا. بالنسبة للمدرسة الفيثاغورسية كان للأرقام معنى سحري. كان الكون بالنسبة لفيثاغورس يتكون من الأرض الكروية في المنتصف، مع الشمس، والقمر والكواكب المعلقة على كرات متحدة المركز تدور حولها. تنتج كل من هذه الأجرام السماوية صوت موسيقي معين في الهواء، لكن المعلم فقط، وهو فيثاغورس نفسه، كانت لديه موهبة سماع موسيقى الكرات.



الشكل ١-١

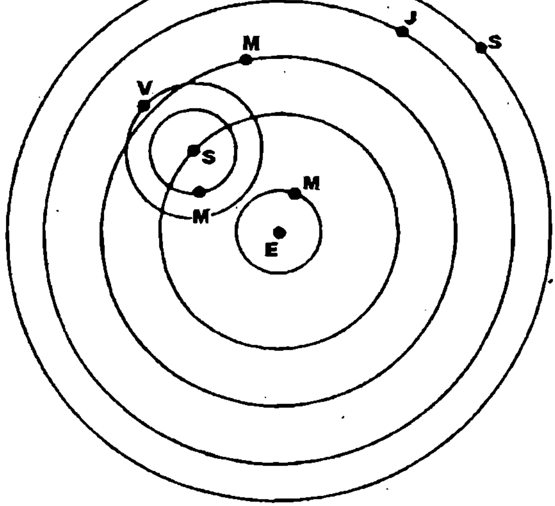
مجرة المرأة المسلسلة (أندروميدا)، على مسافة مليوني سنة ضوئية من مجرتنا. وهما متماثلتان في الحجم.

نسب فيلولاوس Philolaus (حوالي ٤٧٠ - حوالي ٣٨٥ قبل الميلاد)، وهو تلميذ لفيثاغورس، إلى الأرض حركة واحدة، ليس حول محورها، ولكن حول

نقطة ما خارجية في الفضاء. وافترض فيلولاوس وجود كوكب غير مرئي، أنتيشثون Antichthon، وهو نوع من "مضاد الأرض". ولقد تطور أنتيشثون بطريقة لا يمكن رؤيتها، لأنه كان دائمًا بعيدًا عن نصف الكرة الأرضية الإغريقي. ولا يمكن أيضًا رؤية النار المركزية من العالم الإغريقي، وبظله يحمي الأنتيشثون الأراضي الأخرى البعيدة حتى لا تحترق. ويدور أنتيشثون، والأرض E، والشمس S، والقمر M، والكواكب الأخرى المعروفة عطارد M، والزهرة V، والمريخ M، والمشتري J، وزحل S في مدارات متحدة المركز حول النار المركزية. والنجوم الثابتة موجودة على كرة ثابتة خلف كل الأجرام السماوية السابق ذكرها.

اتخذ هرقليدس من بونتوس Heraclides of Pontus (حوالي ٣٩٠ - حوالي ٣١٠ قبل الميلاد) الخطوة التالية في مفهوم فيثاغورس عن الكون. أقر بحركة الأرض حول محورها، وبأن الشمس والقمر يدوران حول الأرض في مدارين متحدا المركز. ويدور عطارد والزهرة حول الشمس، وما بعد الشمس يدور المريخ، والمشتري، وزحل حول الأرض (الشكل ١-٢).

في العام الذي مات فيه هرقليدس تقريبًا، وُلد أرسطرخس Aristarchus (٣١٠؟ - ٢٣٠؟ قبل الميلاد) في ساموس. ومنه وصلنا فقط بحث موجز: "حول الأحجام والمسافات من الشمس والقمر". وفي كتاب آخر ادعى أرسطرخس بأن مركز الكون هو الشمس وليس الأرض. ورغم فقد هذا البحث، كانت الأفكار التي عبر عنها معروفة من خلال أرشميدس وبلوتارك. وفي أحد كتبه يقول أرشميدس: "افترض [أرسطرخس] أن النجوم والشمس ثابتة، لكن الأرض تتحرك حول الشمس في دائرة، وتقع الشمس في وسط المدار". اقتبس بلوتارك أيضًا من أرسطرخس قائلاً: "الشمس ساكنة وتدور الأرض في مدار مائل، وتدور أيضًا حول محورها".



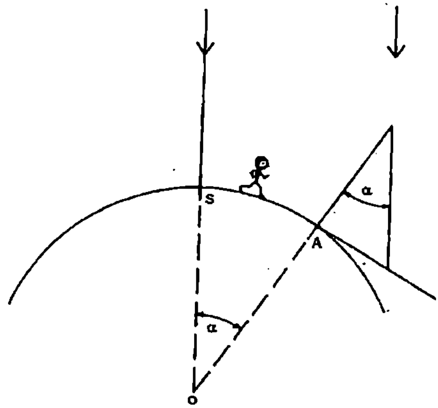

شكل ١ – ٢

منظومة هرقليدس.

كان أرسطرخس معروف لدى الأجيال اللاحقة باعتباره رجلاً موهوبًا، وأحد الفلكيين الأكثر شهرة في عصره، لكن رغم ذلك، تم تجاهل نظامه الذي يعتبر الشمس مركزًا لسبعة عشر قرنًا، وحل محله نظام معقد وعبثي صاغه للمرة الأولى أبلونيوس Apollonius من برغا في القرن الثالث قبل الميلاد، وطوره في ما بعد هيبارخوس Hipparchus من رودس في القرن التالي، واكتمل أخيرًا بواسطة بطليموس Ptolomy من الإسكندرية (حوالي ٧٠ – حوالي ١٤٧ حقبة مشتركة CE).

تم قبول كروية الأرض كحقيقة منذ عصر فيثاغورس، وقُدرت أبعادها بدقة كبيرة بواسطة متخصص إغريقي آخر هو إيراتوسثينيز القوريني Eratosthenes of Cyrene، في القرن الثالث قبل الميلاد. قرأ في لفافة بردي أنه في مدينة سوينيت (المعروفة حاليًا بأسوان)، على مدار السرطان تقريبًا، في جنوب مصر،

في اليوم المناظر لتاريخنا الحالي ٢١ يونيو (الانقلاب الصيفي)، لا يلقي قضيب مثبت بشكل رأسي على الأرض أي ظل عند الظهر. وقرر أن يرى ما إذا كانت نفس الظاهرة سوف تحدث في الإسكندرية ي نفس ذلك اليوم، لكن ما أسرع ما اكتشف أن هذا لم يحدث: في الظهر، ألقى القضيب ظلاً ما. لو أن الأرض كانت مسطحة، لم يكن لأي من القضيبين أن يلقي ظلاً في ذلك اليوم، باعتبار أن أشعة الشمس متوازية. لكن لو أن القضيب كان له ظل في الإسكندرية، وليس له ظل في سوينيت، لا تكون الأرض مسطحة، ولا بد أنها منحنية.



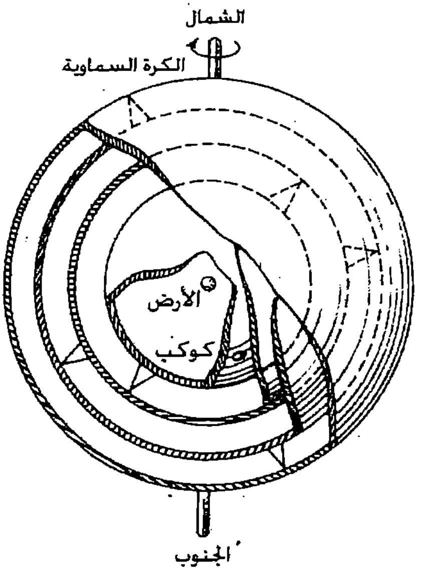

الشكل ١-٣

**استنتج إيراتوسثينيز أن الأرض على شكل كرة. استخدم حقيقة أنه عند وضع قضيبين بشكل رأسي على الأرض، إحداهما عند سوينيت القديمة والآخر في الإسكندرية، ظهر يوم يناظر تاريخنا ٢١ يونيو، يلقي الثاني ظلاً بينما لا يلقي الأول ظلاً.**

ويقال إن إيراتوسثينيز دفع مالاً لشخص ما لقياس المسافة بين سوينيت والإسكندرية بأن سار بين المدينتين. كانت النتيجة مساوية تقريبًا لـ ٨٠٠ كم. من جانب آخر، لو تصورنا القضيبين يمتدان إلى أسفل حتى مركز الأرض، يشير الظل إلى أن الزاوية α بينهما كانت نحو ٧° (الشكل ١-٣). ومن ثم ينتج التناسب:

$$٨٠٠ / x = ٧ / ٣٦٠$$

والنتيجة تكون تقريبًا x = ٤٠٠٠٠ كم، وهو طول محيط الأرض لو أنها كانت كرة تامة. كانت القيمة التي حصل عليها إيراتوسثينيز أقل قليلاً (أصغر بنسبة ٠,٥ في المائة).




الشكل ١-٤

نظام العالم تبعًا لبطليموس. كانت الأرض مركزًا للكون والكواكب ثابتة على كرات، يدور كل منها حول محور ما، مثبت بدوره على كرة أخرى تدور بدورها حول محور ما..إلخ.

من المثير للدهشة أن إيراتوسثينيز استطاع، باستخدام أجهزة غير مكتملة إلى حد كبير، وبقياس الزوايا من ظلال قضبان مثبتة على الأرض، وبقياس أطوال بخطوات رجل يسير مسافة طويلة (لكن من ناحية أخرى بتوافر اهتمام استثنائي بالملاحظة والتجريب)، الحصول على مثل هذه النتيجة الصحيحة حـول حجم الأرض، وفي ذلك الزمن القديم جدًا، الذي يعود في الواقع إلى قرنين في الماضي.

كان أول شخص معروف قام بقياس حجم الأرض. ونعرف في الوقت الحالي، تبعًا لتسطح الأرض بالقرب من القطبين، أن طول خط الطول أقصر من طول خط الاستواء. ولاحقًا، قاس هيبارخوس Hipparchus المسافة من القمر إلى الأرض على أنها ٣٠,٢٥ قطر الأرض، بخطأ لا يتجاوز ٠,٣ في المائة.

لكن دعنا نعود إلى نظام بطليموس (الشكل ١-٤). تُعتبر أسباب تفوقه على نظام مركزية الشمس لأرسطرخس بالغة البساطة. قد يعود بعض اللوم إلى أفلاطون وأرسطو، لكن إلى الأخير بشكل خاص. ولقد أثر أرسطو بقوة على التفكير الفلسفي حتى الأزمنة الحديثة. ولم يكن لدي أفلاطون أو أرسطو أية معرفة عميقة بالفلك، لكنهما تبنيا نظام مركزية الأرض لأنه كان على اتفاق مع أفضل معتقداتهما الفلسفية، ومع تفضيلهما لمجتمع مؤيد للاسترقاق. كان علم الكون لديهما خاضع لأفكارهما السياسية والفلسفية: كان يفصلان بين العقل والمادة وبين الأرض والسماء. وظلت هذه الأفكار باقية، وتبنتها الفلسفة الكنسية، حتى فرض العمل الذي بدأ مع كوبرنيكوس، وكبلر، وجاليليو وأكمله نيوتن، طريقة جديدة في التفكير، حيث لم يعد للملائكة الذين يحركون الكرات ضرورة صارمة.

احتاج النظام الذي اقترحه بطليموس (الشكل ٤-١) إلى أكثر من ٣٩ عجلة أو كرة لتفسير الحركة المعقدة للكواكب والشمس. عندما عرف الملك ألفونس الخامس من كاستيل Alphonse X of Castile، الملقب بالحكيم (١٢٢١-١٢٨٤ قبل الميلاد)، والذي كان لديه اهتمام شديد بالفلك، بنظام بطليموس، هتف بحماس: "فقط لو أن القدير استشارني قبل البدء في الخلق، لكنت قد أوصيت بشيء أبسط".

ورغم ذلك فإن الجداول التي وضعها بطليموس لحساب حركة الكواكب كانت بالغة الدقة وتم استخدامها، مع فهرس النجوم الثابتة لهيبارخوس، كمرشد للملاحة لكريستوفر كولومبس وفاسكو دا جاما. يعطينا ذلك درسًا مهمًا: قد تكون نظرية خاطئة مفيدة في إطار انسجامها مع نتائج الملاحظة والتجربة.

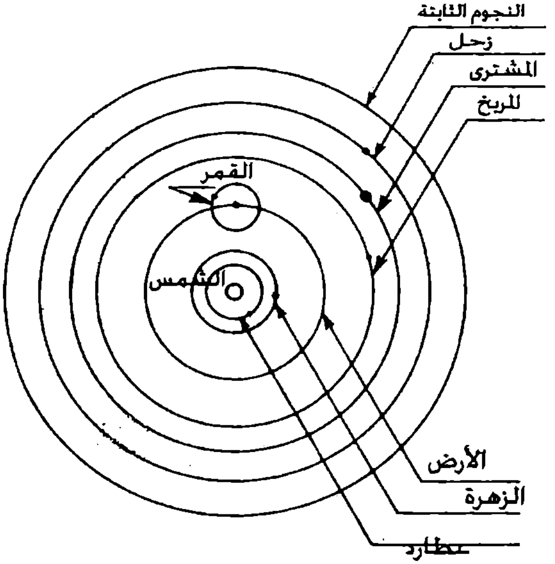
في العصور الوسطى، تم نسيان أغلب المعرفة التي تراكمت عن طريق اليونانيين القدامى، باستثناءات قليلة جدًا، وحتى فكرة كروية الأرض اختفت من عقول البشر.

## ١-٢ كوبرنيكوس، وكبلر، وجاليليو:

في القرن الخامس عشر، تسبب عالم فلك بولندي هو نيقولاوس كوبرنيكوس Nicolaus Copernicus (١٤٧٣-١٥٤٣) في أزمة لنظام بطليموس بتقديمه نظام مركزية الشمس. افترض كوبرنيكوس أن الشمس (والأكثر دقة نقطة قريبة من الشمس) هي مركز مدار الأرض ومركز المجموعة الكوكبية. واعتبر أن الأرض (التي يدور حولها القمر)، بالإضافة إلى بقية الكواكب، تدور حول هذه النقطة بالقرب من الشمس لترسم مدارات دائرية (الشكل ١-٥). بالفعل، كان قد أعاد اكتشاف النظام الذي اقترحه أرسطرخس في الأزمنة القديمة. أرجأ كوبرنيكوس نشر كتابه الذي يحتوي على التفاصيل حتى الأيام القليلة الأخيرة من حياته، ومن الواضح أن سبب ذلك كان عدم الرغبة في معارضة العلم الرسمي للكنيسة. وأتاح نظامه وصفًا للحركة الكوكبية، والذي كان على الأقل بجودة ذلك القائم على كرات بطليموس. لكن عمله أثار سخط الكثير من معاصريه. وحرَمت الكنيسة الكاثوليكية كتابه في ١٦١٦، ورفضه مارتن لوثر أيضًا، لكونه يتعارض مع الإنجيل.

الخطوة التالية أقدم عليها جوهانس كبلر Johannes Kepler، الذي ولد في ١٥٧١ في ويل، في ألمانيا. وما أسرع ما برهن كبلر على أنه لديه موهبة فريدة في الرياضيات والفلك، وأصبح مدافعًا متحمسًا عن نظام كوبرنيكوس. وفي يوم ما عام ١٥٩٥، أتاه تبصر مفاجئ. من اليونان القديمة كان من المعروف أن هناك خمسة من متعدد الأسطح المنتظم: رباعي الأسطح، والمكعب، وثماني الأسطح، والمجسم ذو ١٢ سطحًا، والمجسم ذي ٢٠ سطحًا – وهو ما يطلق عليه "المجسمات الأفلاطونية" للعصور القديمة. وكل منها يمكن أن يُدرج في كرة. وبالمثل، كان هناك

خمس فضاءات بين الكواكب المعروفة. وخمن كبلر أن الرقمين يرتبطان حتمًا بطريقة ما. ورسخت هذه الفكرة في عقله وبدأ العمل على إثبات صحتها.

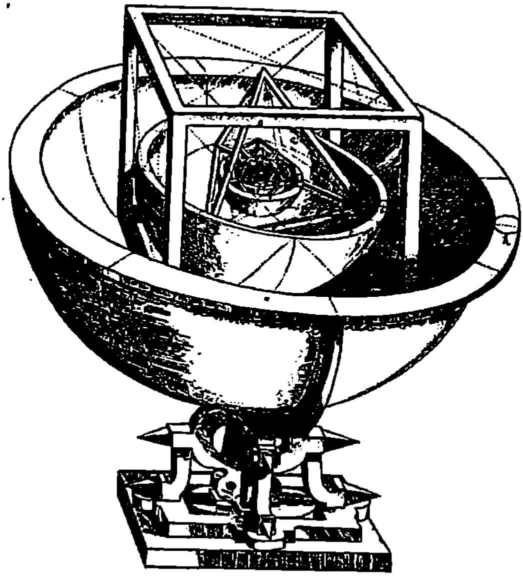



الشكل ١-٥

نظام العالم تبعًا لكوبرنيكوس. كانت الشمس في مركز المجموعة الكوكبية، وحول نقطة قريبة جدًا منها تدور الأرض وبقية الكواكب، كلها تتخذ مدارات دائرية.

واعتقد بوجود كرة خارجية تصاحب زحل، ومحددة في مكعب. بين المكعب ورباعي الأسطح تأتي كرة المشتري. وبين رباعي الأسطح والمجسم ذي ١٢ سطح كانت كرة الأرض. بين المجسم ذي ٢٠ سطحًا وثماني الأسطح، كرة الزهرة. وأخيرًا، في ثماني الأسطح تأتي كرة عطارد (الشكل ١-٦). وبعد ذلك بقليل بدأ مقارنة نموذجه ببيانات الرصد. وحيث إنه كان من المعروف في ذلك الزمن أن المسافات بين الكواكب والشمس ليست ثابتة، تخيل أن للكرات الكوكبية سمكًا معينًا، بحيث أن الجدار الداخلي يناظر أدنى مسافة والجدار الخارجي أقصى مسافة.

كان كبلـــر مقتنع بشكل بديهي بأن المدارات الكوكبيـة يجب أن تناسب نموذجه. لذلك عندما بدأ في إجراء الحسابات وتأكد من وجود خطأ ما، أرجع الاختلافات إلى المصداقية الضعيفة لبيانات كوبرنيكوس. ومن ثم عاد إلى الرجل الوحيد الذي لديه بيانات أكثر دقة حول مواقع الكواكب: عالم الفلك الدنماركي تيكو براهي Tycho Brahe (١٥٤٦-١٦٠١)، الذي كان يعيش حينئذ في براغ، وكان قد كرس ٣٥ عامًا لإجراء قياسات دقيقة لمواقع الكواكب والنجوم.



**الشكل ١-٦**

**نظام كبلر للكرات والأجسام الأفلاطونية المنتظمة المحوطة.**

كان تيكو براهي مقتنعًا بنظام، رغم أنه مركزي الأرض، مختلف عن ذلك الخاص ببطليموس، واستعار بعض العناصـــر من نظام كوبرنيكوس. وافترض أن الكواكب الأخرى تدور حول الشمس، لكن الشمس والقمر يدوران حول الأرض (الشكل ١-٧).

وفي محاولة للبرهنة على مصداقية نموذجه، أجرى أرصادًا بالغة الدقة لمواقع الكواكب بالنسبة لخلفية النجوم الثابتة. كان براهي مجربًا وراصدًا من الطراز الأول. ولأكثر من ٢٠ عامًا جمع بيانات عن أرصاده، استخدمها كبلر في النهاية لاستنتاج قوانين الحركة الكوكبية.

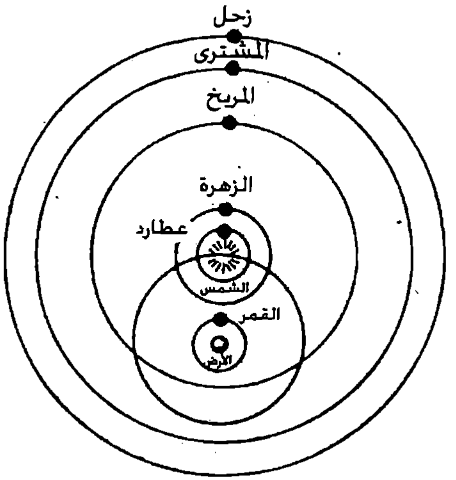
كان كبلر يعتقد بصحة المدارات الدائرية، ولاختبار نموذجه استخدم أرصاد براهي حول مواقع المريخ. وجد اتفاقًا مع الدائرة حتى نقطة معينة، لكن الأرصاد التالية لم تناسب هذا المنحنى. عندئذ تردد كبلر. كان الاختلاف ٨ دقائق في القوس. ما هو الخطأ؟ هل يكون نموذجه؟ هل تكون الأرصاد التى أجراها براهي؟ وفي النهاية، قبل النوعية المتميزة لقياسات براهي، وبعد عدة محاولات، استنتج أخيرًا أن المدار كان إهليلجيًا. في هذه الفترة الفاصلة، كان في استطاعته صياغة ثلاثة قوانين للحركة الكوكبية:

١-كل الكواكب تدور على قطع ناقص حول الشمس، والتي تكون موجودة في إحدى البؤرتين.

٢-يمسح متجه نصف القطر أو الخط المتخيل الذي يربط بين الكوكب والشمس مساحات متساوية في فترات زمنية متساوية. وبالتالي، عندما يكون الكوكب أقرب إلى الشمس (في نقطة تسمى الحضيض الشمسي perihelion )، فإنه يتحرك أسرع مما لو كان عند الطرف الأقصى الآخر على المدار، وهو ما يسمى الأوج aphelion (الشكل ١-٨).

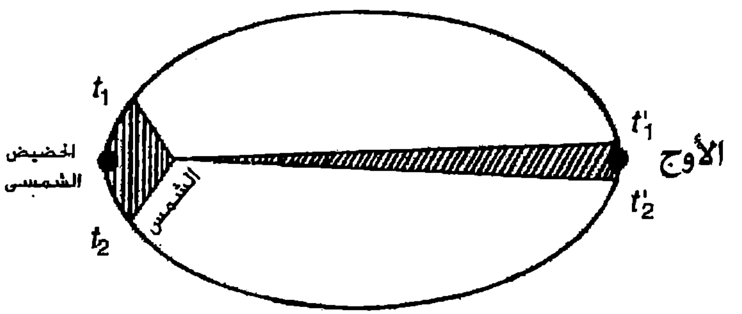
٣-مربعات أزمنة الدوران للكواكب حول الشمس تتناسب مع مكعبات نصف المحور الأكبر في القطع الناقص للمدار الإهليلجي.

كان جاليليو جاليلي Galileo Galilei (١٥٦٤-١٦٤٢) معاصرًا لكبلر وصديقًا أيضًا. في سن ٢٦، أصبح أستاذ الرياضيات في بيزا، حيث استمر حتى ١٥٩٢. وتسبب عدم اتفاقه مع أفكار أرسطو، خاصة القول بأن الجسم الثقيل يسقط أسرع من الخفيف، في بعض من الاضطهاد الشخصي، وانتقل إلى جامعة بادو كأستاذ للرياضيات.




شكل ١-٧

نظام تيكو براهي. الأرض في مركز الكون، لكن الكواكب الأخرى تدور حول الشمس، التي بدورها تدور حول الأرض.




الشكل ١-٨

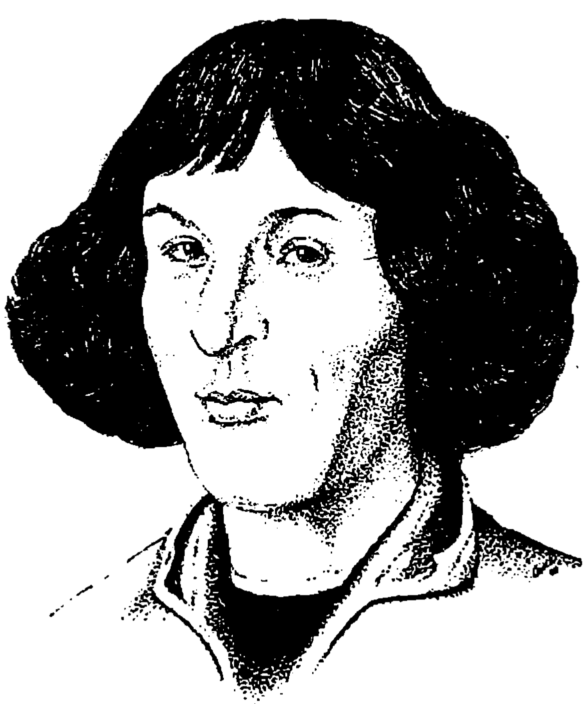
يمسح متجه نصف القطر أو الخط المتخيل الذي يربط بين الكوكب والشمس مساحات متساوية في فترات زمنية متساوية. وعندما يكون الكوكب أقرب إلى الشمس في نقطة الحضيض الشمسي فإنه يتحرك أسرع مما لو كان عند الطرف الأقصى الآخر على المدار، عند الأوج.

في ذلك الوقت كانت شهرته كأستاذ قد انتشرت في كل أوروبا. في ١٦٠٨ اخترع هانز ليبرشي Hans Lippershey، صانع العدسات الهولندي، تلسكوب أولي، نتيجة رصد بالصدفة لأحد التلاميذ. وعلم جاليليو بهذا الاختراع في ١٦٠٩، وفي ١٦١٠ كان قد صنع تلسكوبًا بالفعل. كان للنوع الأول عامل تكبير ٣، لكنه قام بتحسينه في نهاية الأمر إلى عامل ٣٠. وسمح له ذلك بإنجاز الكثير من الاكتشافات الأساسية. ولاحظ أن عدد النجوم الثابتة أكثر بكثير مما يمكن رؤيته بالعين المجردة، ووجد أيضًا أن الكواكب تظهر كأقراص مضيئة.

في حالة الزهرة، اكتشف جاليليو أوجه مثل أوجه القمر. ووجد أربعة أقمار تدور حول المشترى. وقدمت أرصاد جاليليو بالتلسكوب دعمًا مؤكدًا لنظام كوبرنيكوس. واشتهر أيضًا بتجاربه حول الأجسام الساقطة وأبحاثه حول حركة البندول.

أحدث عمل جاليليو رد فعل سلبي، لأنه سبب أزمة لنظام بطليموس. وترك ذلك بديلين فقط لتفسير أوجه الزهرة، إما بنظام براهي بمركزية الأرض أو بنظام كوبرنيكوس. كان الأخير بالتأكيد ضد العقيدة الكنسية. خلقت الكنيسة السكولاستية، وهي مزيج من الدين وفلسفة أرسطو، التي دعت إلى دعم الإيمان بعناصر من التفكير العقلي المنطقي.

لكن كان للكنيسة أيضًا أداة قمع على هيئة محكمة تفتيش مقدسة، تشكلت لمعاقبة أية جريمة ضد الإيمان. عندما كان جاليليو في سن ٣٦، في ١٦٠٠، كان قد تم حرق جيوردانو برونو Giordano Bruno (١٥٤٨-١٦٠٠)، الراهب الدومينيكاني والعالم البارز، على خازوق. كان قد ارتكب الجرائم التي لا تُغتفر بإعلانه قبول أفكار كوبرنيكوس حول الحركة الكوكبية، وتمسكه بوجهات نظر ضد الإيمان الكاثوليكي.



الشكل ١-٩

**نيقولاوس كوبرنيكوس. ظهر نموذجه في كتاب "حول حركات الكرات السماوية"، الذي نشر بفضل جهود مساعده ريتكاس Rhetcus. واعتبرت الكنيسة هذا الكتاب هرطقة، وتم منع نشره لأنه ضد نظام بطليموس وتطبيقاته اللاهوتية.**

عندما أنجز جاليليو أول اكتشافاته الفلكية، كان مصير برونو لا يزال طازجًا في عقله. وأصبح عندئذ أكثر فأكثر اقتناعًا بحقيقة نظام كوبرنيكوس، حتى رغم تناقضه مع العلم الرسمي، القائم على نظام بطليموس. لذلك لم يكن من المدهش رد فعل عالم الفلك من فلورنتين فرانسيسكو سيزي Francesco Sizzi، عندما علم باكتشاف أقمار المشتري: فالأقمار غير مرئية بالعين المجردة، ولهذا السبب لا يمكنها التأثير على الأرض. ومن ثم فهي دون فائدة، لذلك فهي غير موجودة.



شكل ١-١٠

جوهانس كيلر الذي أُطلق عليه "مشرع القبة الزرقاء" لقوانينه حول الحركة الكوكبية، والتي استدل عليها نتيجة عمل طويل وصبور، مستخدمًا بيانات بالغة الدقة جمعها تيكو براهي.

من جانب، فإن اكتشافات جاليليو وضعته في مكانة مهيبة عالية بين الكثير من معاصريه، ولكن من جانب آخر، فإنه كان يجتذب عددًا متزايدًا من الخصوم. وأيقظ الدعم الذي قدمته اكتشافاته لنظرية كوبرنيكوس وهجومه على فلسفة أرسطو الغضب لدى أعدائه. وفي ١٦١٦، ربما تحت التهديد بالسجن والتعذيب، أمرته الكنيسة "بالتخلي التام عن رأيه بأن الشمس هي مركز العالم والأجرام الثابتة [.....] وألا يتمسك به منذ اليوم، ولا بتعليمه أو الدفاع عنه بأية طريقة". رضخ جاليليو أمام الأحكام القضائية وسُمح له بالعودة إلى بيزا. كانت الكنيسة تخشى من إضعاف مكانتها بقبول حقائق تعارض عقيدتها المسيحية- الأرسطية- البطليموسية الراسخة.



الشكل ١-١١

تيكو براهي. رغم خطأ نظامه حول الحركة الكوكبية، فإن أرصاده بالغة الدقة حول مواقع الكواكب ساعدت كبلر في صياغة قوانينه.

في عام ١٦٢٣، أصبح أحد أصدقائه، وهو الكاردينال مافو باربريني Maffeo Barberini، البابا أوربان الثامن، وتلقى جاليليو ضمانات أسقفية الإرادة السامية. وباعتباره أن مرسوم ١٦١٦ لم يعد قابلاً للتنفيذ، كتب كتابه "محاورة حول النظامين البطليموسي والكوبرنيكي". لكنه واجه عددًا متزايدًا غير مسبوق من الأعداء، وحتى البابا أصبح مقتنعًا بأن جاليليو قد خدعه. طُلب جاليليو للمحاكمة بتهمة الهرطقة أمام محكمة التفتيش في عمر ٦٧. وأُرغم على التراجع تحت القسم عن معتقداته حول نظام كوبرنيكوس.

وبعد ذلك، تم اختلاق أسطورة عن أن جاليليو، بعد تراجعه، أعلن في صوت منخفض كلمات "ورغم ذلك فإنها تدور"، مشيرًا إلى دوران الأرض حول الشمس. هذا ما كان، رغم أي محكمة وأية عقيدة، لم يكن من الممكن إنكار هذه الحقيقة الفيزيائية، الحقيقة الموضوعية عن حركة الأرض. ورغم ذلك، من المثير للاهتمام أن جاليليو لم قط أبدًا المدارات الإهليلجية التي اكتشفها كبلر، وكان يؤمن فقط بالمدارات الدائرية.



الشكل ١-١٢

جاليليو جاليلي. اكتشف، من أشياء كثيرة، أربعة أقمار للمشتري وأطوار الزهرة، باستخدام تلسكوب من تصميمه قام بتحسينه. وقدم القوانين الأساسية للأجسام الساقطة. أثارت أعماله موقف خصومة مع السلطات الكنسية، وأرغم على حضور محاكمة وإنكار معتقداته حول نظام كوبرنيكوس.

من بين الإنجازات الأكثر أهمية لجاليليو، يجب أن نشير إلى قوانينه عن الأجسام الساقطة، التي يمكن استعادتها في عبارتين:

١- كل الأجسام تسقط في الفراغ بنفس التسارع. أي، لو تركنا صفحة من ورق، وكرة من رصاص، وقطعة من خشب تسقط في وقت واحد في الفضاء، فإنها ستسقط بنفس التسارع،

٢- كل الأجسام تسقط في الفراغ بحركة متسارعة منتظمة. وهذا يعني أن تسارعها ثابت، أي تزداد سرعتها بالتناسب مع الزمن المنقضي من لحظة بداية سقوط الأجسام.

ولقد اكتمل العمل الذي بدأ مع كوبرنيكوس، وكبلر وجاليليو على يد نيوتن. وُلد في ١٦٤٢، وهو العام الذي توفى فيه جاليليو، وعاش حتى ١٧٢٧.

## ١-٣ نيوتن والعلم الحديث:

في يوم ما، زار إدموند هالي Edmund Halley صديقه نيوتن بعد مناقشة مع روبرت هوك Robert Hooke وكريستوفر رين Christopher Wren، حيث كان هوك قد قال إنه استطاع تفسير الحركات الكوكبية على أساس قوة جاذبة، تتناسب بشكل عكسي مع مربع المسافة. عندما سأله عن رأيه في ذلك، أجاب نيوتن بأنه برهن بالفعل على أن مسار أي جسم تحت تأثير مثل هذه القوة المركزية كان قطعًا ناقصًا.

في ما بعد أرسل نيوتن حساباته إلى هالي، وبعد النظر في المخطوطة أقنع هالي نيوتن بكتابة التفاصيل حول المسألة، حيث أن ذلك قد يتيح تفسيرًا للحركة المعقدة لكل المجموعة الكوكبية. وهكذا بدأ نيوتن في كتابه "المبادئ الرياضية الأساسية للفلسفة الطبيعية"، وهو كتاب أحدث ثورة في العلم الحديث.

في الكتاب الأول وضع نيوتن قوانينه عن الحركة، والتي يعود الكثير من الفضل فيها إلى جاليليو، ووضع أسسها الميكانيكية. واستنتج قوانين كبلر بافتراض

وجود قوة تتناسب عكسيًا مع مربع المسافة، وأثبت أنه تبعًا لقانونه فإن كتلة كرة متجانسة يمكن اعتبارها مركزة في مركزها.

والكتاب الثاني مكرس للحركة في وسط مائع، وهو أول دراسة معروفة حول حركة السوائل الحقيقية. وفي هذا الكتاب تعامل نيوتن مع حركة الموجة بل وحتى مع انكسار الموجة.

في الكتاب الثالث درس نيوتن حركة الأقمار حول كواكبها، والكواكب حول الشمس، بسبب قوة الجاذبية. قدر كثافة الأرض بين ٥ و٦ مرات كثافة الماء (القيمة المقبولة حاليًا هي ٥٫٥)، وبهذه القيمة حسب كتل الشمس والكواكب. واستمر لإعطاء تفسير كمي للشكل المسطح للأرض. وأثبت نيوتن أنه، بسبب هذا الشكل للأرض، لا تسلك قوة الجاذبية الناتجة عن الشمس كما لو أن كتلتها مركزة في مركزها، لكن محورها يتحرك في حركة مخروطية بسبب تأثير الشمس: وهذه الظاهرة معروفة باسم مبادرة الاعتدالين precession of the equinoxes.

رغم أن نيوتن استخدم حساب التفاضل والتكامل (الذي ابتكره بنفسه، مستقلاً عن جوتفريد لايبنتز Gottfried Leibniz) للحصول على نتائجه، فإنه أثبتها في كتابه باستخدام الهندسة اليونانية الكلاسيكية. كان أحد أهم النتائج العملية لكتابه هو تطبيق عملية حسابية لتحديد مسار القمر والكواكب بدقة أعلى بكثير مما تم من قبل، باستخدام أقل عدد من الأرصاد. فقط كانت ثلاثة أرصاد كافية للتنبؤ بالموقع المستقبلي لأي كوكب خلال فترة زمنية طويلة. وأعطى صديقه إدموند هالي تأكيدًا لذلك، عندما تنبأ بعودة المذنب الذي يحمل اسمه. وظهرت بعض التأكيدات الأخرى المهمة في القرنين التاسع عشر والعشرين بفضل لو فيرييه ولويل، اللذان تنبآ بوجود كواكب لم يكن قد تم اكتشافها في ذلك الوقت هما نبتّون وبلوتو، حيث استنتجا وجودهما من الاضطرابات التي يحدثانها على الحركات الكوكبية الأخرى.

وتمثل نظرية الجاذبية التي قدمها نيوتن، مع كل إنجازاته الأخرى في الفلك الحديث، نهاية عالم أرسطو الذي تبنته الفلسفة الكنسية وتحداه كوبرنيكوس.

وبدلاً عن أن الكون يتكون من كرات كاملة تتحرك بواسطة ملائكة، افترض نيوتن آلية حركة كوكبية ناتجة عن قانون فيزيائي بسيط، دون الحاجة إلى الجهد المستمر لفعل مقدس مباشر.

## ١-٤ قوانين نيوتن:

قدم نيوتن القوانين الثلاثة التالية كأساس للميكانيكا:

١- يستمر كل جسم في حالة سكون أو حركة منتظمة على خط مستقيم إلا إذا أُجبر على تغيير هذه الحالة بسبب قوى مؤثرة عليه،

٢- معدل التغير في كمية الحركة يتناسب مع القوة المؤثرة، ويكون في اتجاه تأثير هذه القوة،

٣- أي فعل يكون له دائمًا رد فعل مساو له في المقدار ومضاد في الاتجاه.

في القانون الثاني يتم تعريف كمية الحركة على أنها الكتلة مضروبة في سرعة الجسم.

### ١-٤-١ القانون الأول لنيوتن:

القانون الأول لنيوتن معروف بأنه مبدأ القصور الذاتي. يمكن إثباته فقط بشكل تقريبي، حيث أنه لعمل ذلك بشكل مضبوط، يتطلب الأمر جسمًا حرًا بالكامل (بدون قوة خارجية)، ومن المستحيل تحقيق ذلك. لكن على أي حال فإن له قيمة كبيرة، حيث أنه يضع قانون مقيد، فأي خاصية لا يمكن استيفائها بشكل كامل، لا يمكن استيفائها مع ذلك بالمزيد والمزيد من الدقة، مع اقتراب شروط التجربة أو الرصد من الشروط المثالية المطلوبة.

مثال على ذلك، كرة حديدية تتدحرج على شارع سوف تتحرك إلى الأمام مسافة قصيرة ثم تتوقف. ومع ذلك، فإن نفس الكرة التي تتدحـرج على سطح مصقول مثل الزجاج، سوف تتحرك إلى مسافة أطول، وفي الجزء الأول من مسارها سوف تتحرك بانتظام على خط مستقيم. ويضاف إلى ذلك، سيكون مسارها أطول لو أنخفض الاحتكاك بين الكرة والسطح (وبين الكرة والهواء). وستكون القوة الوحيدة المؤثرة هي الاحتكاك (الذي يؤثر في عكس اتجاه حركة الكرة). ووزن الجسم يؤثر في اتجاه عمودي على السطح، ويتعادل مع قوة رد الفعل على السطح.

### ١-٤-٢ القانون الثاني لنيوتن:

يقول القانون الثاني لنيوتن، المعروف أيضًا باسم المبدأ الأساسي للديناميكا، أن هناك تناسب بين التسارع a والقوة F التي تؤثر على جسم ما:

$$F = ma$$

وثابت التناسب m يطلق عليه الكتلة. ويمكن تفسير الكتلة باعتبارها مقاس للقصور الذاتي للجسم. كلما كانت الكتلة أكبر كانت القوة المطلوبة لإنتاج تسارع ما على جسم ما أكبر. وكلما كانت كتلة الجسم أصغر كلما كان التسارع الناتج عند تأثير قوة ما أكبر، ومن الواضح أنه سيصل إلى سرعات أعلى بسرعة أكبر. ويمكن ملاحظة ذلك في الفيزياء الحديثة للجسيمات الأولية: يتطلب الأمر طاقة (وقوة) لتسريع الإلكترونات أقل بكثير لتسريع البروتونات أو النوى الثقيلة. من جانب آخر، تتحرك الفوتونات (كمات خفيفة) بأعلى سرعة ممكنة (سرعة الضوء، التي تبلغ ٣٠٠ ألف كم/ ث)، حيث تسلك كجسيمات بدون كتلة (انظر الفصل ٥).

لكن دعنا نعود إلى القانون الثاني. قيمته غير العادية تعود من الناحية الأساسية لحقيقة أنه، لو أن قانون التفاعل لجسمين معروف، يمكن من التعبير الرياضي للقوى المشتركة المؤثرة عليهما الحصول على مسارهما.



الشكل ١-١٣

إسحاق نيوتن. يمثل عمله العلمي بداية العلم الحديث. وتضع صيغته لقوانين الميكانيكا والجاذبية العامة أساس تفسير الحركة الكوكبية وتصل إلى قوانين كبلر. وكان عمله في البصريات، بالإضافة إلى الرياضيات، لافتًا للنظر أيضًا، وابتكر حساب التفاضل والتكامل مستقلاً عن معاصره جوتفرد لايبنتز.

على سبيل المثال، في حالة الشمس وكوكب ما، كما تمت الإشارة سابقًا، يرى نيوتن أن قوة الجاذبية المشتركة تؤثر عليهما، ويؤدي ذلك إلى ظهور جاذبية عامة. تؤثر هذه القوة عبر خط يصل بين مركزيهما، وتتناسب مع حاصل ضرب كتلتيهما وتتناسب عكسيًا مع مربع المسافة بينهما. أي،

$$\mathbf{F} = - GMm/r^2 \ \mathbf{r}_o \qquad (1-2)$$

حيث M وm هما كتلتا الشمس والكوكب، على التوالي، وr هي المسافة بين مركزيهما، وG ثابت تعتمد قيمته على نظام الوحدات المستخدم، و$r_o$ وحدة متجه على r. و **F** قوة مركزية، أي يمر اتجاهها باستمرار خلال نقطة هي ما يطلق عليه مركز القوى (في هذه الحالة، تكون نقطة داخل الشمس).

لذلك، إذا وضعنا في اعتبارنا حقيقة أن التسارع هو مقاس لمعدل التغير اللحظي للسرعة بالنسبة للزمن (المشتقة الزمنية للسرعة) وأن السرعة بدورها هي معدل تغير موقع الكوكب (المشتقة الزمنية للموقع)، تكون لدينا مسألة رياضية يتم حلها بسهولة (على الأقل من حيث المبدأ) باستخدام حساب التفاضل. حيث أن التسارع هو المشتقة الثانية بالنسبة لزمن متجه موقع الكوكب بالنسبة للشمس، يمكننا كتابة:

$$m \quad d^2\mathbf{r}/dt^2 = -\mathbf{GMmr_o}/\mathbf{r}^2 \qquad (1\text{-}3)$$

هذه المعادلة التفاضلية يمكن حلها باستخدام حقيقة أن الكتلة الشمسية M أكبر بكثير من كتلة الكوكب m. ويوضح لنا الحل أن المدار الذي يدور عليه الكوكب هو قطع مخروطي حيث الشمس موجودة في إحدى البؤرتين. ويعتمد نوع المدار على الطاقة الكلية للجسم.

لو أن الطاقة كانت سلبية، سنحصل على مدارات إهليلجية (في حالة القيمة الدنيا للطاقة، يتحول القطع الناقص إلى مدار دائري). لو أن الطاقة كانت صفر، تكون المدارات قطع مكافئ. وهنا نعتبر الطاقة الكلية باعتبارها مجموع الطاقتين الطاقة الكامنة والطاقة الحركية، عندئذ يناظر الصفر حالة تساويهما في القيمة المطلقة،كما سنرى لاحقًا، وفي هذه الحالة تكون الطاقة الكامنة سلبية. وأخيرًا، بالنسبة للطاقات الموجبة سيكون لدينا مدارات على شكل القطع الزائد.

تتخذ الكواكب المعروفة مدارات قطع ناقص، لكن بعض المذنبات الآتية من الفضاء الخارجي تتخذ مدارات على شكل القطع المكافئ أو القطع الزائد. في هذه

الحالة تقترب من الشمس، وتتحرك حولها، ثم تختفي لاحقًا إلى الأبد. بالنسبة لمعظم المذنبات المعروفة، مثل مذنب هالي، يكون المدار على شكل قطع ناقص لكنه يكون منحرفًا عن المركز إلى حد كبير (أي مسطح جدًا).

كما تمت الإشارة إليه سابقًا، يتيح تطبيق ميكانيكا نيوتن على دراسة الحركة الكوكبية لعلماء الفلك أداة مهمة بشكل استثنائي لحساب المدارات الكوكبية. لكن من وجهة النظر المنهجية، كان لميكانيكا نيوتن أهمية فائقة للعلم الحديث، حيث أصبح هناك للمرة الأولى في الفيزياء نظرية راسخة يمكن من خلالها التنبؤ بنتائج تتسق مع نتائج المشاهدة. وفي هذا الإطار، أغلق نيوتن الدائرة التي بدأها براهي، والتي استمرت مع كبلر عندما استنتج قوانين الحركة الكوكبية من بيانات أرصاد براهي. أوضح نيوتن أن هذه القوانين يمكن الحصول عليها بداية من مبادئ فيزيائية عامة جدًا: قوانين الميكانيكا وقوة الجاذبية بين الأجسام.

بالنسبة لمراقبين في حالة سكون أو حركة منتظمة على خط مستقيم، تكون قوانين الميكانيكا هي نفسها. لكن صحة قوانين نيوتن تعتمد على تسارع المراقب: ولا تنطبق بالتساوي على مراقبين يتسارعون بطرق مختلفة. ولهذا السبب أصبح ضروريًا تقديم مفهوم عن إطار إسناد، وبشكل خاص، مفهوم إطار قصور ذاتي، تتحقق خلاله قوانين نيوتن. وإطار القصور الذاتي أكثر من مجرد نظام إسناد، فهو يتضمن الزمن، أي ساعة ما. وأي تغير هندسي بسيط في الإحداثيات لا يغير إطار الإسناد. سوف نعود إلى أطر القصور الذاتي في الجزء ١-٧.

**المتجهات vectors.** لقد تحدثنا بالفعل عن المتجهات التي تشير إلى موقع الكواكب، وعند مناقشة القوى، والسرعات، والتسارعات. من المفهوم ضمنًا أننا أشرنا إلى الطبيعة الاتجاهية لهذه الكميات. لتحديد المتجهات لا يكفي استخدام الأرقام أو الكميات اللامتجه البسيطة إشارة إلى مقدارها أو قيمتها المطلقة. ويتم التعبير عن المتجهات بواسطة أسهم يمثل طولها واتجاهها قيمة واتجاه المتجه، على التوالي.

على سبيل المثال، عند الإشارة إلى سرعة جسم، لا يكفي القول بعدد الأمتار التي تحركها في الثانية. يجب أن نحدد اتجاه حركته. الجسم الساقط تكون له سرعة تتزايد بالنسبة للزمن المنقضي، ويكون اتجاهه عموديًا من أعلى إلى أسفل. نمثل هذه السرعة بمتجه عمودي بقيمة متزايدة، تشير نهايته إلى أسفل.

يتم أحيانًا استخدام المتجهات للتعبير عن موقع نقطة تتحرك بالنسبة لنقطة أخرى ثابتة. تلك حالة المتجه الشعاعي radius vector، الذي نشير إليه عند وصف قوانين كبلر. وأصل متجه نصف القطر يكون عند الشمس ونهايته عند الكوكب الذي يتحرك.

المتجهان المتوازيان **A** و**B**، يتم جمعهما ببساطة، ولمجموعهما نفس الاتجاه مثل جمع المتجهات. لو كانا متوازيان لكن اتجاههما متضادان، يكون مجموعهما متجه معامل يساوي الفرق بين معاملي المتجهان المذكوران واتجاهه هو اتجاه المتجه ذو المعامل الأكبر.

لو أن المتجهان **A** و**B** غير متوازيان، لكن لهما اتجاهين مختلفين، يكون مجموعهما هندسيًا متجه ثالث يتم الحصول عليه بنقل **B** موازيًا لنفسه بحيث يتطابق أصله مع نهاية **A**، وعندئذ بوصل أصل **A** مع نهاية **B** نحصل على مجموع **A + B** للمتجهين.

إذا كان لدينا نظام إحداثيات متعامدة Oxyz، يمكن كتابة المتجه **A** باستخدام مركباته الثلاث على محاور الإحداثيات، (Ax, Ay, Az) = **A**، وهي التي يتم الحصول عليها من إسقاط المتجه عليها. ويتم الحصول على معامل **A** بواسطة:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}.$$

حيث Ax = A cosα ، وAy = A cosβ، Az = A cosγ حيث α وβ و γ هي الزوايا بين محاور Ox, Oy وOz على التوالي. وهكذا فإن المتجه في الأبعاد الثلاثة يتم تحديده باعتباره مجموعة متتابعة من ثلاثة أرقام، وهي مركباته. دعنا نحدد وحدة المتجهات.

$$i = (1, 0, 0),\ \ j = (0,1,0),\ \ k = (o,0,1)$$

ويمكن كتابة:

$$A = A_x i + A_y j + A_z k$$

بنفس الطريقة:

$$B = B_x i + B_y j + B_z k$$

ومن الواضح أن مجموعهما:

$$A + B = (A_x + B_x)i + (A_y + B_y)j + (A_z + B_z)k$$

وهناك متجه مهم هو متجه الموقع:

$$r = xi + yj + zk$$

لأي نقطة مختارة عشوائيًا بالنسبة لنظام الإحداثيات Oxyz، يمكن جمع الكميات الميكانيكية مثل الإزاحات، والسرعات، والتسارعات، والقوى..إلخ، تبعًا لعملية جمع المتجه أو الجمع الهندسي هذه.

لو أن لقوتين اتجاهين متضادين لكن معامل متساوي، يكون مجموع الكميات الموجهة لهما متجه صفري، أي متجه ذو معامل صفر. ورغم ذلك، لا يعني هذا بالضرورة أن التأثير الفيزيائي ملغي: لو أثرت القوتان عند نقطتين مختلفتين، سيكون لكل منهما تأثر ميكانيكي. والقوى المتضادة مسؤولة عن التوازن الاستاتيكي – على سبيل المثال، بالنسبة لجسم وزنه G موجود على منضدة يؤثر الوّزن G على المنضدة ورد فعل المنضدة R--G يؤثر على الجسم. وتظهر القوى المضادة ذات المعاملات المتساوية أيضًا في الديناميكا، كما في حالة الشمس والكوكب: ويتم التعبير عن تأثيرها المتبادل بقوى متضادة، لكن القوى تؤثر على نقاط مختلفة على الشمس والكوكب: جمع الكميات الموجهة للقوى صفر، رغم أنها تسبب حركة الجسمين.

لو كان لدينا متجهان **A** و**B**، يكون المضروب العددي scalar product عدد يتم الحصول عليه بضرب معاملي كل متجه في جيب تمام الزاوية بين اتجاههما. وعادة ما يتم التعبير عن المضروب العددي بنقطة بين المتجهين:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \alpha. \qquad (1\text{- }4)$$

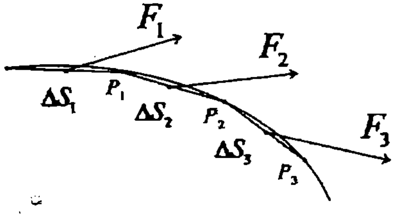
والمضروب العددي لمتجهين يمكن التعبير عنه أيضًا لحاصل ضرب معامل أحد المتجهين بمسقط الآخر عليه. والمضروب العددي تبادلي، $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$ ويضاف إلى ذلك أن $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A} = A^2$، أي أن مربع معامل متجه يتم الحصول عليه بالمضروب العددي للمتجه في نفسه. لو أن **A** و**B** متعامدان، عندئذ يكون $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = 0$. لو أن c عدد ما، يكون من الواضح أن $(c\mathbf{A}) \cdot \mathbf{B} = c(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$

والمتجهات الواحدية unit vectors تفي بالخواص التالية:

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = 1$$

و

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{i} = 0$$




الشكل ١-١٤

المضروب العددي يتم استخدامه، على سبيل المثال، لحساب الشغل الناتج عن قوة ما.

لذلك يمكن كتابة المضروب العددي على هيئة:

$$A\ .\ B = A_xB_x + A_yB_y + A_zb_z \qquad (1.5)$$

والمضروب العددي مفيد بشكل خاص في التعبير عن الشغل الذي تبذله قوة على جسيم يتحرك على مسار عشوائي بين نقطتين، $p_o$ و $p$. عند كل نقطة على المنحنى يكون للقوة زاوية مع المماس للمنحنى عند هذه النقطة. ويمكن حساب الشغل الكلي الذي تبذله القوة بالطريقة التالية: قسم المنحنى إلى أجزاء عند النقاط 1 و2 و3 ...إلخ، وارسم الأوتار المناظرة $\Delta S_1$ و $\Delta S_2$ و$\Delta S_3$ باعتبارها متجهات تصل بين النقاط $p_o$، $p_1$، $p_2$ و$p_3$...إلخ. عندئذ خذ قيمة القوة عند نقطة عشوائية داخل كل من هذه الأجزاء. ليكن $F_1, F_2, F_3$ إلى آخره هي قيم القوة عند هذه النقاط (الشكل ١-١٤). ثم احصل على مجموع المضروبات العددية:

$$\mathbf{F}_1 \cdot \Delta\mathbf{S}_1 + \mathbf{F}_2 \cdot \Delta\mathbf{S}_2 + \ldots + \mathbf{F}_n \cdot \Delta\mathbf{S}_n. \qquad (1.6)$$

عندما يميل عدد نقاط القسم إلى لانهاية، بحيث يميل معامل أكبر المتجهات $\Delta S_i$ إلى الصفر، يتم الحصول على القوة باعتبارها:

$$W = \lim_{\Delta\mathbf{S}_i \to 0} \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{F}_i \cdot \Delta\mathbf{S}_i. \qquad (1.7)$$

ويتم التعبير عن ذلك بالرمز

$$W = \int_{P_0 P} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}\ , \qquad (1.8)$$

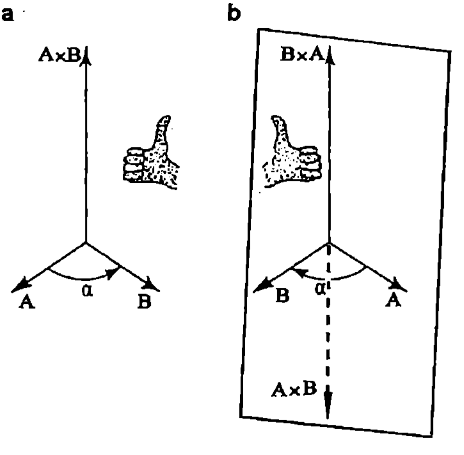
وهو ما يطلق عليه تكامل خطي line integral بين Po و P.

ومضروب كميتين موجهتين vector product (أو حاصل الضرب التصالبي cross product) لمتجهين يكون متجهًا جديدًا، يتم الحصول عليه بإجراء عملية رياضية عليهما. لتوضيح ذلك، نعتبر **A** و**B** متجهين في مستوى (الشكل ١-١٥). حلل **B**

إلى متجهين آخرين، $B_1$ و$B_2$ (مجموعهما **B**). المتجه $B_1$ في اتجاه **A** بينما المتجه $B_2$ في اتجاه عمودي على **A**. والآن نعرف متجه ثالث نطلق عليه متجه حاصل ضرب **A** في **B**، ويرمز له ب A x B، حيث يتصف بما يلي:

١- معامله هو حاصل ضرب معامل **A** و$B_2$. أي يساوي حاصل ضرب معامل **A** و**B** في جيب الزاوية بينهما AB sine α،

٢- اتجاهه عمودي على السطح الذي يرسمه **A** و**B** ويتم تحديده كما يلي: لو أن اتجاه الدوران لتركيب **A** على **B** يتحدد بأصابع السبابة والوسطى والبنصر والخنصر لليد اليمنى (كما هو موضح في الشكل ١-١٥)، عندئذ يحدد الإبهام اتجاه AxB (باعتبار أن الزاوية α بين المتجهين أقل من ١٨٠°).




الشكل ١-١٥

(a) هو مضروب كميتين موجهتين للمتجهين **A** و**B** وهو عبارة عن متجه ثالث عمودي على **A** و**B** ومعامله هو حاصل ضرب معاملي **A** و**B** مع جيب الزاوية بينهما، أو بشكل متكافئ، حاصل ضرب معامل أحدهما في مسقط الآخر على اتجاه عمودي على الأول. واتجاه متجه حاصل الضرب يتم الحصول عليه بقاعدة اليد اليمنى كما هو موضح في الشكل (b). وصورة المرآة لا تكفي لتحديد مضروب كميتين موجهتين للمتجهين، لكنها تطيع قاعدة اليد اليسرى، حيث صورة اليد اليمنى هي اليد اليسرى.

إذا توخينا الدقة، لا يكون متجه حاصل ضرب متجهين متجه حقيقي، ولكن متجه زائف، حيث أن صورة المرآة لا تفي بالتعريف السابق، لكن قاعدة اليد اليسرى، والتي من الواضح أنها لا تكافئه: صورة مرآة اليد اليمنى هي اليد اليسرى.

وبالتالي، يعطي حاصل الضرب **BxA** متجه له نفس المعامل لكنه مضاد في الاتجاه ل **AxB**. وتلك نتيجة مهمة: متجه حاصل الضرب ليس تبادليًا، لكن يمكن بالأحرى كتابة 0 = **BxA + AxB**، مما يعني أن مضروب كميتين موجهتين غير تبادلي. وبشكل خاص، **AxA** = 0 = **BxB**. ويمكن تعميم هذه الخاصية إلى مجالات ذات أبعاد أعلى، مما يؤدي إلى تعريف جبر خارجي أو جبر جراسمان (انظر الفصل ٧).

بالنسبة للمتجهات الواحدية، نجد الخواص التالية:

$$Ixi = jxj = kxk = 0$$

و

$$ixj = k, \; ixk = i, \; kxj = j$$

وحيث أن حاصل الضرب غير تبادلي، لو أننا استبدلنا الزوج على اليسار، تتغير الإشارة على اليمين. وبالنسبة للمكونات نحصل على:

$$AxB = (A_yB_z - A_zB_y)i + (A_zB_x - A_xB_z)j + (A_xb_y - A_yB_x)k$$

(1-9)

يمكن أن نرى بسهولة أن مضروب كميتين موجهتين يتلاشى لو أن المتجهات متوازيــة.

**تحويلات المتجهات.** يتم تحويل مركبات المتجه مثل الإحداثيات. على سبيل المثال، في حالة دوران منظومة إحداثيات، فإن المركبات $A_x, A_y, A_z$ تتحول مثل الإحداثيات x, y, z. ينتج عن دوران موجب (ضد اتجاه عقارب الساعة) للزاوية θ حول المحور z، متجه موقع للنقطة p، المعبر عنه باعتباره r = xi + yj + zk في النظام

الأصلي، يتم تحويله في نظام الدوران إلى $r' = x'i' + y'j' + z'k$ ، حيث الإحداثيات الجديدة $x', y', z'$ تأتي من ضرب مصفوفة الدوران R في المتجه الأولي r. والمتجهات الواحدية في النظام الذي تمت إدارته هي $i', j'$، حيث k لم تتغير. مصفوفة الدوران هي مجموعة أعداد ٣x٣ على هيئة ثلاثة صفوف وثلاثة أعمدة. وتتم تسمية عناصر المصفوفة بالعلامتين i وj، حيث تحدد الأولى الصف والثانية العمود. ومتجه الدوران r' هو حاصل ضرب مصفوفة الدوران R في المتجه الأصلي r. وبالنسبة لدوران خاص بزاوية θ حول المحور z، نكتب حاصل الضرب هذا كما يلي:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}. \tag{1.10}$$

ونتيجة هذا الدوران، تتحول مركبات المتجه A كما يلي:

$$A'x = Ax\cos\boldsymbol{\theta} + Ay\sin\boldsymbol{\theta}$$

$$A'y = -Ax\sin\boldsymbol{\theta} + Ay\cos\boldsymbol{\theta}$$

$$A'z = Az.$$

ونتيجة قلب محور الإحداثي، $(x, y, z) \to (x, y\ -z)$، يتحول المتجه **A** على أساس $(A_x, A_y, A_z) \to (A_x, A_y, -A_z)$. حيث يتحول شبه المتجه p تحت تأثير دورانات مثل الإحداثيات، لكن تحت تأثير القلب، يبقى كما هو، $(P_x, P_y, P_z) \to (P_x, P_y, P_z)$.

هناك طريقة بديلة لكتابة دوران "المتجه" السابق. لو إذا خصصنا إشارات المركبات عبر $x, y, z$ باعتبارها $i = 1, 2. 3$ على التوالي، يمكننا كتابة مركبات المتجه باعتبارها $A_i$. ويضاف إلى ذلك، يمكننا كتابة المصفوفة **R** بالنسبة للعناصر باعتبارها $R_{ji}$ (الصف i والعمود j). ثم، على سبيل المثال:

$$A'_3 = \sum_j R_{3j}A_j = R_{31}A_1 + R_{32}A_2 + R_{33}A_3.$$

في ما يلي، نقتبس اصطلاح الجمع لأينشتاين: لو احتوى حد على نفس الإشارة مرتين، يجب فهم جمع كل قيم هذه الإشارة. وبذلك فإن، $A'_3 = R_{3j} A_j$ يعنى جمع j، حيث تتراوح j بين 1,2,3 (ومن هنا ولاحقًا، سوف نستخدم الإشارات x, y, z كبديل ل 1, 2, 3 بفهمنا للتطابق $1 \rightarrow x$ و$2 \rightarrow y$ و$3 \rightarrow z$).

**الكميات المتدة tensors**. مضروب ثنائي المعامل dyadic product، **AB** لمتجهين **A** و**B** هو كمية لها خاصية:

$$(\mathbf{AB}) \cdot \mathbf{C} = \mathbf{A} (\mathbf{B} \cdot \mathbf{C}). \qquad (1\text{-}11)$$

والنتيجة متجه في اتجاه **A**، حيث $\mathbf{B} \cdot \mathbf{C}$ كمية لا متجهة. كما يلي:

$$(\mathbf{AB}) \cdot (c\mathbf{C}) = c\,[(\mathbf{AB}) \cdot \mathbf{C})]$$

و

$$(\mathbf{AB}) \cdot (\mathbf{C} + \mathbf{D}) = (\mathbf{AB}) \cdot \mathbf{C} + (\mathbf{AB}) \cdot \mathbf{D}$$

وتسمى الكمية **AB** عامل خطي linear operator، أو كمية ممتدة tensor، و(1-11) دالة خطية ل C. والكمية الممتدة هي كمية تتحول إحداثياتها لحاصل ضرب إحداثيات. على سبيل المثال، مركبة $T_{xy}$ للكمية الممتدة T تتحول كحاصل ضرب xy. والكمية الممتدة الواحدية unit tensor هي ثنائي المعامل $I = ii + jj + kk$. ومن السهل معرفة أن $I \cdot A = A$ وفي فضاء ذي أبعاد ثلاثة، يمكن كتابة كمية ممتدة من الدرجة الثانية على هيئة:

$$\begin{aligned} T = {} & T_{xx}ii + T_{xy}ij + T_{xz}ik \\ & + T_{yz}ji + T_{yy}jj + T_{yz}jk \\ & + T_{zx}ki + T_{zy}kj + T_{zz}k \end{aligned} \qquad (1\text{-}12)$$

ومع ذلك، من الأسهل كتابتها في مصفوفة على هيئة:

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} T_{xx} & T_{xy} & T_{xz} \\ T_{yx} & T_{yy} & T_{yz} \\ T_{zx} & T_{zy} & T_{zz} \end{pmatrix}. \qquad (1.13)$$

باستخدام الأدلة الرقمية $i, j = 1, 2, 3$، يمكن أن نكتب المركبات العاملة ل T باعتبارها $T_{ij}$. تكون الكمية الممتدة متماثلة إذا كان $T_{ij} = T_{ji}$، وغير متماثلة إذا كان $T_{ij} = -T_{ji}$. ويمكن كتابة كمية ممتدة عشوائية باعتبارها مجموع كمية ممتدة متماثلة وأخرى غير متماثلة.

يمكننا بالمثل تعريف كمية ممتدة ذات مرتبة ثالثة باعتبارها $T_{ijk}$...إلخ. بالنسبة إلينا، فإن الكمية الممتدة المهمة ذات المرتبة الثالثة هي وحدة الكمية الممتدة غير المتماثلة تمامًا $\epsilon_{ijk}$ التي يطلق عليها الكمية الممتدة ليفي سفيتا Levi-Civita. (في الحقيقة هي شبه كمية ممتدة، لأنها تسلك ككمية ممتدة إلا تحت تأثير انقلاب في الإحداثيات). ومركباتها كما يلي: صفر، لو أن دليلين على الأقل متساويين، 1+، لو أن تبديل الرموز (غير المتساوية) ijk زوجي (أي ١٢٣، ٣١٢، ٢٣١)، و 1-، لو أن تبديل الرموز فردي (أي 213, 321, 132).

دعنا ننظر في متجهين تمثلهما مركباتهما $A_j$ و$B_k$. لو أننا كتبنا حاصل ضرب $\epsilon_{ijk}$ وهذين المتجهين وجمعنا على j وk، سنحصل على:

$$C_i = \epsilon_{ijk} A_j B_k, \qquad (1.14)$$

أي

$$C_1 = \epsilon_{123} A_2 B_3 + \epsilon_{132} A_3 B_2,$$
$$C_2 = \epsilon_{231} A_3 B_1 + \epsilon_{213} A_1 B_3,$$
$$C_3 = \epsilon_{312} A_1 B_2 + \epsilon_{213} A_2 B_1.$$

وحيث أن $C_i = (A_2B_3 - A_3b_2, A_3B_1 - A_1B_3, A_1B_2 - A_2B_1)$ أي Ci مع $i = 1, 2, 3$ هي مركبات حاصل ضرب المتجه **AxB**.

وهكذا، يمكن كتابة حاصل ضرب المتجه **C = A x B** على هيئة مركبات كما يلي $C_i = 1/2\, \epsilon_{ijk} T_{jk}$، حيث $T_{jk}$ مركبات الكمية الممتدة غير المتماثلة **T**:

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 0 & C_2 & -C_3 \\ -C_2 & 0 & C_1 \\ C_3 & -C_1 & 0 \end{pmatrix}. \qquad (1.15)$$

ويطلق على شبه المتجه **C** شبه المتجه الثنائي للكمية الممتدة **T**.

عادة يتم التعبير عن الكميات الفيزيائية بالغة الأهمية بمضروبات كميات موجهة. والأمثلة كمية الحركة الزاوية **L**، أو المجال المغناطيسي **B**. وسوف يتم أيضًا استخدام مضروب الكميات الموجهة في التعبير (١-٢٧) للسرعة مكتوبة في النظام الدوار للإحداثيات، ومن المفيد معرفة أنه في هذه الحالات تكون شبه متجه، أي ثنائية كمية ممتدة غير متماثلة.

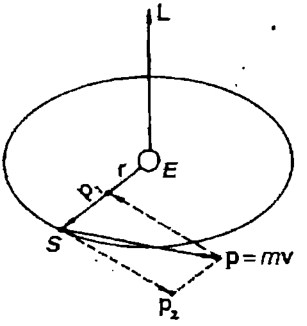
بالنسبة لقمر ذي كتلة m يتحرك حول الأرض، يمكن اعتبار سرعته في كل لحظة هو مجموع متجهين: مركبة على متجه شعاعي وأخرى عمودية عليه، موجود في سطح المدار. كمية الحركة الزاوية للقمر حول الأرض (الشكل ١-١٦) يتم الحصول عليها بحاصل الضرب التصالبي للمتجه الشعاعي r للقمر بالنسبة للأرض وكمية الحركة **p** = mv للقمر:

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} \qquad (1.16)$$

### ١-٤-٣ الحركة الكوكبية في نظرية نيوتن:

من المفيد تحليل حركة كوكب حول الشمس (أو قمر حول الأرض) كنتيجة لقانون نيوتن الثاني.

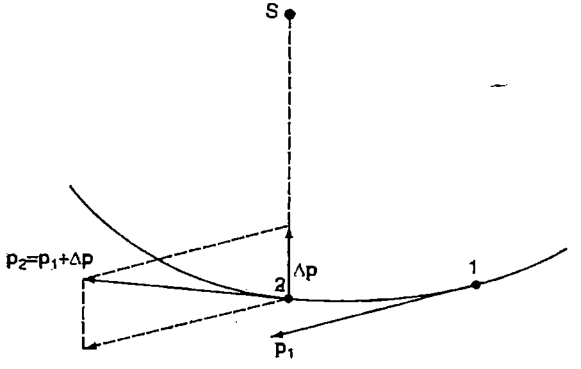
افترض أنه في لحظة ما كانت كمية حركة الكوكب **p** = mv حول الشمس. لو أنه تم فصل قوة الجاذبية في تلك اللحظة بالتحديد، قد يستمر الكوكب في حركته المنتظمة في خط مستقيم، بكمية حركة **p**. في المدة الزمنية $\Delta t$ التي تنقضي بين موقعين متجاورين 1 و2، يقع للكوكب تغير في كمية حركته تحت تأثير قوة جاذبية الشمس **F**.




الشكل ١-١٦

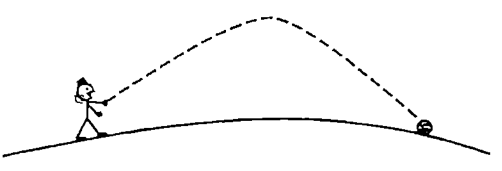
كمية الحركة الزاوية للقمر S الذي يتحرك حول الأرض E.

تكون كمية الحركة الزاوية L = r x p.




الشكل ١-١٧

تؤثر الشمس بقوة مستمرة على الكوكب وينتج عن ذلك زيادة في كمية حركته الخطية بكمية $\Delta p$ بين موقعين متتاليين 1 و2. ويتجه هذا المتجه $\Delta p$ عبر المتجه الشعاعي الذي يربط الكوكب بالشمس.



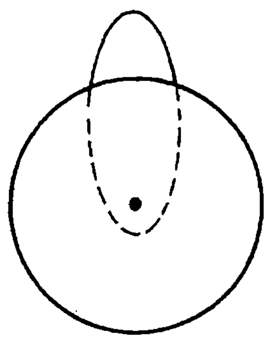
الشكل ١-١٨

لو كان من الممكن إهمال مقاومة الهواء، ينطلق الحجر على المسار الذي يوضحه الشكل ويكون المسار على هيئة قوس تقريبًا.

يتم تمثيل هذا التغير بالمتجه $\Delta p = F\,\Delta t$ في اتجاه قوة تأثير الشمس على الكوكب (الشكل ١-١٧). ثم عند النقطة 2، تصبح كمية حركة الكوكب $p + \Delta p$. يتم تكرار العملية عند نقاط متتالية بحيث يكون المسار الناتج منحنى. يحدث ذلك في كل لحظة تحت تأثير القوة F التي تسبب "سقوط" الكوكب بشكل مستمر تجاه الشمس.

كمثال آخر، افترض أننا جعلنا حجرًا يسقط بحرية، بداية من موقع سكون: تكون سرعته الأولية صفر، ولكن بسبب جاذبية الأرض، يكتسب كمية حركة $\Delta p$ تزداد مع الزمن، ويتوجه في نفس اتجاه تأثير القوة الناتجة من الأرض على الحجر.

لو تم قذف الحجر بعيدًا، تكون له كمية حركة أولية $p = mv$ (حيث m هي كتلة الحجر وv سرعته). يتم جمع كمية الحركة الأولية هذه مع كمية الحركة $\Delta p$ الناتجة عن جاذبية الأرض وتكون النتيجة بوضوح مسار على هيئة قطع مكافئ (الشكلان ١-١٨ و١-١٩).



الشكل ١-١٩

**بشكل محدد، يكون المسار الذي يتخذه جسم تم قذفه مثل ذلك المذكور في الشكل السابق على هيئة قوس قطع ناقص منحرف جدًا عن المركز الهندسي، حيث مركز الأرض أحد البؤرتين.**

نريد أن نؤكد على الاختلاف المهم بين حالة قذف جسم رأسيًا إلى أعلى والجسم الذي يوضع على مسار أرضي. في الحالة الأولى، تتجه كمية الحركة الأولية في نفس اتجاه القوة المؤثرة، وإذا "لم يكن يتحرك بسرعة أعلى من سرعة الهروب"، يعود الجسم إلى الأرض، متبعًا الاتجاه الرأسي. في الحالة الثانية، فإن كمية الحركة الأولية للجسم p (قمر على سبيل المثال) تشكل زاوية (تتراوح بين صفر و $2\pi$) في الاتجاه الرأسي، أو مع المتجه الشعاعي r للقمر بالنسبة لمركز الأرض. في حالتنا هذه، لإتمام

حركة قمر في مدار حول الأرض، يجب أن تختلف كمية حركته الزاوية $L = r \times p$ بالنسبة لمركز الأرض E عن الصفر (الشكل ١-١٦). في حالة الحركة على الرأسي، تكون كمية الحركة الزاوية صفر ولا توجد حركة مدارية.

هناك خاصية مهمة لكمية الحركة الزاوية لحالة القمر الذي يدور حول الأرض، أو الكوكب الدائر حول الشمس، وهي أن قيمتها ثابت لا يصبح صفرًا، أي لا يتغير مع الزمن لأن القوة المؤثرة هنا قوة مركزية: يمر اتجاهها دائمًا خلال نقطة ثابتة، هي مركز القوى.

### ١-٤-٤ القانون الثالث لنيوتن:

يتم الوفاء بالقانون الثالث لنيوتن بالنسبة لقوة الجذب المتبادل بين الشمس والكواكب، وبين الكواكب بعضها البعض. تؤثر القوة التي تجذب بها الشمس الأرض على الأرض، لكن هناك قوة مساوية ومضادة في الاتجاه تؤثر بها الأرض على الشمس، وكلاهما يمر عبر الخط الرابط بين مركزيهما. ويتم تطبيق الفعل ورد الفعل دائمًا في نقاط مختلفة.

المثال الآخر يتوفر في حالة جسم واحد موضوع فوق آخر. طوبة على منضدة تؤثر بفعل مساوي لوزنها، وتؤثر المنضدة على الطوبة بقوة مساوية ومضادة. لو تم وضع الطوبة على فراش زنبركي، يتشكل الفراش، ويتسطح جزئيًا. أخيرًا، لو تم وضعها على صحيفة منبسطة، ممسوكة بكلتا اليدين، ربما تتقطع الصحيفة وتسقط الطوبة على الأرضية. لا تستطيع الصحيفة إحداث رد فعل بقوة مساوية ومضادة لوزن الطوبة، ومن ثم تتقطع. قد لا يحدث ذلك لو أننا بدلاً عن الطوبة وضعنا جسمًا أخف وزنًا على الصحيفة (عملة مثلاً). نرى من هذه الأمثلة أن الفعل، بشكل عام، يسبب بعض التشوه في الجسم الذي يؤثر عليه، مرغمًا إياه على إحداث رد فعل مساوي ومضاد، وأن هناك قيمة تحد من القوة المؤثرة، عندما ينهار الجسم.

في الحالتين السابقتين لدينا مثالين عن الفعل من مسافة والفعل بالتلامس. الأول نموذجي عن المفهوم التقليدي لتفاعل الجاذبية بين الأجسام، والذي تم استبداله لاحقًا بمفهوم المجال، كعنصر وسطي للتفاعل، والذي ينتشر بسرعة محدودة. وهذا ما سوف تتم مناقشته بمزيد من التفاصيل في الفصول اللاحقة.

لا بد من توضيح القانون الثالث لنيوتن بعناية في العالم الذري، نظرًا للسرعة المحدودة لانتشار التفاعلات. على سبيل المثال، ينتج عن جسيمان مشحونان في حالة حركة قوى متبادلة جاذبة أو متنافرة، لكن في لحظة ما يتم تحديد القوة المؤثرة على أحد الجسيمين بموقع الآخر في لحظة ما سابقة، ويتم الشعور بموقعه الجديد في وقت ما لاحق.

يمكن اعتبار قانون نيوتن الثالث مظهر لقانون أكثر عمومية بكثير. وفي الواقع، لا يثبت التعبير فعل ↔ رد فعل تساويهما، بل بالأحرى العلاقة المحفز – رد الفعل، حيث يعاكس الأول الثاني. يمكن أن يحدث ذلك في كل مجالات الفيزياء. على سبيل المثال، في نظرية الكهرباء المغناطيسية، نجد أنه عند تغير المجال المغناطيسي بالقرب من موصل، يتولد تيار كهربائي في الأخير (قانون فاراداي). لكن هذا التيار بدوره يولد مجالاً مغناطيسيًا يعمل ضد المجال الأصلي (قانون لينز). يضاف إلى ذلك، يتولد عن شحنة كهربائية في وسط ما مجال كهربائي، يجذب الشحنات ذات الإشارة المضادة، ويكون الأثر الخالص حجب الشحنة والمجال الناتج عنها.

في الديناميكا الحرارية، يتم التعبير عن هذا القانون العام بمبدأ شاتيلييه Le' Chatelier principle: لو تم تطبيق بعض الأفعال الخارجية على نظام في حالة توازن، وإذا كانت تميل إلى تغييره، تحدث بعض ردود الفعل في النظام تميل إلى معادلة الأفعال الخارجية وتنقل النظام إلى حالة اتزان جديدة. على سبيل المثال، لو أننا قمنا بتسخين جرة بعود ثقاب عند نقطة ما، تغير الجرة من حالة اتزانها. ومع ذلك، تنتشر الحرارة في كتلة جرة لتبرد النقطة الحارة، وبعد وقت ما، تصل الجرة إلى حالة جديدة من الاتزان عند درجة حرارة منتظمة أعلى مما قبل بسبب الحرارة التي تم امتصاصها.

## ١–٥ قوانين الحفظ:

باتخاذ قوانين نيوتن نقطة بداية، وعلى أساس الفرضية البسيطة حول تفاعل القوى بين الجسيمات، من الممكن إنشاء ثلاث قوانين للحفظ:

١- حفظ كمية الحركة الخطية،

٢- حفظ كمية الحركة الزاوية،

٣- حفظ الطاقة.

يتم اعتبار حفظ هذه الكميات الثلاثة صحيح في كل مجالات الفيزياء، ويمكن استنتاجها كتوابع لخواص التماثل الأساسية للمكان والزمن. وهكذا، فإن حفظ كمية الحركة الخطية هو نتيجة تجانس المكان، وحفظ كمية الحركة الزاوية يعود إلى توحد خواص المكان (أي إن كل اتجاهات المكان متكافئة بالنسبة لأي نظام فيزيائي، أي أن كل خواصه لا تتغير إذا تمت إدارته في مجمله)، وحفظ الطاقة نتيجة لتناسق الزمن (بعبارة أخرى، يكون تطور النظام بالنسبة للزمن، بداية من الحالة الأولية $t_0$ هو نفسه لأي قيمة ل $t_0$). وهذا التناظر بين الخواص المتماثلة وقوانين الحفظ عام إلى أقصى حد ويبرز من جديد في النظريات الأخرى، خاصة في الفيزياء المجهرية microscopic physics. جاء الفهم الأساسي لهذه العلاقة من عالمة الرياضيات اليهودية الألمانية إيمي نوثر Emmy Noether (١٨٨٢-١٩٣٥)،

في الفرضية التي تحمل اسمها والتي اتضح أنها العمل الأكثر تأثيرًا في تطور الفيزياء النظرية في القرن العشرين.

**١-٥-١ حفظ كمية الحركة الخطية:**

من السهل القول أنه بالنسبة لنظام جسيمات لا يقع تحت تأثير خارجي يتم حفظ كمية الحركة الخطية (مجموع كميات الحركة لكل الجسيمات) عند استيفاء متطلبات قانون نيوتن الثالث. لكن بطريقة أخرى، يتم حفظ كمية الحركة الخطية لو كان الفعل ورد الفعل متساويين في المعامل لكنهما يعملان في اتجاهين متضادين.

قد يحدث أن يبث أحد الجسيمين المتفاعلين أو كلاهما إشعاع ما. وفي هذه الحالة يجب أن نعزو بعض من كمية الحركة إلى مجال الإشعاع بحيث يتم حفظ كمية الحركة الخطية. عندما يتم اعتبار الإشعاع مكون من جسيمات كمية (فوتونات مثلاً)،

يتم استرجاع قانون حفظ كمية الحركة الخطية بتضمين جسيمات جديدة التكوين تحمل كمية معينة من كمية الحركة الخطية.

يجب أن نشير إلى مثال من الفيزياء التي ترى بالعين المجردة. لو أننا أطلقنا النار من بندقية، فإن الرصاصة، ذات الكتلة الصغيرة، تغادر البندقية بسرعة بضعة أمتار في الثانية. وترتد البندقية في الاتجاه المعاكس بسرعة أقل (لحظة إطلاق النار يمكننا إهمال فعل القوة الناتجة عن مجال جاذبية الأرض). لو أن m هي الكتلة وv هي سرعة الرصاصة، ولو أن M وV هما كتلة البندقية وسرعتها، نجد أن mv - = MV. لذلك فإن كمية الحركة المكتسبة بواسطة الرصاصة هي نفسها (لكن بإشارة معاكسة) التي اكتسبتها البندقية. ومجموع كميتان متساويتين في المعامل لكن متضادتان في الاتجاه يساوي صفر، وهي القيمة الأولية لكمية الحركة الخطية.

لكن ماذا يحدث لو أننا ثبتنا البندقية بحائط صلب؟ في هذه الحالة لا ترتد البندقية إلى الخلف، حيث يوقفها الحائط. لكن الشروط تغيرت الآن. حيث هناك قوة خارجية تؤثر على البندقية، بعد أن تم تثبيتها في الحائط، الذي بدوره مثبت على الأرض.

وهذا يعني أن الأرض عليها أن ترتد بسرعة، عندما يتم ضربها في كتلتها، وتنتج كمية حركة تساوي في المعامل لكنها تضاد في الاتجاه لتلك التي تحملها الرصاصة. دعنا نفترض أن للرصاصة كتلة ١٠٠ جم، وأن سرعتها ١٠٠م/ث = $١٠^{٤}$ سم/ث. وكتلة الأرض M تساوي ٥.٩٨ x $١٠^{٢٧}$ جم. من المعادلة mv- = MV نجد أنه بعد إطلاق البندقية، يجب أن ترتد الأرض بسرعة تصل إلى $١٠^{-٢٠}$ سم/ث. ولكل الأغراض العملية يعتبر ذلك صفرًا.

يحدث شيء مماثل لو أننا قذفنا بكرة مطاطية في مواجهة الحائط. ترتد الكرة وتعود بسرعة بنفس المعامل تقريبًا، لكن في اتجاه معاكس. ومن الواضح أن كمية الحركة الخطية لا يتم حفظها، لكن الكرة تكون قد اقتطعت كمية من كمية الحركة من الحائط، أو من الأرض، التي ترتد بسرعة غير ذات قيمة.

يجب أن نؤكد على أنه، في المثال السابق، كان لسرعة الكرة المرتدة عن الحائط اتجاه معاكس لما كان لها قبل الاصطدام، لكن معاملها أصغر بالفعل إلى حد ما. لم يعيد الحائط كل كمية الحركة التي حدثت، لكنه يمتص جزءًا منه. وتحدث الحالة القصوى إذا قذفنا بكرة من الصلصال في مواجهة الحائط. في هذه الحالة لا ترتد الكرة. تتحول كل كمية الحركة الخطية إلى الحائط، وحيث أنه مثبت في الأرض، لا يتم إدراك التغير الناتج في حركته. لكن لو كان الحائط يقوم على عجلات يمكنها التحرك بدون احتكاك، قد يبدأ في الحركة مع كرة الصلصال المصطدمة الملتصقة به. ويمكن معرفة سرعته بسهولة: لو أن **M** هي كتلته وm وv كتلة وسرعة كرة الصلصال، نستنتج أن معامل سرعة الحائط **V** هو:

$$\mathbf{V} = v\ m/(m + M) \tag{1.17}$$

**حفظ كمية الحركة الخطية وظاهرة موسباور Mossbauer Effect.** المثال السابق للبندقية المثبتة في الأرض (التي لا ترتد) له تناظر مهم في الفيزياء النووية، في ما يعرف بظاهرة موسباور. في هذه الحالة، تكون البندقية نواة ذرية، والرصاصة أشعة جاما منبعثة منها. يكون لأشعة جاما المنبعثة من النواة تردد ثابت، لكن عندما تستطيع النواة الحركة، كما يحدث في الغاز، يكون لدينا حالة مشابهة للمثال الأول للبندقية المرتدة. ترتد النواة عند بثها لأشعة جاما. وذلك يجعل من الممكن ملاحظة نطاق الترددات، في نطاق عرض ترددي معين $\Delta w$ ، أي يكون هناك قيم كثيرة من التردد في تلك الفترة الزمنية ومجموعة مستمرة من الترددات يمكن ملاحظتها بسبب القيم المختلفة للطاقة المفقودة في ارتداد النواة. لا يكون للتردد بعد ذلك قيمة دقيقة، لكنه يقع في مجال القيم الممكنة، وهو ما نطلق عليه عدم الدقة أو الخطأ.

ومع ذلك، تحدث في بلورات معينة (مثلاً الإيريديوم ١٩٧ والحديد ٥٧) ظواهر مثل مثال البندقية المثبتة على الأرض، حيث النواة المنبعث منها الإشعاع تكون مثبتة على نحو فعال في البلورة (التي لا ترتد بشكل ملحوظ). عندئذ يكون لتردد

الإشعاع المنبعث نطاقًا ضيقًا غير عادي له العرض $\Delta\omega$. في حالة الحديد ٥٧، يكون لعرض النطاق المنقسم بالتردد $\omega$ القيمة $\Delta\omega / \omega \sim 3 \times 10^{-13}$. وهذا هو المكافئ بوحدات الزمن لخطأ ثانية واحدة في فترة زمنية ٣٠٠٠٠ سنة.

وكما هو واضح من ذلك، يمكن استخدام ظاهرة موسباور للحصول على قياسات تردد بالغة الدقة.

### ١-٥-٢ حفظ كمية الحركة الزاوية:

في حالة الحركة تحت تأثير فعل قوة مركزية (تعمل في اتجاه متجه شعاعي يصل بين الكوكب والشمس)، يتم حفظ كمية الحركة الزاوية: لا تتغير مع الزمن. بالإشارة من جديد للشكل ١-١٦ لقمر حول الأرض، يكون التغير $\Delta \mathbf{p}$ في كمية الحركة الخطية التي يكتسبها القمر تحت تأثير قوة الجاذبية الأرضية في اتجاه دائم على r. لهذا السبب لا يساهم في كمية الحركة الزاوية، التي تعود فقط إلى المركبة $p2$ العمودية على r.

لو انخفض r، تزداد $\mathbf{p2}$ بحيث يظل حاصل الضرب $L = rp2$ ثابتًا. ويكافئ ذلك تعبير القانون الثاني لكبلر الذي ليس سوى تعبير عن حفظ كمية الحركة الزاوية. تتحرك الكواكب عندما تقترب من الشمس (يتلاشى المتجه الشعاعي) بشكل أسرع من سرعتها عندما تكون أكثر بعدًا.

بالإضافة إلى كمية الحركة الزاوية الناتجة عن الحركة المدارية حول الشمس، يكون للكواكب كمية حركة زاوية عائدة إلى حركة الدوران حول محورها. ويولد ذلك مجالاً مغناطيسيًا بسبب دوران الشحنات الكهربائية داخلها.

يحدث أحيانًا شيء مشابه في العالم الذري. للإلكترون في الذرة بعض من كمية الحركة الزاوية الحقيقية أو اللف الذي يتم حفظه حتى لو تحرك خارج الذرة، رغم أنه قد لا يكون صحيحًا تخيل إلكترون ككرة تدور حول محورها.

يتم قياس كمية الحركة الزاوية للف قياسًا بوحدة $\hbar$ وهي ثابت بلانك h مقسوم على $2\pi$، وقيمته ١.٠٥ x ١٠^-٢٧^ إرج ث. والإلكترونات، والبروتونات،

والنيوترونات، والنيوترينات والجسيمات الأخرى لها لف يساوي ١ / ٢ هذه الوحدة. للفوتونات لف يساوي ١ وللميزونات π لف صفر.

الجسيمات ذات اللف ١ / ٢ (أو أي نصف عدد صحيح) تسمى فرميونات، تكريمًا لعالم الفيزياء الإيطالي أنريكو فيرمي Enrico Fermi (١٩٠١ – ١٩٥٤)، وتطيع مبدأ باولي للاستبعاد، الذي تمت صياغته في ١٩٢٥ بواسطة وولفجانج باولي Wolfgang Pauli (١٩٠٠ – ١٩٥٨). من جانب آخر، لو كان لجسيم ما لف عدد صحيح، يطلق عليه بوزون، تكريمًا لعالم الفيزياء الهندي ساتيندرا ناث بوز Satyendra Nath Bose (١٨٩٤ – ١٩٧٤). ولا تطيع البوزونات مبدأ باولي.

أيضًا تُعتبر كمية الحركة الزاوية لنظام جسيمات معزول محفوظة لو أن الجسيمات تطلق قوى متساوية ومتضادة كل منها على الأخرى.

كما في حالة كمية الحركة الخطية، قد يحدث أن يفقد جسيم كمية محددة من كمية الحركة الزاوية، التي يحملها جسيم ظهر حديثًا. تلك حالة إلكترون في ذرة: عند قفزه من مستوى ما من الطاقة إلى مستوى آخر، يفقد كمية محددة من كمية الحركة الزاوية، لكن الفوتون المنبعث يحمل على وجه الدقة كمية الحركة الزاوية المفقودة.

عندما تم بحث حالة انحلال نيوترون، تمت ملاحظة أن الجسيمات الناتجة كانت بروتون وإلكترون. وحيث أن للنيوترون لف كمية حركة زاوية يساوي ١ / ٢، وهو نفس الأمر بالنسبة للبروتون والإلكترون، كان لغزًا تفسير سبب أن اللف الكلي للجسيمين الناتجين ليس ١ / ٢. ويضاف إلى ذلك، أن الطاقة لم تكن محفوظة أيضًا. عندئذ في ١٩٣١، افترض باولي وجود جسيم متعادل يحمل اللف والطاقة المفقودين. وأُطلق على هذا الجسيم نيوترين neutrino وتم افتراض أن له لف ١ / ٢. رغم أن الأمر احتاج إلى أكثر من ٢٠ سنة، تم إثبات وجود النيوترين أخيرًا في المختبر. واحتاج الأمر إلى هذا الوقت الطويل لأن النيوترينات جسيمات يعتبر تفاعلها مع المادة ضعيف جدًا. وسوف تتم مناقشة النيوترينات والتفاعلات الضعيفة في الفصول ٩، و١٠ و١١.

### ١-٥-٣ حفظ الطاقة:

بالنسبة لجسم له كتلة m يتحرك بسرعة v، تكون طاقته الحركية kinetic energy $1/2\ mv^2$. وفي ما لا يشبه كمية الحركة الخطية وكمية الحركة الزاوية، وهي متجهة، لا تعتمد الطاقة الحركية على اتجاه الحركة.

الشكل الآخر للطاقة هو الطاقة الكامنة potential energy (أو طاقة الوضع – المترجم). لو أن نفس الجسم له كتلة m موضوع على ارتفاع معين h فوق الأرض، نقول أن له طاقة كامنة mgh بالنسبة لسطح الأرض (g هو التسارع بسبب جاذبية الأرض، وقيمته ٩,٨ م/ث٢)، أي أن الطاقة الكامنة هذه تساوي حاصل ضرب الوزن في الارتفاع. لو سقط الجسم بحرية، تتلاشى الطاقة الكامنة بسبب انخفاض الارتفاع بالنسبة للأرضية. لكن من جانب آخر، يكتسب الجسنم زيادة في السرعة: ينتج عن انخفاض الطاقة الكامنة زيادة في الطاقة الحركية، بطريقة تجعل مجموعهما ثابتًا:

$$1/2\ mv^2 + mgz = const. = mgh$$

حيث z الارتفاع في أي لحظة بين لحظة إطلاق الجسم ولحظة لمسه للأرض.

بالنسبة لكوكب كتلته m يتحرك حول الشمس، على سبيل المثال، تكون طاقته الحركية، والتي نطلق عليها T هي:

$$T = 1/2\ m\,(v_r^2 + v_l^2) \qquad (1.18)$$

حيث $v_r$ السرعة القطرية، واتجاهها عبر نصف القطر الواصل بين الكوكب والشمس، و$v_l$ هي السرعة المتعامدة مع المتجه الشعاعي. ونرمز للطاقة الكامنة (المساوية للطاقة المطلوبة لإحضار الكوكب من اللانهاية إلى نقطة وجوده) ب V وتساوي:

$$V = -\,(GMm)/r \qquad (1.19)$$

وهنا G هي الثابت العام للجاذبية، وM كتلة الشمس، وr المسافة بين الكوكب والشمس (أو من مركز الكوكب ومركز كتلة المجموعة شمس – كوكب، وهي نقطة موجودة في الشمس). الإشارة السالبة للطاقة الكامنة تعود إلى حقيقة أن القوة بين الكوكب والشمس جاذبة والطاقة المطلوبة لإحضار الكوكب من اللانهاية إلى موقعه الراهن سالبة: ليس من الضرورة فقد الطاقة لأن الشمس تتخلى عن هذه الطاقة من خلال قواها الجاذبة. لذلك تكون الطاقة الكلية كما يلي:

$$E = T + V = 1/2\ m(v_r^2 + v_l^2) - (GMm)/r \qquad (1.20)$$

لكن حيث أن كمية الحركة الزاوية $L = mv_l r$ ثابتة، يمكننا كتابة:

$$v_l = L/mr \qquad (1.21)$$

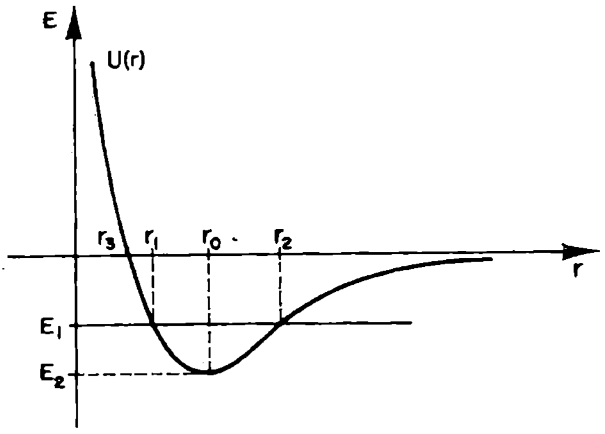
وطاقة الكوكب حول الشمس تأتي من تعبير يعتمد على نصف القطر والسرعة القطرية. بالنسبة لقيمة ما لكمية الحركة الزاوية، يكون لدينا:

$$E = m\ v_r^2/2 + L^2/(2mr^2) - (GMm)/r \qquad (1.22)$$

وهذا يكافئ الطاقة في حالة حركة جسيم ذو كتلة m في اتجاه واحد، مع طاقة كامنة تأتي من:

$$U = L^2/(2mr^2) - (GMm)/r \qquad (1.23)$$

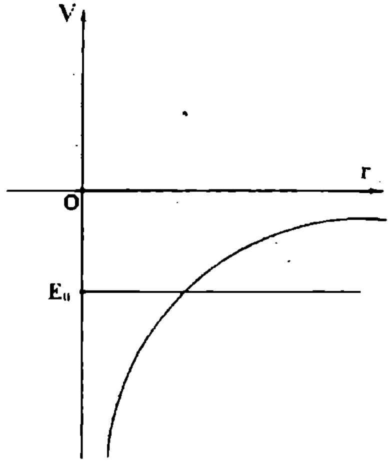
يطلق عليها الطاقة الكامنة الفعالة. لو أننا مثلنا U بالرسم باعتبارها دالة ل r، نحصل على المنحنى الموضح في الشكل ١-٢٠. لو أن كمية الحركة الزاوية $L = 0$، عندئذ $V = U$، ويكون الشكل كما هو موضح ١-٢١.




الشكل ١-٢٠

**الطاقة الكامنة الفعالة $U(r)$ لكوكب ما خلال حركته حول الشمس. بالنسبة للطاقة الكلية السالبة $E_1$، تكون الحركة ممكنة بين $r_1$ و$r_2$ (الحركة الإهليلجية). أقل قيمة للطاقة هي $E_2$، المناظرة للمدار الدائري بنصف قطر $r_o$. بالنسبة للطاقة صفر $E = 0$، تكون الحركة على هيئة القطع المكافئ، بين $r_3$ و$r = \infty$. بالنسبة للطاقات $E > o$، تكون المدارات على هيئة القطع الزائد.**

دعنا نحلل الآن الحالة التي تكون فيها كمية الحركة الزاوية L مختلفة عن صفر. لو وضعنا $U = E_1$ (حيث $E_1$ هي الخط المستقيم الموازي لمحور r في الشكل ١-٢٠)، نحصل على نقطتي تقاطع، $r_1$ و$r_2$، بين ا لمنحنى U والخط $E_1$، لو أن $E_1$ سالبة. النقاط على المنحنى التي تكون أسفل الخط المستقيم تناظر مواقع الكوكب التي تكون ممكنة فيزيائيًا: الطاقة الحركية القطرية لها تكون موجبة، حيث $T_{rad} = E_1 - U$. هذا يعني أن بعد الكوكب عن الشمس قد يأخذ أية قيمة بين $r_1$ و$r_2$، وهما على التوالي أقل مسافة (الحضيض الشمسي) وأقصى مسافة (الأوج) عن الشمس. تلك هي حالة المدارات الإهليلجية، وتحدث الحركة في منطقة محدودة من الفضاء. أي إن نصف القطر يتأرجح بين القيمتين $r_1$ و$r_2$ عندما يتحرك الكوكب حول الشمس في مساره الإهليلجي.




**الشكل ١-٢١**

لو كانت كمية الحركة الزاوية صفر، يتم توقيع الطاقة الكامنة باعتبارها دالة لمسافة الكوكب r عن الشمس، وتأخذ الهيئة الموضحة في الشكل. في هذه الحالة، تكون الحركة الخطية فقط للأجسام هي الممكنة، كما في حالة الأجسام التي تسقط رأسيًا.

بالنسبة لأدنى قيمة للطاقة $E_2$، هناك فقط نقطة واحدة للتماس مع المنحنى U، أي فقط قيمة واحدة $r = r_0$. يكون الكوكب دائمًا عند مسافة ثابتة من الشمس، لذلك يكون المدار دائرة.

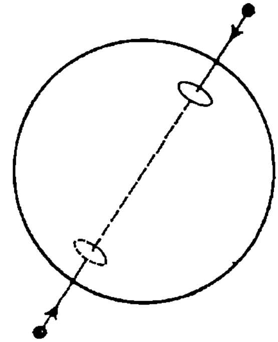
في تلك الأمثلة، كما اتضح، تكون الطاقة الكلية دائمًا سالبة. لو أن الطاقة الكلية صفر، أي لو أن الطاقة الكامنة الفعالة U تساوي رقميًا طاقة الحركة، تكون هناك نقطة واحدة فقط للتقاطع بين المحور الأفقي والمنحنى U. يمكن للجسم أن يأتي من اللانهاية ويقترب على مسافة دنيا r من الشمس، ثم يتحرك مبتعدًا إلى اللانهاية من جديد. تناظر هذه الحركة مدارًا على هيئة القطع المكافئ. وهذا صحيح لأي جسم في الفراغ الحر، والذي كان ساكنًا، أو ساكن تقريبًا، وبدأ يشعر بمجال جاذبية الشمس.

يحدث موقف مماثل لو أن الطاقة الكلية E موجبة، لكن في هذه الحالة يكون المدار على شكل القطع الزائد.

تتبع بعض المذنبات مسارًا على شكل القطع المكافئ أو مسار القطع الزائد حول الشمس، أي تقترب منها ثم تبتعد بعد ذلك إلى اللانهاية، ولا تعود أبدًا إلى المجموعة الشمسية. ويتبع أي جسم بعيد عشوائي مسارًا مماثلاً بطاقة موجبة عند اقترابه من الشمس.

حتى الضوء لا يتملص من قانون جذب الجاذبية. تثبت الديناميكا الكهربائية التقليدية أن للضوء طاقة وكمية تحرك. لذلك، من المتوقع أن الضوء الآتي من نجم بعيد، عندما يمر بالقرب من الشمس، ينحرف عن الخط المستقيم، ويتحرك في مسار يشبه القطع الزائد. تم اقتراح حدوث انحناء الضوء هذا بواسطة هنري كافنديش Henry Cavendish (١٧٣١-١٨١٠)، باستخدام النظرية الجسيمية للضوء لنيوتن، وتم حسابه لاحقًا بواسطة جوهان جورج فون سولدنر Johan Georg von Soldner (١٧٧٦-١٨٣٣). وكانت حسابات أينشتاين الأولى في ١٩١١ (القائمة على تمدد الزمن التجاذبي) على اتفاق مع نتائج سولدنر، لكنه أثبت في ١٩١٥ أن التأثير النسبوي الكلي، الذي يضع في حسبانه أيضًا تشوه الفضاء بالأجسام الضخمة، كان بالفعل ضعف القيمة التي حسبها سابقًا (انظر الفصل ١٠).

بالعودة إلى مثالنا، لو أن كمية الحركة الزاوية صفر، V = U. تلك حالة جسم تم قذفه رأسيًا إلى أعلى. إذا كان $r_0$ نصف قطر الأرض، يمكن للجسم أن يصل إلى ارتفاع $r_1$، ثم يعود إلى سطح الأرض.



**الشكل ١-٢٢**

**لو كان من الممكن إحداث فجوة خلال الأرض تمامًا، تمر بمركزها، قد يتذبذب جسيم مقذوف في الفجوة إلى أسفل بشكل مستمر بين نهايتي القطر.**

دعنا نتخيل ما قد يحدث لو تم حفر فجوة افتراضية خلال الأرض، عبر أحد أقطارها. عندئذ قد يمر الجسم خلال مركز الأرض، حيث يصل بطاقة حركية قصوى. وبعد المرور بالمركز، قد يخرج من النهاية المقابلة، حيث يصل إلى موقع مماثل تمامًا في أرض القطب المقابل. من حيث المبدأ، قد يعود إلى نقطة بدايته ومن ثم يتذبذب إلى مالانهاية (الشكل ١-٢٢). قد يكون مداره تذبذب خطي. في نقطة داخل الأرض على مسافة $r$ من المركز، تكون قوة الجاذبية المؤثرة على جسم له كتلة $m$ يسقط إلى أسفل في الفجوة هي القوة الناتجة من كرة ذات نصف قطر $r$ (تبعًا لقانون جاوس). لو أن $p$ هي متوسط كثافة الأرض، تكون هذه الكتلة $M' = 4\pi r^3 p/3$ وتكون النتيجة قوة $F = 4\pi G m r/3p$.

بالطبع، ليس فقط أنه من المستحيل تقنيًا تنفيذ مثل هذه الفجوة خلال الأرض، لكن عوامل أخرى يجب وضعها في الاعتبار. على سبيل المثال، من بين الأمور الأخرى، لا يمكن تجنب الاحتكاك، وقد يكبح ذلك التذبذبات.

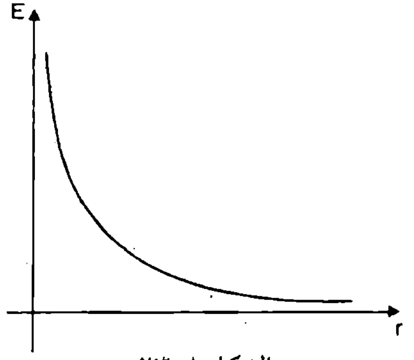
لكن هناك أسباب فيزيائية أقوى تجعل مثل هذه الفجوة غير واقعية. على سبيل المثال، لو جعلنا شيء صغير (حجر، مثلاً) يسقط خلال الفجوة، مثلاً لها عمق ٢٠ كم، سيقوم احتكاك الهواء بتسخينه خلال سقوطه، بل وقد يحرقه. لو أن الجسم الساقط وصل إلى فجوات أعمق، أي أكثر من ٣٣ كم في العمق، قد يقابل طبقة أرضية بين القشرة واللب سائلة حارة، لها درجات حرارة متزايدة قد تصل من بضع مئات إلى أربعة آلاف درجة مئوية، حتى قلب صلب شديد الحرارة (٥٧٠٠ كلفن، بمقدار يقترب من درجة حرارة سطح الشمس). وهو صلب حيث أنه مضغوط بضغط هائل بين ٣٣٩ و٣٦٠ جيجا باسكال (من ٣٠٣ إلى ٣٠٦ مليون ضغط جوي). ويُقدر أن قلب الأرض الصلب يتكون بشكل أساسي من سبيكة حديد-نيكل (نحو ٧٠ و٢٠ في المائة على التوالي، وربما أيضًا ذهب، بلاتين وعناصر ثقيلة أخرى). وهي تنمو ببطء على حساب القلب السائل الخارجي عند الحدود بسبب التبريد التدريجي لداخل الأرض (وهو ما يقدر ب ١٠٠ درجة مئوية لكل مليار سنة). نستنتج أن

الضغوط ودرجات الحرارة الكبيرة في الطبقة الأرضية بين القشرة واللب وداخلها تمنع أي إمكانية لحفر فجوة مستقرة تمر خلال مركز الأرض.

لو أن الجسم يأتي من اللانهاية بطاقة أكبر من أو تساوي الصفر (و0 ـL)، سيتحرك نحو مركز القوى (الأرض مثلاً) حتى يوقفه سطح الأرض، عند مسافة r من مركز القوى.

ما الذي يمكن أن يحدث في حالة قوة التنافر؟ لو أن القوة تنافرية، تكون الطاقة الكامنة موجبة، وينتج عن ذلك جهد فعال يشبه ما يتم توضيحه في الشكل ١-٢٣. وتكون الطاقة الكلية موجبة دائمًا والمدارات الناتجة على هيئة القطع الزائد.

وتحدث مشكلة مثل هذه في حالة الحركة النسبية لشحنات كهربائية ذات إشارة متساوية. وهذا أمر مثير للاهتمام في علاقته بالتجربة الشهيرة التي أجراها إرنست ريذرفورد Ernest Rutherford (١٨٧١ – ١٩٣٧)، حيث تم قذف صفيحة من الذهب بجسيمات ألفا (نوى هليوم موجبة الشحنة). بدراسة انحرافاتها (باعتبار أن الجسيمات تتحرك في مدارات على هيئة القطع الزائد)، اقترح رذرفورد نموذج كوكبي للذرة حيث كانت النواة ذات شحنة موجبة. وسوف نعود إلى ذلك في الفصل ٦.




الشكل ١-٢٣

بالنسبة للجهد الموجب، يمكن للطاقة الكلية أن تكون موجبة فقط. ويحدث جهد موجب عندما تدفع الجسيمات بعضها البعض، كما يتم في حالة نواة ذرة تتفاعل مع جسيمات ألفا.

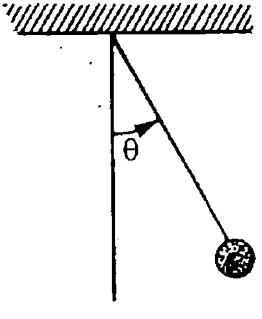
لو كان مجموع الطاقة الحركة والطاقة الكامنة ثابت، نقول أنه تم حفظ الطاقة أو أن النظام محافظ. وهذه حالة الكواكب في حركتها حول الشمس، أو الأجسام الساقطة، حتى لحظة معينة عندما تضرب الأرض. في لحظة التصادم، تتبدد كل الطاقة الحركية للجسم على هيئة ذبذبات (صوت، مثلاً)، وتغير مرن في الشكل، واحتكاك، وحرارة ناتجة عن الاحتكاك.

## ١-٦ درجات الحرية:

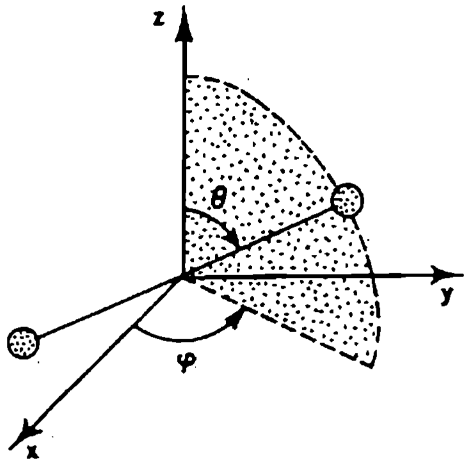
يكون للجسيم الذي يتحرك بحرية ثلاث درجات حرية – يمكنه التحرك مستقلاً في ثلاثة اتجاهات في الفضاء.

والبندول الذي يتأرجح في مستوى له درجة حرية واحدة، وهي الزاوية الناتجة بين حبل تعليق والاتجاه الرأسي (الشكل ١-٢٤).

لجسيمين في حالة حركة حرة ست درجات حرية، ثلاثة لكل منهما. لكن لو كان الجسيان مثبتان على طرفي قضيب، يفقدان درجة حرية واحدة، ويبقى خمس درجات: ثلاثة اتجاهات في الفضاء يمكن للقضيب التحرك فيها، وزاويتان تعبران عن درجة ميله، مثلاً حول منتصفه (الشكل ١-٢٥).




الشكل ١-٢٤
بندول يتأرجح في مستوى يكون له درجة حرية واحدة: الزاوية θ




الشكل ١-٢٥

جسيمان يتصلان بقضيب صلب يكون لهما خمس درجات حرية: الاتجاهات الثلاثة للفضاء حيث يمكن لمركز كتلتيهما التحرك، والزاويتين اللتان يحددهما موقعا الجسيمان بالنسبة لهذا المركز. وتلك هي الحالة تقريبًا للجزيئات ثنائية الذرة، رغم أنه بالنسبة لهما لا يكون "القضيب" صلب تمامًا، ويمكنه التأرجح طوليًا. ولذلك يكون للجزيئات ثنائية الذرة ست درجات حرية.

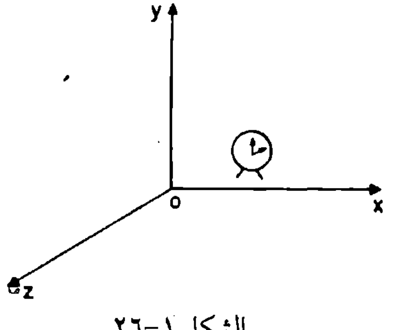
سوف نناقش آلية تبدد الطاقة باستخدام مثال البندول. نعتبر البندول كتلة معلقة بخيط مثبت بمسمار. عندما يتأرجح البندول، يتصادم به عدد هائل من جزيئات الهواء (لكل منها ثلاث درجات حرية). عندما يتحرك الخيط بالنسبة للمسمار عند نقطة الاتصال، فإنه يصطدم بعدد كبير جدًا من جسيمات المسمار المكونة له (الذرات والأيونات التي تشكل شبيكة المعدن، والإلكترونات). ويرتبط تبدد الطاقـة في البندول (وفي النظم الفيزيائية الأخرى) بتحول الطاقة من نظام ذي درجات حرية قليلة جدًا إلى نظم أخرى ذات عدد كبيرْ جدًا من الحرية، وتكون الطاقة مضطربة في هذه الحالة.

والطاقة التي تم امتصاصها بنظام له عدد درجات حرية مرتفع جدًا ترفع من طاقته الداخلية. وسوف ننظر في هذه المسألة بمزيد من التفاصيل في الفصل التالي.

## ١-٧ النظم القصورية وغير القصورية

كما سبق توضيحه، لوصف موقع وحركة جسم ما، تحتاج الميكانيكا التقليدية إلى مفهوم أطر الإسناد. مثل هذا الإطار يمكن أن يكون نظامًا من ثلاث محاور متعامدة وساعة لقياس الزمن. ويمكن تثبيت الأصل بجسم ما (الشكل ١-٢٦).

على سبيل المثال، لوصف حركة الأرض حول الشمس، يمكن أن يكون أصل الإحداثيات عند مركز الشمس. ويقال لإطار الإسناد أنه داخلي لو كان هناك جسيم حر (حيث لا تؤثر أي قوة) في حالة سكون أو يتحرك بسرعة منتظمة على خط مستقيم بالنسبة للإطار (باعتبار أن قانوني نيوتن الآخرين متحققين أيضًا). ولا ينجو هذا التعريف من المصاعب، لكنه مفيد جدًا. إذا كان لدينا إطار إسناد S، تكون كل الإطارات 'S و"S إلخ، التي تتحرك بالنسبة ل S بحركة منتظمة على خط مستقيم، داخلية أيضًا.




الشكل ١-٢٦

**إطار الإسناد يتصف بثلاثة محاور متعامدة حيث يتم عبرها قياس ثلاث إحداثيات مكانية x وy وz، وتوجد ساعة يتم من خلالها قياس الزمن t.**

عندما نسافر في سيارة وهي تتسارع بشكل مفاجئ، نشعر بقوة تدفعنا إلى الخلف. ولو أننا استعملنا الفرامل تدفعنا قوة إلى الأمام. لو اتخذنا طريقًا منحنيًا في سيارة، تدفعنا قوة إلى الخارج (قوة طرد مركزي). كل ذلك يطلق عليه قوى قصور ذاتي التي تظهر في أطر إسناد غير قصورية.

لو أن السيارة تسارعت، سوف يتحرك البندول بعيدًا عن الخط الرأسي بزاوية ما α . وقد يحدث نفس الانحراف α في سيارات أخرى لو أنه تم وضع البندول فيها عندما تتحرك هذه السيارات بالنسبة للأولى بنفس التسارع، رغم اختلاف السرعتين. بذلك نستنتج أن قوانين الميكانيكا (الموضحة بتعامد الخيط في حالة البندول الساكن بالنسبة للسيارة) لا تتحقق في إطار غير قصوري، بسبب ظهور القوى المفترضة، التي يطلق عليها قوى القصور الذاتي. يضاف إلى ذلك، أن قوانين الميكانيكا قد لا تتحقق في أي إطار إسناد يتحرك بسرعة ثابتة بالنسبة للأول، الإطار غير القصوري.

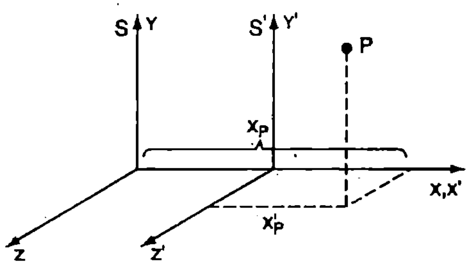
لكلا الإطارين، تتحقق مجموعة أخرى ما من قوانين الميكانيكا، تتعدل بقوى القصور الذاتي. ومن ثم يظهر السؤال: هل يوجد إطار إسناد حيث يتم من خلاله تحقيق قوانين الميكانيكا بالفعل، لو كان لدينا في الحقيقة تشكيلة هائلة من أطر الإسناد؟

في الميكانيكا التقليدية، نفترض وجود إطار إسناد مطلق حيث تتحقق قوانين نيوتن. يمكن أن تتحقق أيضًا لكل النظم في حالة الحركة المنتظمة بالنسبة للإطار المطلق. يضاف إلى ذلك، يتم افتراض زمن مطلق: في كل إطارات القصور الذاتي يتم قياس الزمن بنفس الساعة الكونية.

يضاف إلى ذلك، تفترض الميكانيكا التقليدية أن التفاعل بين الجسيمات يحدث على الفور. في هذه الحالات، يتحقق مبدأ جاليليو عن النسبية. وهو يقول بأن قوانين الميكانيكا هي نفسها في كل نظم القصور الذاتي. ويتضمن هذا المبدأ أن تحويلات جاليليو (١-٢٤) تُستخدم عندما نريد وصف موقع جسيم بالنسبة لنظامي قصور ذاتي مختلفين (الشكل ١-٢٧).

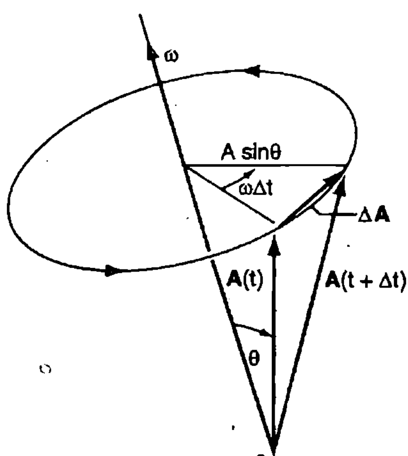
لو أن $(x, y, z)$ هي الأعداد التي تحدد مواقع جسيم في نفس الزمن $t$ في النظام $S$، و$(x', y', z')$ هي الموقع عند نفس الزمن $t = t'$ في النظام $S'$ الذي يتحرك بالنسبة ل $S$ بالسرعة $V$ على محور $x$، كما هو موضح في الشكل، عندئذ تكون المعادلات التالية صحيحة بين مجموعتي الأرقام:

$$x' = x - Vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t \qquad (1.24)$$




الشكل ١-٢٧

موقع جسيم في ما يتعلق بنظامي إحداثيات S و'S.




الشكل ١-٢٨

تغير متجه يدور حول محور بسرعة زاوية ω في الفترة الزمنية Δt.

هذا تحويل لجاليليو. وكما سنرى في الفصل ٥، لا تتحقق هذه التحويلات بالظاهرة الكهرومغناطيسية (بعبارة أخرى، معادلات ماكسويل ليست موافق التغير coveriant بالنسبة لهذه التحويلات)، ولا بأي نوع من الظواهر الفيزيائية حقًا، رغم أنها تتحقق بالنسبة للأجسام المتحركة عند سرعات صغيرة.

أدت الحاجة إلى مبدأ جديد للنسبية في الفيزياء إلى مبدأ أينشتاين للنسبية، كما سنرى في الفصل ٥.

من المهم أن يكون في استطاعتنا مقارنة نظامي إسناد، الأول S في حالة سكون والثاني، غير قصوري 'S يدور حول محور اختياري بسرعة منتظمة ω راديان في الثانية (٢ط راديان = ٣٦٠ درجة – المترجم) (الشكل ١-٢٨). وتتمثل السرعة الزاوية بالمتجه ω متوجه عبر محور الدوران، كما يتحدد بالضبط بقاعدة اليد اليمنى (الشكل ١-٢٨). لو اعتبرنا المتجه A ثابت بالنسبة ل 'S وله زاوية θ مع محور الدوران، كما هو موضح في الشكل، فإن التغير في A خلال فترة زمنية t إلى $t + \Delta t$ يأتي على هيئة:

$$\Delta A = A(t + \Delta t) - A(t) = A\,\omega\,\Delta t \sin\theta\, u. \qquad (1.25)$$

حيث u متجه واحدي عمودي على كلاً من ω وA. عندما $\Delta t \rightarrow 0$، يمكننا أن نكتب مشتقة A بالنسبة ل t باعتبارها مضروب كميتين موجهتين:

$$\frac{\mathbf{dA}}{\mathbf{d}t} = \omega \times A \qquad (1.26)$$

ويمكننا أن نكتب سرعة الجسيم التي يحددها متجها الموقع r و 'r في S و'S، على التوالي، باعتبارها مشتقة الزمن لمتجه الموقع بالنسبة لكل من النظامين، كما يلي:

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{d\mathbf{r}'}{dt} + \omega \times \mathbf{r}. \qquad (1.27)$$

يمكن إستنتاج ذلك من (١-٢٦)، لكن من السهل الحصول عليه من (١-١٠). لو افترضنا دوران متناهي الصغر قيمته dθ بحيث أن $\cos d\theta \approx 1$ و

$\sin\ d\theta \approx d\theta$، باستخدام (١٠-١) نحصل على $dr' = dr - d\theta \times r$. بالقسمة على dt وتعريف $\omega = d\theta/dt$ نحصل على (٢٧-١). وينتج عن ذلك أنه يمكن تفسير عامل المشتقة بالنسبة للزمن باعتباره تحويل يتفق مع القانون (٢٧-١). وتكون المشتقة الثانية أو التسارع هو:

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \frac{d\mathbf{r}'^2}{dt^2} + 2\omega \times \frac{d\mathbf{r}}{dt} + \omega \times \omega \times \mathbf{r}. \qquad (1.28)$$

من (٢٨-١) بالنسبة لجسم له كتلة m في S وتؤثر عليه قوة F، يمكننا كتابة 'S

$$\frac{d^2\mathbf{r}'}{dt^2} = \frac{d\mathbf{r}^2}{dt^2} - 2\omega \times \frac{d\mathbf{r}}{dt} - \omega \times \omega \times \mathbf{r}. \qquad (1.29)$$

تظهر قوتا قصور ذاتي، لو أننا ضربنا (٢٩-١) في الكتلة m: فإن قوة الطرد المركزي $-m\omega \times \omega \times r$، التي تؤثر بطريقة تجعل الجسم يتحرك مبتعدًا عن محور الدوران، وقوة كوريولس Coriolis force، $-2m\ \omega \times \frac{d\mathbf{r}}{dt}$ .

المثال الجيد للنظام غير القصوري هو الأرض. وبسبب دورانها، يبدو أن قوى القصور الذاتي، مثل قوة الطرد المركزي، مع قوة الجاذبية، أنتجت تسطح الأرض عبر محورها القطبي. تُضاف قوة الطرد المركزي عموديًا إلى قوة الجاذبية، والنتيجة هي متجه يتجه، عند كل نقطة على الأرض، عبر العمودي (لو أهملنا الشذوذات المحلية)، أي أنه يكون عموديًا على سطح الأرض.

تحرف قوة كوريولس اتجاه الأجسام التي تتحرك بالنسبة للأرض في اتجاه عمودي على سرعاتها وعلى محور دوران الأرض. ولهذه القوة تأثير قوي على حركة كتل الهواء الضخمة، فهي مسئولة عن حقيقة أن الأعاصير والرياح الدوامية تدور عكس عقارب الساعة في النصف الشمالي للكرة الأرضية ومع عقارب الساعة في النصف الجنوبي للكرة الأرضية.

التكافؤ المحلي بين قوى القصور الذاتي والمجال الجاذبي كان عنصرًا أساسيًا في صياغة النظرية النسبية للجاذبية، التي تعود إلى ألبرت أينشتاين، وتتم مناقشتها في الفصل ١٠.

## ١-٨ قاعدة أدنى فعل:

قاعدة أدنى فعل تقول إنه، إذا تطور نظام ميكانيكي من حالة أولية 1 إلى حالة نهائية 2، فإنه يفعل ذلك بحيث أن كمية ما، يطلق عليها فعل action، تأخذ قيمة قصوى عندما يتبع النظام المسار الفعلي أو الديناميكي. تكون هذه القيمة القصوى عمومًا هي الدنيا (لكن قد تكون القصوى في بعض الحالات الخاصة). وتشبه هذه القاعدة قاعدة الاقتصاد في مجال الميكانيكا.

لكن الفعل ليس كمية يمكن ملاحظتها مباشرة، مثل الطاقة وكمية الحركة. لتعريف الفعل، علينا أن نعرف أولاً اللاجرانجية L لنظام جسيمات كدالة يتم الحصول عليها بطرح الطاقة الكامنة من الطاقة الحركية:

$$L = T - V \tag{1.30}$$

(الترميز المألوف للاجرانجية هو L، مثل ذلك المستخدم لكمية الحركة الزاوية، لذلك يجب أن نحذر الخلط بينهما). بالنسبة لجسيم ذي كتلة m يتحرك في الاتجاه x بسرعة $\dot{x} = v$ في الجهد $V(x)$، يكون:

$$L = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 - V(x).$$

حيث $\dot{x}$ و x دالتان للزمن، ويمكن أن نكتب $L = L(\dot{x}(t), x(t))$. عندئذ يتم تعريف الفعل S بأنه تكامل L الذي تم تقييمه عبر مسارات اختيارية $x(t)$ بين زمنين معروفين $t_1$ و $t_2$:

$$S[x(t)] = \int_{t_1}^{t_2} L[x(t), \dot{x}(t)]dt. \tag{1.31}$$

الفعل S يوصف بأنه دالي، حيث أنه يأخذ مُدخل دالة في الزمن، ويعود عددًا حقيقيًا. من السهل التوسع في التعريف السابق إلى حالة N الإحداثيات المعممة $x(t) \rightarrow q_i(t), i = 1, \ldots, N$، وإلى الحالة التي تعتمد فيها L بوضوح على الزمن. لو كانت الشروط الرياضية قائمة لكي يكون الفعل فعل أقصى (بشكل عام، قيمة

قصوى extremum)، يتم الحصول على مجموعة أخرى من المعادلات من اللاجرانجية التي تحدد المسار الديناميكي، ويطلق عليها معادلات إيلر-لاجرانج، على اسم ليونهارد إيلر Leonhard Euler (١٧٠٧- ١٧٨٣) وجوزيف - لويـــس لاجرانج Joseph-Louis Lagrange (١٧٣٦ - ١٨١٣):

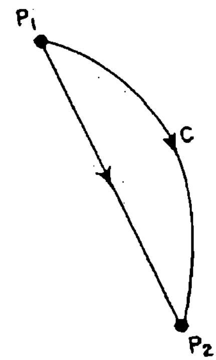
$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0. \qquad (1.32)$$

وهنـــا $\dot{q}_i$ هي السرعـــات (أو السرعـــات المعممـــة، مثل السرعـة الزاوية $v_\theta = d\theta/dt$) و $q_i$ هي الإحداثيات (أو الإحداثيات المعممة، مثل الزاويتين θ وϕ). وهذه المعادلات هي نفس تلك التي يتم الحصول عليها انطلاقًا من قوانين نيوتن.

على سبيل المثال، بالنسبة لجسيم حر يتحرك في بعد واحد x بالسرعة v، تكون اللانجرانجية $L = 1/2 \; mv^2$. لكن حيث أن L لا تعتمد بوضوح على x، ينتج من (١-٣٢) أن:

$$m \; dv/dt = 0 \qquad (1.33)$$

مع الحل v = ثابت.




الشكل ١-٢٩

يأخذ الفعل قيمة دنيا على المسار الديناميكي $P_1CP_2$. بالنسبة لمسار آخر مثل الخط المستقيم $P_1P_2$، تكون قيمته أكبر.

افترض موقعين لكوكب $P_1$ و$P_2$، على مداره حول الشمس S. لو تم حساب تغير الفعل بين $P_1$ و $P_2$ عندما يكون الكوكب على المسار الإهليلجي العادي وعندما

يكون مقيدًا باتباع خط مستقيم $P_1P_2$، نجد أن الفعل أصغر بالنسبة للمسار الإهليلجي $P_1CP_2$. ويضاف إلى ذلك، يبقى أصغر من أي قيمة أخرى يتم الحصول عليها بتغيير المسارات بين $P_1$ و$P_2$ (الشكل ١-٢٩).

"بتسمية $q(t)$ الحل وتكون S هي القيمة القصوى له، وهو ما اعتبرناه القيمة الدنيا، عندئذ ترتفع S عندما يتم تبديل $q(t)$ بدالة على الشكل $q(t) + \delta q(t)$، حيث $\delta q(t)$ هي أي دالة، يطلق عليها تغير $q(t)$، وتحقق الشرط $\delta q(t_1) = \delta q(t_2) = 0$. تغير ثابت من الواضح أنه صفر. ومسار الخط المستقيم في الشكل (١-٢٩) يكون على هيئة $q(t) + \delta q(t)$، حيث $q(t)$ هي المسار الديناميكي. يتلاشى التغير عند النقاط المتطرفة $\delta q(t(P_1)) = \delta q(t(P_2)) = 0$.

لو اختلف اثنين من اللاغرانجية بالمشتقة الكلية بالنسبة للزمن لدالة $f$ بالإحداثيات المعممة وزمن، $L'(q,\dot{q},t) - L(q,\dot{q},t) = \frac{d}{dt}f(q,t)$، تصف اللاغرانجيتان نفس النظام، وتكون كذلك لأن تغير الفعل هو نفسه لكلا اللاغرانجيتين في الفترة $t_2, t_1$، حيث لا تعتمد على الكميتين $f(q(t_1), t_1)$ و$f(q(t_2), t_2)$، وهما ثابتان تغيرهما صفر.

قاعدة أدنى فعل لها أهمية قصوى في كل أفرع الفيزياء، وتمت صياغتها أولاً بواسطة بيير - لوي مورو دو موبيرتوي Pierre-Louis Moreau de Maupertuis (١٦٩٨ - ١٧٥٩)، وفي شكل أكثر اكتمالاً بواسطة وليام روان هاملتون William Rowan Hamilton (١٨٠٥-١٨٦٥).

وتوجد قاعدة مماثلة في علم البصريات للمسار الذي يتبعه الضوء عندما ينتشر في وسط ما. تلك هي قاعدة فيرمات، الذي وضعها بيير فيرمات Pierre Fermat (١٦٠١ - ١٦٦٥). وتقول القاعدة بأنه عندما ينتقل الضوء من نقطة إلى أخرى في وسط ما، فإنه يفعل ذلك بطريقة تجعل للزمن المطلوب قيمة قصوى، وبشكل عام دنيا رغم أنها يمكن أن تكون قصوى.

ولقاعدة أدنى فعل أهمية كبيرة في الفيزياء النظرية الحديثة.

**معادلات لاجرانج والحركة الكوكبية.** افترض مرة أخرى حالة كوكب يتحرك حول الشمس. لوصف حركته، من الملائم استخدام الإحداثيات القطبية حيث يكون القطب عند الشمس. تذكر أن القوى المؤثرة من الشمس على الكوكب هي متجه $F = - GMr_o/r^2$. والإحداثيات القطبيان هما:

$$x = r\cos\theta, \qquad y = r\sin\theta \tag{1.34}$$

حيث r و θ متجه شعاعي والزاوية بالنسبة للمحور القطبي، على التوالي. والسرعتان على العمودي على r يتحددان كما يلي:

$$v_r = \dot{r} = dr/dt, \qquad v_l = r\dot{\theta} = rd\theta/dt. \tag{1.35}$$

اللاجرانجية للكوكب هي الفرق بين الطاقة الحركية T والطاقة الكامنة V، أي:

$$L = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2) + \frac{GMm}{r}. \tag{1.36}$$

حيث لا تظهر θ بوضوح في L (وتظهر فقط $\dot{\theta}$)، وأول معادلة للاجرانج:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial\dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial\theta} = 0,$$

تؤدي إلى المعادلة التالية:

$$\frac{d(mr^2\dot{\theta})}{dt} = 0\,, \tag{1.37}$$

أي إن $mr^2\dot{\theta} = C = \text{costant}$، وهو قانون حفظ كمية الحركة الزاوية (في هذا المثال فقط، نشير إلى قيمة كمية الحركة الزاوية المحفوظة ب C، و يجب عدم الخلط بينها وبين اللاجرانجية). لو تم استبدال $\dot{\theta} = C/mr^2$ بالتعبير عن الطاقة الكلية T + V نجد أن:

$$E = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{C^2}{2mr^2} - \frac{GMm}{r}. \tag{1.38}$$

وهذا يتضمن بدوره:

$$\dot{r} = \frac{dr}{dt} = \sqrt{\frac{2}{m}\left[E + \frac{GMm}{r} - \frac{C^2}{2mr^2}\right]}.$$

بجمع $\dot{r}$ و، $\dot{\theta}$ حصل على معادلة ل r كدالة ل θ، وهي المعادلة البارامترية parametric equation للمدار:

$$d\theta = \frac{C dr/r^2}{\sqrt{2m[E + GMm/r - C^2/2m r^2]}} ,$$

تؤدي، مع التكامل، إلى:

$$\theta = \arccos \frac{C/r - GMm^2/C}{\sqrt{2mE + G^2M^2m^4/C^2}}. \qquad (1.39)$$

لو جعلنا الترميزين

$$d = C^2/GMm^2, \epsilon = \sqrt{1 + 2EC^2/G^2M^2m^3},$$

يمكننا أن نكتب في النهاية معادلة للمدار مثل المعادلة النمطية للقطع المخروطي:

$$r = \frac{d}{1 + \epsilon \cos\theta} , \qquad (1.40)$$

حيث $\epsilon$ هي الاختلاف المركزي، لو أن $E < 0$، عندئذ $1 > \epsilon$ ويكون المدار إهليلجي. لو أن $E = 0$، عندئذ $1 = \epsilon$ ويكون المدار قطع مكافئ. لو أن $E > 0$، عندئذ $1 < \epsilon$ ويكون المدار قطع زائد.

## ١-٩ معادلات هاملتون:

بدلاً من استخدام الإحداثيات والسرعات المعممة لوصف حركة نظام فيزيائي له درجات حرية N، يكون من الأسهل أحيانًا استخدام إحداثيات وكميات حركة، كمجموعة مستقلة لأزواج N للإحداثيات النموذجية. لو أن L هي لاجرانجية النظـام، باعتبارها دالة للإحداثيات $q_i$، فإن السـرعات $\dot{q}_i$ ، والزمـن t، حيث $i = 1, 2, \ldots\ldots, N$، يمكن كتابة التفاضل الإجمالي اللاجرانجي بالنسبة إلى الإحداثيات والسرعات المعممة كما يلي:

$$dL = \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial L}{\partial q_i} dq_i + \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} d\dot{q}_i + \frac{\partial L}{\partial t} dt.$$

وحسب التعريف،

$$p_i = \partial L / \partial \dot{q}_i$$

هي كميات الحركة المعممة (يطلق عليها أيضًا كميات الحركة المقترنة نموذجيًا). بالرجوع إلى معادلات إيلر – لاجرانج، ينتج ما يلي:

$$dL = \sum_{i=1}^{N} \dot{p}_i dq_i + \sum_{i=1}^{N} p_i d\dot{q}_i + \frac{\partial L}{\partial t} dt. \tag{1.41}$$

يمكننا كتابة $\sum p_i d\dot{q}_i = d\left(\sum p_i \dot{q}_i\right) - \sum \dot{q}_i dp_i$.

عندئذ، إذا عدنا إلى المصطلحات والتعريف:

$$H = \sum_{i=1}^{N} p_i \dot{q}_i - L$$

مثل دالة هاملتون، بحيث:

$$dH = -\sum_{i=1}^{N} \dot{p}_i dq_i + \sum_{i=1}^{N} \dot{q}_i dp_i - \frac{\partial L}{\partial t} dt, \tag{1.42}$$

نستنتج أن:

$$\dot{q}_i = \partial H / \partial p_i, \qquad \dot{p}_i = -\partial H / \partial q_i, \quad i = 1, 2, \ldots, N. \tag{1.43}$$

نحصل أيضًا على المعادلة:

$$\partial H / \partial t = -\partial L / \partial t.$$

إذا كانت اللاجرانجية لا تعتمد بوضوح على الزمن، لا تعتمد الهاملتونية عليه أيضًا. عندئذ تكون H ثابت حركة، مثل الطاقة الكلية. ويطلق على المعادلات (١–٤٣) معادلات هاملتون. وتشمل مجموعة من معادلات تفاضلية من الدرجة الأولى 2N، تناظر مجموعة معادلات إيلر-لاجرانج N من الدرجة الثانية.

نأخذ كمثال المتذبذب التوافقي لكتلة m وثابت مرن k، تصفه اللاجرانجية:

$$L = \frac{1}{2}m\dot{q}^2 - \frac{1}{2}kq^2.$$

يمكن كتابة السرعة $\dot{q} = p/m.$ وتكون الهاملتونية عندئذ:

$$H = 1/2m\ p^2 + 1/2\ kq^2$$

وهو التعبير عن الطاقة الكلية. وتكون معادلات هاملتون:

$$\dot{q} = p/m, \qquad \dot{p} = -kq.$$

إذا أخذنا المشتقة بالنسبة للزمن في المعادلة الأولى ثم استبدلنا النتيجة في الثانية، نحصل على المعادلة:

$$\ddot{q} = -\frac{k}{m}q\ ,$$

وحلها العام هو

$$q = A\cos(\omega t + \varphi)$$

حيث $\omega = \sqrt{k/m},$ وA هـي السعة، وφ زاوية اختيارية (ويجب الحصول على الشروط الأولية لتثبيت قيم A وφ). ويمكن الحصول على نفس المعادلة والحل من معادلات إيلر-لاجرانج.

صياغة هاملتون لها أهمية استثنائية، في الغالب في علاقتها بتحويل مجموعة من الإحداثيات النموذجية $p_i$ و$q_i$ إلى مجموعة أخرى $P_i$ و$Q_i$. يمكننا اعتبار الحركة الميكانيكية لنظام ما تحويل نموذجي للإحداثيات من شروط أولية ما إلى مجموعة إحداثيات نموذجية عند لحظة اختيارية ما t. من الممكن الحصول على معادلة تفاضلية أساسية للفعل S، وهي ما يطلق عليه معادلة هاملتون-جاكوبي، ويسمح لنا حلها بالحصول على معادلات الحركة.

يمكن تعريف فضاء الطور phase space، الذي تحدده مجموعة $p_i$ و$q_i$. ويكون الحجم في فضاء الطور لا متغير تحت تأثير التحولات النموذجية. بهذه الطريقة، يعتبر فضاء الطور أداة ضرورية عند التعامل مع أنظمة لها عدد كبير جدًا من الجسيمات، كما يحدث في الميكانيكا الإحصائية. وتعتبر صياغة هاملون ضرورية أيضًا في النظرية الكمية (انظر الفصلين ٦ و٧).

أقواس بواسون. من الضروري غالبًا تعريف دوال للإحداثيات، وكميات الحركة، والزمن $f = f(q_i, p_i, t)$. وتكون المشتقة الكلية بالنسبة للزمن:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \sum_i \left( \frac{\partial f}{\partial q_i} \dot{q}_i + \frac{\partial f}{\partial p_i} \dot{p}_i \right). \tag{1.44}$$

وإذا عدنا إلى معادلات هاملتون، يمكننا كتابة:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \{H, f\}, \tag{1.45}$$

حيث:

$$\{H, f\} = \sum_i \left( \frac{\partial H}{\partial p_i} \frac{\partial f}{\partial q_i} - \frac{\partial H}{\partial q_i} \frac{\partial f}{\partial p_i} \right)$$

يطلق عليه قوس بواسون Poisson bracket لـ H وf. وإذا كانت f لا تعتمد بوضوح على الزمن وكان $\{H, f\} = 0$، عندئذ يطلق على f ثابت الحركة. ومن بين أسباب أخرى، تعتبر أقواس بواسون مهمة بسبب تماثلها مع المبدلات في الميكانيكا الكمية، كما سنرى في الفصل ٦.

دعنا نأخذ مثالاً قوس بواسون لمركبة كمية حركة زاوية $L_z = xp_y - yp_x$ مع هاملتونية $H = p^2/2m + V(x, y, z)$:

$$\{H, L_z\} = \{V, L_z\} = y\frac{\partial V}{\partial x} - x\frac{\partial V}{\partial y}. \tag{1.46}$$

عندئذ $L_z$ (مثل $L_x$ و$l_y$) ليست بشكل عام ثابت الحركة. لكن لو أن $V(r)$ هي الجهد المصاحب للقوة المركزية، عندئذ يكون $L_x$ و$L_y$ و$L_z$، كلها مع $L^2$، ثوبات حركة. يمكن للقارئ أن يراجع ذلك بواسطة الحساب البسيط. لو أن $V(z)$ - V، أي لو أن الجهد لا يعتمد على إحداثي x وy، لذلك يكون هناك تماثل دوراني حول محور x، ومن ثم 0 - $\{V, L_z\}$، و $L_z$ ثابت حركة.

1. J.D. Bernal, *Science in History* (MIT, Cambridge, Massachusetts, 1969). Contains a detailed discussion of the work of Copernicus, Kepler, Galileo, and Newton
2. J.R. Newman (ed.), *The World of Mathematics* (Dover, New York, 2003). Interesting details about those who discovered the laws of planetary motion
3. A. Koestler, *The Sleepwalkers. The history of man's changing vision of the Universe* (Hutchinson and Co., London, 1959). An essay of exceptional value and a tremendous piece of historical research on the topic of the people who discovered the laws of planetary motion
4. K.R. Symon, *Mechanics*, 3rd edn. (Addison Wesley, Reading, Massachusetts, 1971). An excellent introductory text to classical mechanics
5. H. Goldstein, C. Poole, J. Safko, *Classical Mechanics*, 3rd edn. (Addison Wesley, New York, 2002). An advanced text, but pedagogically very clear
6. L.D. Landau, E.M. Lifshitz, *Mechanics*, 3rd edn. (Butterworth-Heinemann, Oxford, 2000). A classical text on classical mechanics
7. M. Chaichian, I. Merches, A. Tureanu, *Mechanics* (Springer, Berlin Heidelberg, 2012). A monograph on analytical mechanics, with applications to various branches of physics
8. C. Sagan, *Cosmos* (Random House, UK, 1980). An exceptional book that synthesizes the author's television series, in which he deals with a broad range of topics, among them the early stages of planetary exploration and the search for extraterrestrial life
9. M.S. Longair, *Theoretical Concepts in Physics* (Cambridge University Press, London, 1984). An original approach to theoretical physics, through a series of case studies, intended to deepen understanding and appreciation of the incredible achievements of theorists in creating the structure of modern physics
10. D. Sobel, *Galileo's Daughter* (Penguin, USA, 2000). A biographical work about Galileo, mainly supported by the letters between Galileo and his daughter, the nun Maria Celeste

# الفصل الثانى

# الأنتروبيا والفيزياء الإحصائية والمعلومات

ما الأنتروبيا؟ يتم استخدام هذا التعبير بعدة معاني في العلم والتقنية. بالنسبة لعالم الكيمياء، "هي دالة لحالة نظام ديناميكي حراري"، بينما قد يرى عالم الفيزياء "أنها مقياس لفوضى في نظام ما"، وقد يصل مهندس الاتصالات إلى فكرة مختلفة جدًا، فالأنتروبيا بالنسبة إليه قد تكون " المعلومة المتوسطة التي يتم إرسالها أو استقبالها في سلسة من الرسائل".

ظهر مفهوم الأنتروبيا في الديناميكا الحرارية في ١٨٦٤ بواسطة رودلف كلاوسياس Rudolf Clausius (١٨٢٢-١٨٨٨) باعتبارها كمية ترتبط بنظام ديناميكي حراري لا يتغير في عملية دورية معكوسة، لكنه يزداد باستمرار في كل عملية غير معكوسة، حيث أنه دالة لحالة النظام.

في ١٨٧٢، بدأ لودفيج بولتزمان Ludwig Boltzmann (١٨٤٤-١٩٠٦)، في عمله حول النظرية الحركية للغازات، بافتراض البنية الجزيئية للمادة ثم طبق قوانين الميكانيكا التقليدية وأساليب نظرية الاحتمال لإعطاء تفسير إحصائي للأنتروبيا. وخلال مبرهنة H الخاصة به الشهيرة، قدم تفسيرًا لما هو بالغ الصغر لعدم انعكاس يُرى بالعين المجردة. من حيث الجوهر، فإن الدالة H التي عرّفها بولزمان كان يمكن تعريفها باعتبارها سالب أنتروبيا كلاوسياس، أي $H = - S$.

بذلك، فإن مفهوم الأنتروبيا، المبهم من وجهة نظر الديناميكا الحرارية، اكتسب حياة جديدة في نظرية بولتزمان. ويمكن توقع أن يصبح فهم خواص الديناميكا الحرارية للمادة، بعد عمل بولتزمان، أكثر وضوحًا في عقول معاصريه العلميين، لكن كثيرًا ما حدث عدم قبول للأفكار الجديدة على نطاق واسع بدون مقاومة، وشهد عمل بولتزمان في النظرية الحركية الجزيئية هجومًا شديدًا بواسطة بعض من معاصريه،

M. Chaichian et al., Basic Concepts in Physics, Undergraduate Lecture Notes in Physics, DOI 10.1007/978-3-642-19598-3_2,



مثل عـــالم الفيزيـــاء إرنســـت ماخ Ernst Mach (١٨٣٨-١٩١٦) وولهلم أوستوالد Wilhelm Ostwald (١٨٥٣-١٩٣٢). اللذان اعترضا على النظرية الذرية الجزيئية وقالا بأن النظرية الفيزيائية يجب أن تتعامل فقط مع كميات قابلة للملاحظة يمكن رؤيتها بالعين المجردة، لذلك يجب رفض مفهوم الذرات.

في ١٨٩٨، كتب بولتزمان "أنا واع بأنني الفرد الوحيد الذي يكافح بشكل ضعيف ضد تيار الزمن". ومتعرضًا لإحباط متزايد، تفاقم أيضًا بفقد واضح للمال، قام بولتزمان بالانتحار في ١٩٠٦.

تم اعتبار الأنتروبيا الإحصائية التي قدمها بولتزمان أساس لتطور لاحق لهذا المفهوم في إطار الفيزياء الإحصائية، ويجب القول بأنه، بعد ابتكار الميكانيكا الكمية، أصبحت مناسبة لصياغة كمية جديدة جديرة بالإعجاب.

في ١٩٤٨، عندما كان كلود شانون Claud Shannon (١٩١٦-٢٠٠١) يدرس نقل المعلومات خلال قناة في وجود ضوضاء، قدم كمية، تتفق مع أفكار بولتزمان، أعادت شكليًا تعبير الأنتروبيا في الميكانيكا الإحصائية.

خطط شانون لتعميد هذه الكمية الجديدة باسم المعلومات، ولكن لأن هذه الكلمـــة كانت مستخدمـــة على نطـــاق واسع بالفعل، فضل كلمة عـــدم اليقين uncertainty. ومع ذلك، اقترح جون فون نيومان John von Neumann (١٩٠٣-١٩٥٧) على شانون استخدام اسم الأنتروبيا:

عليك أن تسميها الأنتروبيا لسببين: أولاً، وظيفة عدم اليقين الذي تقدمه موجود بالفعل في الميكانيكا الإحصائية مع اسم الأنتروبيا، لذلك لها بالفعل نفس

الاسم، وثانيًا، بل والأكثر أهمية، لا يعرف أحد ماهية الأنتروبيا، لذلك يكون لديك ميزة في كل مناقشة.

في وقت ما لاحقًا، وجد ليون بريلوين Leon Brillouin (١٨٨٩-١٩٦٩) العلاقة بين أنتروبيا شانون وأنتروبيا كلاسيوس وبولتزمان. وبذلك ساهم في توضيح مشكلة قديمة تم مناقشتها على نطاق واسع وتعود إلى القرن الماضي: التناقض الشهير عن شيطان ماكسويل.

## ٢-١ مقاربة للديناميكا الحرارية:

دعنا نرى بعض التعريفات المفيدة. في أي نظام يمكننا تعريف البارامترات للأشياء التي ترى بالعين المجردة والتي يتصف بها هذا النظام، مثل الضغط، والكثافة، والحجم..إلخ. وتلك التي يتم تحديدها بمواقع الأجسام خارج النظام تسمى البارامترات الخارجية. ويتضمن ذلك الحجم، أو المجالات المغناطيسية، أو الكهربائية، أو الجاذبة الناتجة عن مصادر خارجية. وتلك التي تعتمد على التوزيع المكاني أو حركة الجسيمات التي يتكون منها النظام يطلق عليها البارامترات الداخلية. وتتضمن الكثافة، الضغط، والمغناطيسية..إلخ.

وتحدد مجموعة بارامترات الأشياء التي ترى بالعين المجردة المستقلة حالة النظام، والكميات، المستقلة عن التاريخ الماضي للنظام، يتم تحديدها بحالة النظام في لحظة ما ويطلق عليها بارامترات الحالة. لو كانت بارامترات الحالة ثابتة مع الزمن ولم يكن هناك تيارات مستقرة من أي نوع نتيجة لفعل المصادر الخارجية، عندئذ يقال إن النظام في حالة توازن ديناميكي حراري. ويتم تعريف بارامترات الديناميكا الحرارية بأنها تلك التي تصف نظامًا في توازن ديناميكي حراري.

لو كانت بارامترات الديناميكا الحرارية مستقلة عن الكتلة أو عدد الجسيمات، يطلق عليها بارامترات ضمنية (مثلاً، الضغط، درجة الحرارة..إلخ)،

وتلك التي تتناسب مع الكتلة وعدد الجسيمات يطلق عليها بارامترات جمعية أو شاملة (مثلاً، الحجم، الطاقة، الأنتروبيا..إلخ).

يقال عن النظام أنه معزول إذا كان لا يتبادل طاقة أو مادة مع الأجسام الخارجية. لذلك يتم عادة افتراض مبدأ يقول بأنه بمرور الزمن، يصل النظام المعزول إلى حالة توازن ديناميكي حراري ولا يمكن أن يتحول أبدًا عن هذه الحالة بشكل تلقائي (لا يعتبر هذا المبدأ صحيح بالنسبة للكون في مجمله).

المبدأ الآخر (الذي يسمى أحيانًا بالمبدأ الصفري)، يثبت وجود درجة الحرارة كبارامتر يصف حالة توازن ديناميكي حراري لنظام ما، لأن درجة الحرارة هي نفسها لكل نظمه الثانوية. افترض وجود جسمين A وB في توازن ديناميكي حراري تم وضعهما في تماس حراري (يمكنهما تبادل الطاقة بدون تغير في البارامترات الخارجية). عندئذ يكون هناك احتمالان: إما أن يظلاً في حالتيهما بدون تغير في حالتهما الديناميكية الحرارية، أو يحدث بعض التغيير في حالتي اتزانهما، مما يؤدي في النهاية إلى حالة جديدة من التوازن. يقال حينئذ أن درجة الحرارة كانت هي نفسها بين الجسمين في الحالة الأولى، وأنها كانت مختلفة في الثانية. ويضاف إلى ذلك، بالتعدي، أنه لو كان هناك نظامان في حالة توازن حراري مع نظام ثالث، عندئذ يكونان في توازن حراري مع بعضهما البعض.

من هنا تقوم الديناميكا الحرارية على ثلاثة قوانين نقدمها الآن.

### ٢-١-١ القانون الأول في الديناميكا الحرارية:

يثبت هذا القانون حفظ الطاقة في نظم الديناميكا الحرارية. ويقول بأن كل زيادة في الطاقة الداخلية لنظام ما تأتي من أحد طريقين (أو كلاهما): (أ) بواسطة عمل يتم بذله على نظام و/ أو (ب) بواسطة امتصاصه للحرارة.

من أجل إعطاء أو أخذ شغل لنظام، يجب أن تكون بارامتراته الخارجية، مثل الحجم أو تطبيق مجالات كهربائية أو مغناطيسية خارجية عليه، متعددة. ومن أجل إعطاء أو أخذ حرارة من الجسم، يجب إجراء تماس حراري مع جسم آخر، بدون تغيير بارامتراته الخارجية بالضرورة.

أول مبدأ في الديناميكا الحرارية يتم التعبير عنه بالعلاقة:

$$dU = \delta Q + \delta W \qquad (2.1)$$

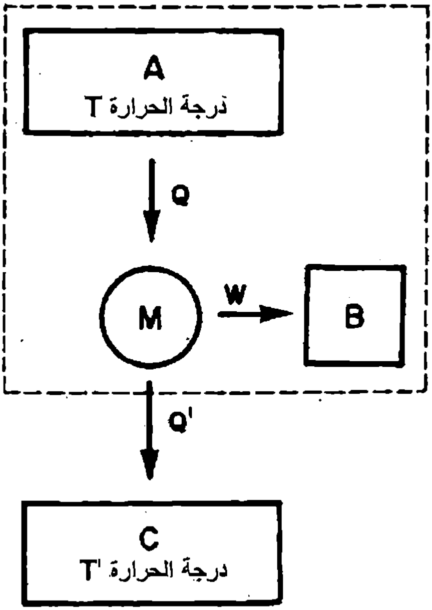
حيث dU هو التغير متناهي الصغر للطاقة الداخلية و$\delta Q$ و$\delta W$ هما على التوالي الزيادة متناهية الصغر للحرارة والشغل اللذان تم إعطائهما للنظام.

والترميز المختلف للزيادات يرجع إلى حقيقة أن dU هي من الناحية الرياضية بالفعل تفاضل تام. وإذا تحدثنا من ناحية الديناميكا الحرارية، فهذا يعني أن الطاقة الداخلية U دالة للشروط المحددة للحالة الديناميكية الحرارية عند لحظة معينة وهي مستقلة عن تاريخ النظام.

من جانب آخر، ليس هناك معنى للسؤال عن كمية الحرارة أو كمية الشغل في نظام ما في شروط معينة. فالحرارة والشغل هما بالفعل أشكال من تبادل الطاقة بين الجسم وبيئته، و$\delta Q$ و$\delta W$ ليسا تفاضلات تامة: فهما يعتمدان على تاريخ الجسم، أي على الحالات السابقة للجسم.

### ٢-١-٢ القانون الثاني في الديناميكا الحرارية:

يتعامل القانون الثاني مع لاتماثل تحول الحرارة إلى شغل والعكس بالعكس. وبعكس الشغل المبذول على نظام، والذي قد يتحول مباشرة إلى أنواع أخرى من الطاقة (الكهربائية، المرنة، الجهد في وجود مجال)، تتحول الحرارة فقط إلى زيادة في الطاقة الداخلية للنظام، إلا لو تحولت أولاً إلى شغل.




الشكل ٢-١

مخطط لمحرك حراري. يجب أن تكون $T > T'$ .

النظام الذي يحول الحرارة إلى شغل موضح في الشكل ٢-١. والنظام الثانوي M يأخذ الحرارة من مصدر A عند درجة حرارة T وينقل الشغل W إلى مستقبل B، بحيث يؤدي M عملية دورية، أي، يبدأ M من حالة ابتدائية ثم يعود إليها في النهاية، بعد أخذ الحرارة Q ونقل الشغل W. يمكن أن يحدث ذلك فقط لو أن M قدم الجزء 'Q من الحرارة الممتصة Q إلى نظام حراري C درجة حرارة $T \geq T'$. بعبارة أخرى:

$$W = Q - Q' \qquad (2.2)$$

حيث يشار إلى 'Q باعتبارها حرارة تعويض. من ثم يمكن القول بأنه من المستحيل تحويل الحرارة إلى شغل في عملية دورية بدون تعويض. ووجود مصدران عند درجتي حرارة مختلفتان $T > T'$ هو شرط ضروري.

يؤدي ذلك إلى فكرة عملية لاانعكاسية كتحول من حالة A إلى حالة أخرى B بحيث تتضمن العملية العكسية A → B تحول الحرارة إلى شغل بدون تعويض. وحيث إن الأخير ممنوع، لا توجد هذه العمليات العكسية في الطبيعة، رغم أننا سنرى لاحقًا أنه، من وجهة النظر الإحصائية قد يكون الأكثر دقة القول بأن مثل هذه العمليات العكسية لها احتمال حدوث ضئيل بشكل غير عادي.

بالعكس، قد تكون العملية الانعكاسية عملية لا يتضمن انعكاسها تحول حرارة إلى شغل بدون تعويض. بالفعل، تحدث العمليات القابلة للانعكاس في الطبيعة على وجه التقريب. ويمكن تضمين المبدأ السابق ذكره في صياغة القانون الثاني للديناميكا الحرارية، الذي يقرر استحالة التحول الكامل لكمية ما من الحرارة إلى شغل بواسطة عملية دورية باستخلاصها من مصدر حرارة ذي درجة حرارة متماثلة. تحتاج العملية إلى مصدرين عند درجتي حرارة مختلفتين، وانتقال حرارة التعويض من المصدر الساخن إلى البارد.

لكن يمكن أيضًا صياغة القانون الثاني بإثبات وجود دالة جديدة للحالة، الأنتروبيا، التي تزداد لتصل إلى الحد الأقصى في أي نظام معزول. وتغير الأنتروبيا في عملية متناهية الصغر حيث يتم امتصاص كمية حرارة معينة $\delta Q$ عند درجة حرارة مطلقة T يتم وصفه كما يلي:

$$dS \geq \delta Q/T \qquad (2.3)$$

حيث تتحقق إشارة التساوي إذا كانت العملية شبه مستقرة، وتتحقق إشارة عدم التساوي التام إذا كانت غير مستقرة. (تحدث العملية شبه المستقرة ببطء شديد بحيث يمكن اعتبار النظام في توازن كل لحظة. وإلا يمكن القول بأنه غير مستقر).

عندما نتحدث عن درجة الحرارة المطلقة، نشير إلى مقياس كلفن لدرجة الحرارة، الذي وضعه وليام تومسون، لورد كلفن William Thomson, Lord Kelvin

(١٨٢٤-١٩٠٧)، الذي يمكن تبريره على أسس الديناميكيا الحرارية، وصفره عند – ٢٧٣,١٦ درجة مئوية. عندئذ تكون درجة الحرارة المطلقة مساوية لدرجة الحرارة المئوية بزيادة ٢٧٣,١٦.

### ٢-١-٣ القانون الثالث في الديناميكا الحرارية:

أخيرًا، نقدم القانون الثالث في الديناميكا الحرارية، الذي يقول بأنه، إذا كانت درجة الحرارة المطلقة لنظام ما تتجه إلى الصفر، يكون للأنتروبيا الخاصة به قيمة دنيا، ويمكن أن تكون صفرًا. (عمليًا، لا يمكن الوصول إلى أنتروبيا صفر في الواقع، حيث أن تلك هي أنتروبيا بلورة مثالية التي تعتبر نموذجًا نظريًا). ونتيجة للقانون الثالث، يمكن القول بأنه لا يمكن الوصول إلى درجة حرارة الصفر المطلق.

### ٢-١-٤ جهود الديناميكا الحرارية:

بالإضافة إلى الطاقة الداخلية U والأنتروبيا S، هناك بعض الكميات الأخرى التي تعتبر دوال لحالة الديناميكا الحرارية. من بينها جهود potentials الديناميكا الحرارية.

- الطاقة الداخلية U جهد ديناميكي حراري. فهي دالة للأنتروبيا والحجم، $U = U(S, V)$. وحيث أن $\delta Q = TdS$ و $\delta W = - pdV$، يكون لدينا:

$$dU = T\,dS - pdV$$

جهود الديناميكا الحرارية الأخرى هي:

- طاقة هيلمهولتز الحرة $F = U - TS$ وهي دالة لدرجة الحرارة والحجم، $F = F(T, V)$، بحيث يكون $dF = - S\,dT - pdV$. والشغل المبذول على جسم ما في عملية لا انعكاسية متساوية الحرارة يساوي التغير في الطاقة الحرة.

- المحتوى الحراري enthalpy أو دالة الحرارة،

$$H = U + pV.$$

كمية الحرارة المكتسبة بواسطة الجسم في عمليات تحدث عند ضغط ثابت تساوي التغير في دالة الحرارة. والمحتوى الحراري H دالة للأنتروبيا والضغط، $H = H(S, p)$ ويكون لدينا

$$dH = T\,dS + V\,dp.$$

- طاقة جبز الحرة (تسمى أحيانًا المحتوى الحراري الحر، خاصة في الكيمياء)، وتم تسميتها على اسم جوسيا ويلارد جبز Josiah Willard Gibbs (١٨٣٩ – ١٩٠٣).

$$G = U - TS - pV:$$

وهذه دالة ديناميكية حرارية $G = G(T, p)$ لدرجة الحرارة والضغط، و $dG = - S\,dT + V\,dp$. لو كان هناك بارامترات خارجية أخرى، مثلاً، مجال مغناطيسي **B**، يكون البارامتر الداخلي المقترن هو العزم المغناطيسي للنظام **M**، وسوف يعتمد G أيضًا على ذلك، أي $G = G(T, p, M)$. عندئذ يكون لدينا $dG = - S\,dT + V\,dp + \mathbf{B}.\,d\mathbf{M}$.

تسمى هذه الكميات جهود ديناميكية حرارية لأنها تصل إلى حدها الأقصى في حالة التوازن الديناميكي الحراري. ويماثل ذلك التوازن الميكانيكي، الذي يتم الوصول إليه بالقيم القصوى لطاقة الوضع للطاقة الكامنة.

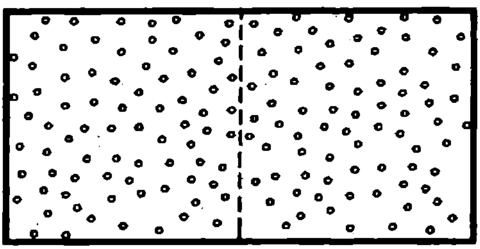
## ٢-٢ مقاربة إحصائية:

أولاً، يجب أن نشير إلى أن أي جسم مرئي بالعين المجردة يتكون من عدد هائل من الجزيئات، أو الذرات، أو الأيونات. في الواقع يحتوي أي مول من الغاز على ٦.٠٢٣ x ١٠ ^٢٣^ جزيئ. هذه الكمية الهائلة معروفة باسم عدد أفوجادرو، على اسم عالم الفيزياء الإيطالي أميديو أفوجادرو Amedeo Avogadro (١٧٧٦-١٨٥٦). ثانيًا،

علينا تذكر أن أبعاد الجزيئات في الغازات البسيطة في حدود أنجستروم (١ أنجستروم = ١٠ ^-٨ سم).

في ما يتعلق بالمناقشة التالية، نأخذ كنموذج صندوقًا يحتوي على غاز مكون من نفس نوع الجزيئات (مثلاً $O_2$ أو $N_2$). نقول إن الغاز مثالي إذا كانت الجزيئات تتفاعل بشكل ضعيف بين بعضها البعض ومع جدران الصندوق. (معنى "بشكل ضعيف" أمر نسبي هنا). نفترض أيضًا أن الغاز له كثافة منخفضة وأن المسار الحر المتوسط، أو متوسط المسافة التي يقطعها الجزيء بين تصادمين، كبيرة مقارنة بأحجام الجزيئات.

**حالة التوازن والتذبذب.** لمزيد من التبسيط، نفترض أن الغاز لدينا هنا معزول، وهو ما يعني أن العالم الخارجي لا يؤثر على حركة الجزيئات. هذا الغاز هو نظام في حالة توازن ديناميكي حراري عندما تكون خواصه المرئية (الضغط، الكثافة) متغيرة مع الزمن. وإلا فإن النظام يكون في حالة عدم توازن.




الشكل ٢-٢

الجزيئات موزعة تقريبًا بشكل متناسق في نصفي الصندوق، لكن العدد n و n' يتذبذب باستمرار.

بشكل بالغ الدقة، قد يكون من الأفضل القول بأنه في حالة التوازن، لا يتغير متوسط القيم مع الزمن، لأن القياسات الدقيقة توضح أن كل هذه الكميات تتذبذب بالفعل بسبب الحركات العشوائية للجزيئات. على سبيل المثال، لو كان هناك إجمالي N جزيئات داخل الصندوق، ولو افترضنا أن هذا الصندوق منقسم إلى جزئين متساويين بواسطة جدار خيالي أو حاجز، سنتوقع أن هناك N/2 جزيئات في كل

نصف. ومع ذلك، ما قد نجده بالفعل هو أنه، لو كان n و'n هما أعداد الجزيئات في كل نصف صندوق، سوف يتغير العددان مع الزمن، ويتذبذبان باستمرار حول قيمة N/2، لكنهما يحققان دائمًا الشرط السابق (انظر الشكل ٢-٢):

$$n + n' = N \tag{2.4}$$

أي مثال بسيط سيقوم بتوضيح هذه الأفكار. افترض أن لدينا N = 4 جزيئات في الصندوق. حقًا، عندما نضع في اعتبارنا عدد قليل من الجزيئات، ليس هناك معنى للحديث عن نظام ديناميكي حراري، التوازن..إلخ. على القارئ أن يقبل هذه الأمثلة باعتبارها فقط نماذج مبالغة في التبسيط للمساعدة على فهم سلوك نظام عند زيادة عدد الجسيمات. دعنا ننظر في عدد الطرق الكثيرة التي يمكن من خلالها توزيع أربع جزيئات في النصفين، وأن نقيم الاحتمالات المناظرة.

دعنا نحسب الجزيئات من واحد إلى أربعة وننشيء الجدول ٢-١ بالاحتمالات المختلفة. نشير ب R لحقيقة أن الجزيئ على اليمين، و L إلى أنه على اليسار. أي، بالنسبة لأربع جزيئات هناك حالتين لأن تكون كل الجزيئات مركزة في أحد نصفي الصندوق، وثماني حالات أن يكون ثلاثة في نصف وواحد في النصف الآخر، وست أن تكون الجزيئات موزعة بشكل متماثل.

من السهل أن نرى أن أعداد التوزيعات للجزيئات في الصندوق يتم الحصول عليها من معاملات ذات الحدين (تركيبات). والأحوال المحتملة ل N = 6 وN = 8 موضحة في الجدولين ٢-٢ و٢-٣.

من هذين الجدولين يمكن أن نرى أنه مع زيادة N:

١- حالات تراكم كل الجزيئات في نصف واحد من الصندوق أقل تكرارًا. التكرارات النسبية، أو المتكافئة، تكون الاحتمالات، على التوالي، بالنسبة ل N = 4, 6, 8: 1/8, 1/32, 1/128....

**الجدول ٢-١.**

**حساب التوزيعات المحتملة لأربع جزيئات في صندوق ذي حاجز.**

| جزيئات | | | | توزيعات محتملة | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ١ | ٢ | ٣ | ٤ | n | n' | إجمالي |
| R | R | R | R | ٤ | ٠ | ١ |
| R | R | R | L | | | |
| R | R | L | R | | | |
| R | R | L | R | ٣ | ١ | ٤ |
| L | R | R | R | | | |
| R | R | L | L | | | |
| R | L | R | L | | | |
| R | L | L | R | | | |
| L | R | L | R | ٢ | ٢ | ٦ |
| L | R | R | L | | | |
| L | L | R | R | | | |
| R | L | L | L | | | |
| L | R | L | L | | | |
| L | L | R | L | ١ | ٣ | ٤ |
| L | L | L | R | | | |
| L | L | L | L | ٠ | ٤ | ١ |
| | | | | | الإجمالي | ١٦ |

٢- الحالات التي تتوزع في الجزيئات بشكل متماثل أقل تكرارًا أيضًا. الاحتمالات هي، على التوالي: .....3/8, 5/16, 35/64، ورغم ذلك، احتمالات الحالات التي يكون فيها عدد الجزيئات في كلا النصفين هو نفسه أو يختلف قليلاً نسبيًا عن المتوسط N/2 تتزايد مع زيادة N. وبذلك، على سبيل المثال، بالنسبة ل N = 4، يكون لدينا:

-٦ حالات توزيع متماثل،

-٨ حالات حيث تختلف n أو n' عن N/2 (٢ جزيء) ب N/4 (جزيء واحد)،

-إجمالي ١٤ حالة.

في مجموعـــة الـ ١٤ حـــالة هـــذه، يناظـــرها احتمـــال ١٤/١٦ = ٠,٨٧٥ .
لكن بالنسبة ل N = 8، نجد أن هناك:

**الجدول ٢-٢**

**حساب التوزيعات المحتملة لست جزيئات في صندوق ذي حاجز.**

| N = 6 | | |
|---|---|---|
| التوزيعات المحتملة | | |
| n | n' | إجمالي |
| ٦ | ٠ | ١ |
| ٥ | ١ | ٦ |
| ٤ | ٢ | ١٥ |
| ٣ | ٣ | ٢٠ |
| ٢ | ٤ | ١٥ |
| ١ | ٥ | ٦ |
| ٠ | ٦ | ١ |
| | إجمالي | ٦٤ |

- ٧٠ حالة بتوزيع متماثل،

-١١٢ حالة حيث n أو n' تختلف عن N/2 بأقل من N/4 (جزيئان)،

-٥٦ حالة حيث n أو n' تختلف عن N/2 (٤ جزيئات) ب N/4 (٢ جزيء)،

-إجمالي ٢٣٨ حالة

**جدول ٢-٣**

**حساب التوزيعات المحتملة لثمان جزيئات في صندوق ذي حاجز**

| N = 8 | | |
|---|---|---|
| التوزيعات المحتملة | | |
| n | n' | إجمالي |
| ٨ | ٠ | ١ |
| ٧ | ١ | ٨ |
| ٦ | ٢ | ٢٨ |
| ٥ | ٣ | ٥٦ |
| ٤ | ٤ | ٧٠ |
| ٣ | ٥ | ٥٦ |
| ٢ | ٦ | ٢٨ |
| ١ | ٧ | ٨ |
| ٠ | ٨ | ١ |
| | إجمالي | ٢٥٦ |

احتمال حدوث واحد من هذه الحالات الـ٢٣٨ هو: ٢٣٨/ ٢٥٦ = ٠,٩٣٠.

لو تم إجراء حسابات مماثلة ل N = 12، نحصل على احتمال ٩٨٧/ ١٠٢٤ = ٠,٩٦٤. يمكن توضيح أنه، مع زيادة N، تزداد الكمية q تبعًا لـ :

$$\frac{n - N/2}{N} = 1/2^q,\ q = 1, 2, 3 \ldots, \tag{2.5}$$

مما يجعل التذبذبات النسبية أقل فأقل.

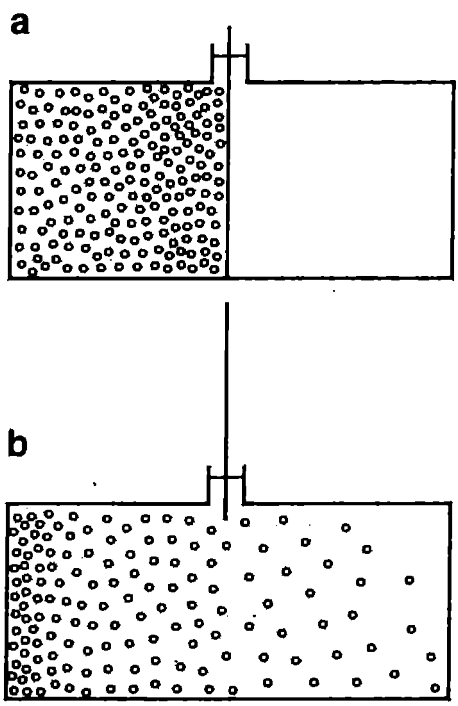
بالنسبة ل N بالغة الضخامة، يكون لدينا:

$$\left(n - \frac{N}{2}\right)/N \approx N^{-1/2}. \tag{2.6}$$

هذا يعني أن العدد n سيتذبذب حول N/2 تقريبًا. وبذلك، لو أن N ذات قيمة $١٠^{١٨}$ جزيء، يكون التذبذب في n ذو قيمة $١٠^{٩}$ جزيء، وتكون المعادلة المناظرة:

$$١٠^{٩} / ١٠^{١٨} = ١٠^{-٩} \qquad (٢-٧)$$

في تحليلنا السابق، حسبنا الاحتمال باعتباره خارج قسمة عدد الحالات المفضلة على العدد الكلي للحالات المحتملة. لكن يمكن التقدم مباشرة باستخدام طرق أولية لنظرية الاحتمالات.




الشكل ٢-٣

(a) الجزيئات مركزة في النصف الأيسر.
(b) بعد إزالة الحاجز، يصبح من المسموح لها أن تتحرك في كل الحجم. واحتمال أن تعود تلقائيًا لتشغل النصف الأيسر فقط تتناقص بشكل أسي مع عدد الجزيئات.

حقًا، لو أن احتمال وجود جزيء على اليمين هو p، بينما وجوده على اليسار هو q، وإذا كان V حجم الصندوق، يكون لدينا (حيث p + q = 1):

$$p = \frac{(V/2)}{V} = \frac{1}{2} = q. \qquad (2.8)$$

عندئذ، تبعًا للفرضية ثنائية الحد binomial theorem ، احتمال وجود n جزيئات على اليمين و'n على اليسار هو:

$$P_{n,n'} = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n q^{N-n}. \qquad (2.9)$$

وبشكل خاص، احتمال أن تتراكم كلها على اليمين هو:

$$P_{N,o} = 2^{-N} \qquad (2.10)$$

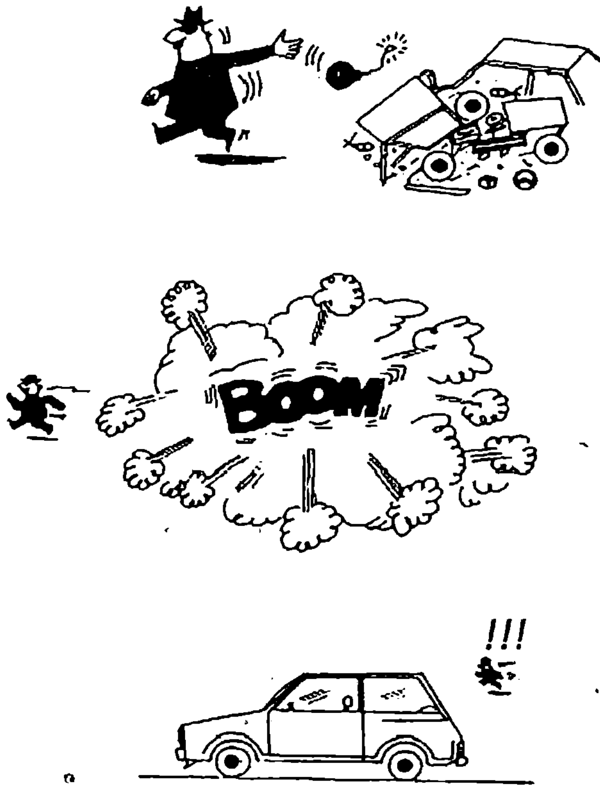
بالنسبة لـ $N = 100$ و $P_{N,o} \sim 10^{-30}$. لأخذ فكرة عن مدى الصغر الذي لا يمكن تصديقه لهذا العدد، نقدم فرضية أن كل من حالات الجزيئات هذه تستمر ١٠ ^-٧^ ثانية. وتراكم كل الجزيئات على جانب واحد، في المتوسط، يحدث كل:

١٠ ^٣٠^ x ١٠ ^-٧^ = ١٠ ^٢٣^ ثانية (٢-١١)

ويوجد ٣,٥ x ١٠ ^٧^ ثانية في العام الواحد. وهذا يعني أن قيمة الفترة الزمنية بين مثل هذين التراكمين (التكرار) هو ١٠ ^١٥^ سنة. والعمر المحسوب للكون أقل بخمس مرات في قيمته، حيث أنه تم تقديره ب ١٠ ^١٠^ سنة!

يجب التأكيد على أننا اخترنا عددًا متواضعًا من الجزيئات لحسابنا. ولعل القارئ يكرر الحسابات لحالة ١ سم^٣^ من غاز النتروجين في حالات بيئية نموذجية (درجة الحرارة ٢٥ ° مئوية وضغط ١٠٠ كيلو باسكال)، وفي هذه الحالة تكون $N = 2.5 \times 10^{19}$ جزيء. والعدد الذي يتم الحصول عليه حينئذ للاحتمال تبعًا ل (٢-١٠) يكون صغيرًا إلى حد بعيد. حقًا، بالنسبة لكل الجسيمات المقترحة، يكون صفرًا.

افترض الآن أنه تم تجهيز الغاز كما هو موضح في الشكل ٢-٣، أي كل الجسيمات مركزة في النصف الأيمن، بينما الجزء الأيسر خالي. رغم أن هذه الشروط مستحيلة الحصول عليها بالضبط في المختبر، يمكن الوصول إلى تقريب معقول. لو أنه في لحظة ما تم فتح الحاجز، يصبح كلا النصفين الأيمن والأيسر متاحين لكل الجزيئات، وفي وقت قصير سيصبح الغاز موزعًا بشكل متماثل في الصندوق، حتى يصل إلى التوازن.




الشكل ٢-٤

تتالي أحداث احتمال حدوثها صغير إلى حد استثنائي. سيكون مساويًا لاحتمال عكس عملية لاانعكاسية. وهؤلاء الذين يبحثون عن متحرك أبدي لديهم احتمال نجاح مماثل.

رأينا أن احتمال عودة الجزيئات تلقائيًا إلى موقعها الأصلي هو عدد صغير جدًا بشكل استثنائي حتى أنه، لرصد هذه الظاهرة، سيتطلب الأمر زمنًا من الطول بحيث أن العمر المحسوب للكون يمكن إهماله مقارنة بهذا العدد. ويقال للظاهرة أو العملية مثل تلك المذكورة في المثال السابق، حيث احتمال العملية العكسية صغير إلى حد إمكانية إهماله، أنها لا انعكاسية (الشكل ٢-٤).

للعالم المرئي سمة خاصة أن كل العمليات التي تحدث فيه لاانعكاسية، على سبيل المثال، توصيل الحرارة والتيار الكهربائي، والانتشار..إلخ. في النظم سهلة المنال بالنسبة للتجربة والملاحظة الإنسانية، يتم الحصول على التوازن في بعض الحالات فقط، ثم لفترات زمنية قصيرة فقط.

## ٢-٣ الأنتروبيا والفيزياء الإحصائية:

لإعطاء وصف أكثر دقة لسلوك النظم المرئية مثل الغاز المثالي من مثالنا السابق، نحتاج إلى معرفة احتمال العثور على نظام في حالته المرئية المتاحة في ظروف معينة. الحالات المرئية هي حالات كمية ويجب وصفها طبقًا لذلك، وفي هذه الحالة نعتبر الطاقة عادة كمية أساسية (وليس الوضع، الذي كان الكمية المستخدمة في المقاربة التقليدية لمثالنا السابق). وفي حقيقة الأمر، في معالجة أكثر دقة للميكانيكا الإحصائية التقليدية، يتم استخدام الطاقة أيضًا باعتبارها كمية أساسية.

وبذلك، بدلاً من وصف الهيئة المرئية لنظام بإعطاء عدد الجزيئات التي أعطت سرعة وموقع (خلال فترات زمنية معينة)، يتم تحديد مجموعة من الحالات الجزيئية المحتملة $E_1, E_2, E_3, \ldots\ldots, E_p\ldots\ldots$. وهناك طاقة معينة تناظر كل حالة، وقد تكون شاملة بالنسبة لعدة حالات (وفي هذه الحالة، نقول أن هذه الحالات متحللة بالنسبة للطاقة). ومن ثم، فإن الحالة المرئية لنظام يمكن وصفها بإعطاء رقم الجزيئات في كل حالة جزيئية، مثلاً (٢، ٣، ٠...،٥، ...).

والمزيد من التحليل التفصيلي لهذه المسألة يتطلب منا، من بين أشياء أخرى، أن نضع في اعتبارنا ما يطلق عليه خاصية عدم إمكانية التمييز indistinguishability التي ينسب إليها الجسيمات المتماثلة في العالم الذري وتحت الذري. يضاف إلى ذلك، اعتمادًا على قيمة عدد اللف الكمي (أو كمية الحركة الزاوية الأصيلة)، التي إما أن تكون عددًا صحيحًا أو نصف العدد الصحيح، يظهر للجسيمات خواص مختلفة تمامًا، ويقال أنها تطيع إحصائيات بوز-أينشتاين أو فيرمي-ديراك، على التوالي.

أي عدد من الجسيمــات التي لها لف عدد صحيح يمكن أن تكــون معًا في حالة كمية معينة، ولكن بالنسبة لجسيمات لها لف نصف عدد صحيح، يمكن لكل حالة كميــة أن يحتلها جسيم واحد أو بدون أي جسيم على أي حــال، تبعًا لمبدأ الاستبعاد لباولي.

عند درجات الحرارة المرتفعة والضغوط المنخفضة يمكن وصف الجسيمات عن طريق ما يسمى إحصائيات ماكسويل – بولتزمان، وهي تكافؤ تقريبًا اعتبارها قابلة للتمييز، مما يؤدي إلى حالة محدودة لإحصاءات بوز-أينشتاين وفيرمي – ديراك. ونقول تقريبًا لأن بعض العوامل الأخرى يجب تقديمها ويمكن الوفاء بها فقط في إطار النظرية الكمية. وذلك لأن الإحصاءات التقليدية، القائمة على نموذج الجسيمات التي يمكن تمييزها، جمعية additivity الكميات الديناميكية الحرارية مثل الأنتروبيا يجب أن تكون محفوظة. (على سبيل المثال، تحت نفس الظروف لو أن الطاقة، والحجم، وعدد الجسيمات يتم ضربها في عدد ثابت ما، من المتوقع أن تكون الأنتروبيا الناتجة مضروبة في نفس العدد). وخلاف ذلك، تؤدي إلى متناقضة جيبز الشهيرة، التي تقول ما يلي: عندما يتم كتابة التعبير عن الأنتروبيا في الإحصاء التقليدي، بالنسبة لنظام جسيمات متماثلة N، من الضروري القسمة على N!، وهي عدد التبديلات permutations لجسيمات N، للوفاء بخاصية الجمعية السابق الإشارة إليه. لكن هذا العامل N!، يمكن الوفاء به بشكل دقيق فقط في نظرية الجسيمات المتماثلة في ميكانيكا الكم (انظر الفصل ٦) وليس له مكان في الميكانيكا التقليدية.

لكن دعنا نعود إلى الغرض الأصلي من تقديم مفهوم الأنتروبيا في الإحصاء الكمي. تبعًا للتوزيعات المختلفة للجزيئات في الحالات الجزيئية، أو الخلايا، هناك عدد هائل من الحالات المجهرية المحتملة للنظام. لكل من هذه الحالات المجهرية يمكننا تحديد احتمال $P_i$. يتم تحديد أنتروبيا النظام حينئذ عن طريق التعبير التالي:

$$S = -k \sum_i P_i \ln P_i , \qquad (2.12)$$

حيث k ثابت بولتزمان، وهو تقريبًا $1.38 \times 10^{-16}$ erg/K. في (٢-١٢) يفيض المجموع عن كل الحالات المجهرية الممكنة المسموح بها للنظام ويتفق مع الشروط المرئية المعطاة. يمكن توضيح أن هذا التعبير قد يحدد الأنتروبيا كما يتم تعريفها في الديناميكا الحرارية.

عندما يكون النظام في حالة معينة i بيقين ($P_i = 1, P_{k \neq i} = 0$)، من الطبيعي افتراض أنها سيكون لها نظام أقصى أو عشوائية قصوى. قد تحدث هذه الحالة في غياب الحركة الحرارية، أي عند درجة حرارة صفر مطلق.

بالفعل، من المستحيل عزل نظام من كل تأثير خارجي، ولا يمكن الوصول إلى الصفر المطلق. ومع ذلك، يمكن القول بأنه، لو كانت T قريبة جدًا من الصفر، سوف يميل النظام إلى احتلال مجرد بضع حالات قريبة من حالة واحدة تسمى حالة الهمود ground state، ونتيجة لذلك، سوف تميل S إلى الصفر (لأن $P_i = 1$ و$\ln 1 = 0$)، وهو ما يحقق القانون الثالث للديناميكا الحرارية. في الحقيقة، هناك في بعض الحالات أسباب لتوقع أن تميل الأنتروبيا إلى قيمة ثابتة $S_o$ عندما تميل T إلى الصفر.

بالنسبة لنظام معزول، يتم الوصول إلى التوازن عندما يكون للنظام احتمال متساوي لأن يوجد في كل حالاته سهلة المنال. إذا كان هناك حالات مسموح بها N، فإن احتمال وجود نظام في أي حالة منها هو 1/N. عندئذ تؤدي (٢-١٢) إلى:

$$S = -kN \; 1/N \; \ln \; 1/N = k \ln N \qquad (2.13)$$

وتتناسب الأنتروبيا مع لوغارتم عدد الحالات سهلة المنال.

وحيث أن احتمال وجود نظام في كل حالات N سهلة المنال متساوي، يمكننا القول بأن عشوائية النظام قصوى. تحت هذه الشروط، تكون الأنتروبيا قصوى.

يمكننا اعتبار الأنتروبيا مقياس لعشوائية النظام. لو كانت هناك حالات باحتمال أعلى من الأخرى، ليس من الصعب رؤية أن الأنتروبيا والعشوائية قد يكونان أقل من التوازن.

كمثال لذلك، دعنا نختار نظام له حالتين سهلتا المنال، A وB. عندما تكون احتمالات وجود نظام في هاتين الحالتين متساوي ($P_A = P_B = 1/2$) ، يتم حساب الأنتروبيا كما يلي:

$$S_e = k\ 1N\ 2 = 0.693\ k \qquad (2.14)$$

لو أن الاحتمالات غير متساوية، على سبيل المثال، $P_A = 1/4$ و $P_B = 3/4$، تكون الأنتروبيا الخاصة بها:

$$S_{ne} = -k\ (1/4\ 1N\ 1/4 + 3/4\ 1N\ 3/4) = 0.612k \qquad (2.15)$$

وتكون النتيجة

$$S_e > S_{ne} \qquad (2.16)$$

عندما تكون الاحتمالات $P_i$ غير متساوية وتتغير مع الزمن، من الممكن إثبات أن الأنتروبيا S المحددة في (٢-١٢) تتغير أيضًا مع الزمن، لكن بطريقة تجعلها لا تنخفض أبدًا بالنسبة لنظام معزول. تلك النتيجة معروفة جيدًا في الفيزياء الإحصائية وتحمل اسم فرضية H لبولتزمان. وتم إثباتها بواسطة لودفج بولتزمان للغاز، مبتدأ من معادلته الحركية الشهيرة، وهي تقدم نموذج مرئي للانعكاسية، يقوم على الوصف الاحتمالي للنظام.

## ٢-٤ درجة الحرارة والجهد الكيميائي:

النظام في حالة توازن الذي سوف نضعه في اعتبارنا هنا هو غاز في صندوق تم تقسيمه كما ناقشنا من قبل. يجب أن تكون الأنتروبيا الكلية S قصوى، مع طاقة كلية E وعدد من الجزيئات N ثابت. عندئذ يكون لدينا: $S = S_1 + S_2,\ E = E_1 + E_2,\ N = N_1 + N_2$، حيث $S_1$، و$E_1$، و$N_1$ و$S_2$، و$E_2$، و$N_2$ هي الأنتروبيا، والطاقة، وعدد الجزيئات للنظم الفرعية 1 و2، ويجب تحقيق العلاقة $\delta E_1 + \delta E_2 = 0$ . يضاف إلى ذلك، حيث أن S تصل إلى قيمتها القصوى خلال تبادل الطاقة، يمكن أن نكتب:

$$dS = \frac{\partial S_1}{\partial E_1}\delta E_1 + \frac{\partial S_2}{\partial E_2}\delta E_2 = 0. \qquad (2.17)$$

بالنسبة للطاقة الثابتة، $\delta E_1 = -\delta E_2$، وبالتالي:

$$\frac{\partial S_1}{\partial E_1} = \frac{\partial S_2}{\partial E_2}. \qquad (2.18)$$

والكمية $\partial S/\partial E = \beta = 1/T$ تصف التوازن عندما يكون هناك تبادل طاقة بين جسمين، وتمثل T درجة الحرارة المطلقة المشتركة للجسمين.

بالمثل، يمكننا تعريف الكمية $\partial S/\partial N = \mu/T$ لتصف التوازن عندما يكون هناك تبادل جسيمات. ويطلق على الكمية $\mu$ الجهد الكيميائي chemical potential. يمكن توضيح أن الجهد الكيميائي هو الطاقة الحرة لجيبز كل جسيم، $\mu = G/N$.

## ٢-٥ الميكانيكا الإحصائية:

عندما نفكر في نظام ديناميكي حراري باعتباره مثل النظام الذي تمت مناقشته سابقًا، من المستحيل الوصول إلى تفسير ميكانيكي لسلوكه لأن له عدد هائل من درجات الحرية. دعنا ننظر في حالة غاز مثالي له N جزيئات. يكون لفضاء طور النظام 3N إحداثيات و3N كميات حركة. في كل لحظة، يمكن تمثيل هيئة الغاز بنقطة في فضاء الطور. والنقطة تتحرك باستمرار وتنظم كل فضاء طور متاح (الشكل ٢-٥).

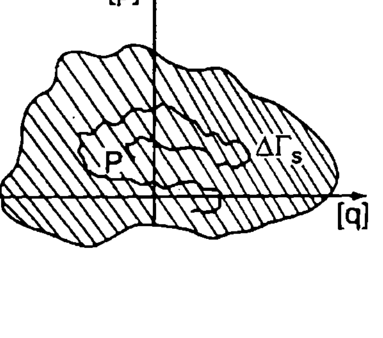
على سبيل المثال، دعنا ننظر في الحالة البسيطة ل "غاز" معزول له جزيئان بكتلة متساوية m وطاقة كلية E (انظر الشكل ٢-٦). عندئذ، يمكن كتابة:

$$E = \frac{p_1^2 + p_2^2}{2m}, \tag{2.19}$$

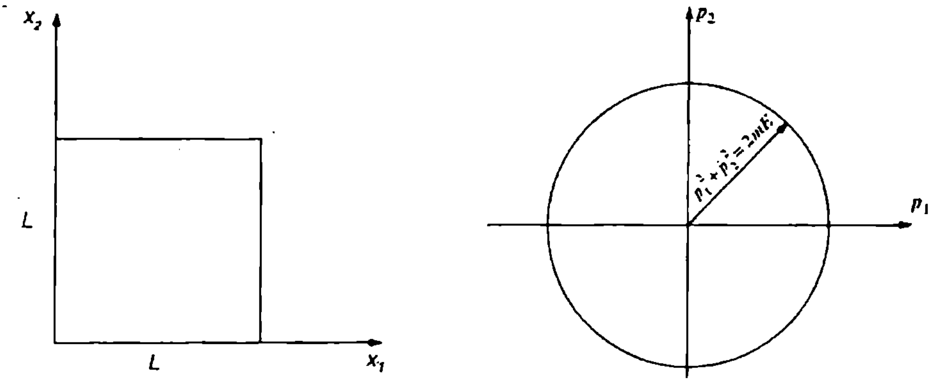
حيث $p_1^2 = p_{1x}^2 + p_{1y}^2 + p_{1z}^2$ و $p_2^2 = p_{2x}^2 + p_{2y}^2 + p_{2z}^2$.

بعبارة أخرى، يكون لفضاء كمية الحركة ست أبعاد وتحدد الطاقة كرة فائقة hypersphere ذات نصف قطر $\sqrt{2mE}$. وحيث أن الطاقة ثابتة، تجبر هذه الضرورة الأخيرة النقطة الممثلة للنظام على الحركة فقط على سطح فائق الكروية في فضاء فرعي لكمية الحركة. ويتم تحديد فضاء إحداثيات الأبعاد الستة أو فضاء الهيئة كما يسمى عادة بواسطة الحجم. لو افترضنا أن الجزيئات داخل حاوية مكعبة لها ضلع L، عندئذ حيث أن الجزيئات يمكنها أن تتحرك بحرية، يكون الفضاء المتاح هو كل حجم الحاوية. ومن ثم، يتم تمثيل الحجم الكلي المتاح لجزيئين بكل النقاط الداخلية للصندوق ذي الأبعاد الستة والضلع L. لفضاء الطور الكلي اثني عشر بعد، ويتم تمثيل النظام بنقطة يقع انعكاسها في فضاء الهيئة داخل صندوق ذي ستة أبعاد، بينما يقع انعكاسها في فضاء كمية الحركة على الكرة الفائقة السابق ذكرها.

الشكل ٢-٥




تمثيل تخطيطي لفضاء الطور. عبر المحور الأفقي لدينا إحداثيات (فضاء الهيئة) وعبر المحور الرأسي، كميات الحركة (فضاء كمية الحركة). منطقة فضاء الطور المسموح بها للنظام يرمز لها ب $\Delta_s\Gamma$. ويتم تمثل تطور الزمن للنظام بنقطة يصفها منحنى داخل $\Delta_s\Gamma$. بعد وقت طويل كافي يمر المنحني بمسافة صغيرة عشوائية من أي نقطة داخل $\Delta_s\Gamma$. هذا هو محتوي ما يطلق عليه فرضية مفتوحة على كل الاحتمالات **ergodic hypothesis**.




الشكل ٢-٦

جزيئان كتلتهما m يتحركان في بعد واحد على خط ذي طول L بكميتي حركة $p_1$ و$p_2$ على التوالي. وفضاء الطور المسموح به هو حاصل ضرب فضاء الهيئة $L^2$ في فضاء كميتي الحركة، وهو دائرة يحددها المحيط $P^2_1 + P^2_2 = 2mE$.

بالنسبة ل N جزيئات هناك موقف مماثل مع التعميم المناظر في فضاء الطور. دعنا نفترض غازًا مثاليًا له حجم V، ودرجة حرارة T، وضغط p. في هذه الحالة يمكننا تخيل مجموعة هائلة مكونة من عدد لانهائي من النظم المماثلة، وكلها في حالة مرئية للنظام المعطي الأصلي. بهذا المعنى، تصف هذه المجموعة جهلنا بالحالة "المجهرية" للنظام المعطي. وتبعًا لجيبز، نشير إلى هذه المجموعة باعتبارها التمثيل الطاقم ensemble للغاز. فكرة الطاقم هي كما يلي: انظر في الحالة البسيطة لرمي حجر النرد، وتخيل أننا نرغب في معرفة احتمال الحصول على وجه محدد، على سبيل المثال ٣. أحد طرق اكتشاف ذلك رمي حجر النرد مرات كثيرة وحساب الاحتمال خلال فترة زمنية طويلة (يحددها عدد مرات الرمي). اختياريًا، يمكننا رمي عدد كبير من أحجار النرد المتماثلة في نفس الوقت، وحساب احتمالات هذه المجموعة في أي لحظة t.

هذه المجموعة من أحجار النرد يمكن أن تكون منظومة أحجار النرد الأصلية. إذا كان لدينا بدلاً عن حجر نرد نظام فيزيائي ما، يمكننا التفكير في عدد هائل من النسخ الخيالية من هذا النظام بحيث تكرر كل النسخ الصفات المرئية للنظام الأصلي لكنها تختلف في الهيئة المجهرية التي تتناغم مع الهيئة المرئية. بعبارة أخرى، يكون لعناصر المنظومة نفس الصفات في ما يتعلق بالبارامترات الخارجية (الحجم، المجالات المطبقة..إلخ) والبارامترات الداخلية (الضغط، درجة الحرارة ..إلخ) لكنها تختلف في الحالات المجهرية المشغولة عند أي لحظة محددة. يتم تعريف فضاء الطور، الذي يعطيه الحجم الفائق ذو 3N أبعاد في الإحداثي أو فضاء الهيئة، وبمنطقة في فضاء كمية الحركة الفائق ذي 3N أبعاد. ومنطقة فضاء كمية الحركة هذه يتم تعريفها بسلسلة من الهياكل الكروية المناظرة للقيم المحتملة المختلفة للطاقة. بالنسبة لعضو في منظومة لها طاقة محددة E، تقع النقطة الممثلة له على سطح فائق لها طاقة E.

حيث أن للمنظومة مجموعة كبيرة من النقاط الممثلة لها، فإنها تغطي أيضًا منطقة كبيرة جدًا في فضاء الطور. بذلك نعرف الكثافة $\rho = \rho(E)$ التي تصف توزيع النقاط الممثلة لها في فضاء الطور.

## ٢-٥-١ طاقم نموذجي:

الطاقم النموذجي له أهمية خاصة، وهو الذي يصف نظامًا يتبادل الطاقة مع "حمام حرارة" ضخم، بحيث تظل درجة الحرارة ثابتة في العملية. ويتم التعبير عن الكثافة المناظرة كما يلي:

$$\rho(p,q) = \frac{1}{Z} e^{-E/kT}, \qquad (2.20)$$

حيث Z هي ثابت يسمى دالة التقسيم partition function. تتغير الطاقة $E = E(p, q)$ , بسبب التبادل مع النظام الآخر عند درجة حرارة ثابتة. الطاقة المتوسطة U، أي متوسط E على المنظومة:

$$U = \frac{1}{Z}\int E e^{-E/kT} d\Gamma_S, \qquad (2.21)$$

تكون ثابتة. في (٢-٢١)، يدل رمز التكامل المفرد بالفعل على تكامل متعدد على كل درجات حرية 6N، و $d\Gamma_s = \Pi_i dp_i dq_i$ ويتم تعريف الثابت Z بحيث يكون تكامل الكثافة $\rho(E)$ على كل فضاء الطور وحدة:

$$\int e^{-E/kT} d\Gamma_S = Z. \qquad (2.22)$$

عندئذ يمكن تفسير ρ باعتبارها كثافة احتمال. بعبارة أخرى، $\rho d\Gamma_s$ هي احتمال الحصول على عناصر المنظومة داخل منطقة فضاء الطور $d\Gamma_s$. يكون للحجم في فضاء الطور $\Gamma_s$ أبعاد كمية الحركة الزاوية بالقوة الأسية 3N. يمكن كتابة التكامل في (٢-٢١) كتكامل على الطاقة بإجراء تحول إحداثي واستبدال $d\Gamma_s = \Pi_i dp_i dq_i$ بالتكامل على $dE(d\Gamma_s/dE)$. وحينئذ $W(E) = \rho(E) d\Gamma_s/dE$ يعطينا توزيع العناصر في المنظمة بطاقات بين E و E + dE. وبناء على التفكير المنطقي الموجود في هذا الفصل، عندما تكون N كبيرة، لا تتغير قيمة الطاقة بشكل ملموس حول U، ويكون ل $W(E)$ قيمة قصوى حادة حول U. من نظرية القيمة المتوسطة لحساب التكامل، يمكن توضيح أن هناك فاصل طاقة $\Delta E$ حول U بحيث:

$$W(U)\,\Delta E = 1 \qquad (2.23)$$

وهذا يتضمن:

$$\frac{1}{Z} e^{-U/kT} \Delta\Gamma_S = 1, \qquad (2.24)$$

حيث $\Delta\Gamma_s = (d\Gamma_s/dE)\,\Delta E$ هو حجم فضاء الطور المتاح للمنظومة الممثلة للنظام (الشكل ٢-٥) في فاصل الطاقة $\Delta E$. وهو يتناسب مع عدد الحالات الكمية في فاصل الطاقة هذا. المعادلة (٢-٢٣) توضح أنه بالنسبة ل N الكبيرة، يكون توزيع الحالات ذات الطاقة حول U ثابت تقريبًا، وهذا يعني أن الحالات المجهرية الممكنة، والبالغ عددها الكلي $\Delta\Gamma_s$، تكون محتملة بشكل متساوي. وبالتالي، يمكننا كتابة الأنتروبيا:

$$S = k \ln \Delta \Gamma_s . \qquad (2.25)$$

باستخدام (٢-٢٤) و(٢-٢٥)، نحصل على

$$S = k \ln Z + U/T \qquad (2.26)$$

من (٢-٢٦) نحصل على $F = U - TS$، حيث $F = -kT \ln Z$ هي الطاقة الحرة لهيلمهولتــز. بالعودة إلى التعبيريــن Z وU في ما يتعلــق ب $\rho$ (E)، أي باستخدام (٢-٢١) و(٢-٢٢)، نعيد كتابة الأنتروبيا باعتبارها:

$$S = -k \frac{1}{N!} \int \rho \ln \rho d \Gamma s . \qquad (2.27)$$

علينا تذكر أن العامل 1/N في الصيغة التقليدية مطلوب لضمان الخاصية الجمعية للأنتروبيا، وتظهر على هذه الهيئة فقط في حالة وصف النظم التي لا تتفاعل جسيماتها بين بعضها البعض (مثل الغاز المثالي). لو تفاعلت الجسيمات، يتم استبدال هذا العامل بتعبيرات أخرى، تكون معقدة جدًا أحيانًا.

دعنا نوضح ما سبق بمثال بسيط للغاز المثالي. تكون الطاقة الكلية:

$$E = 1/2m \ [p^2_{1x} + p^2_{1y} + p^2_{1z} + p^2_{2x} + \ldots P^2_{Nz}], \quad (2.28)$$

ونرغب في حساب الأنتروبيا باستخدام الصيغة (٢-٢٧)

يمكننا تبسيط الحساب باستخدام تكامل جاوس:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}.$$

من تطبيع الحال (٢-٢٢)، نجد أن التكامل يصبح حاصل ضرب تكاملات 6N، ومنها 3N تناظر الإحداثيات. في حالة إجراء التكامل، كل جزئ يساهم بعامل V في فضاء الهيئة، وتكون النتيجة في النهاية عامل كلي VN. في فضاء كمية الحركة لدينا $(2\pi mkT)^{3/2}$، ينتج عنه إجمالي $(2\pi mkT)^{3N/2}$. لضمان خاصية الجمعية المذكورة

سابقًا، علينا تضمين عامل 1/N. في ميكانيكا الكم، بسبب علاقة عدم اليقين لهيزنبرج، لا يتم وصف جسيم في فضاء الطور بنقطة واحدة، ولكن بخلية حجم أدنى $(2\pi\hbar)^3$. ويعود ذلك إلى حقيقة أننا لا نستطيع من حيث المبدأ أن نعرف بدقة كاملة كلاً من الموضع وكمية الحركة لجسيم مجهري (سوف نتوسع أكثر في هذا الموضوع في الفصل ٦). بالنسبة لهدفنا الحالي، لكي نقيم التوافق مع عدد من حالات ميكانيكا الكم علينا قسمة $d\Gamma$ في (٢-٢٢) على $(2\pi\hbar)^3$. وبذلك:

$$\frac{V^N}{\lambda^{3N} N!} = Z. \tag{2.29}$$

الكمية $\lambda = 2\pi\hbar/(2\pi mkT)^{1/2}$ لها بعد طول ويطلق عليها طول الموجة الحراري لبروجلي. دعنا نقدر قيمتها، على سبيل المثال، بالنسبة لجزئ هيدروجين له كتلة $m \sim 10^{-24}$ g. نذكر أن $h = 2\pi\hbar = 6.63 \times 10^{-27}$ erg.s، وثابت بولتزمان يساوي $1.38 \times 10^{-16}$ erg/K ونفترض قيمة $\lambda$ عند درجة حرارة الغرفة، أي $T = 300$ K. ونعوض بهذه القيم، لنصل إلى:

$$\lambda \simeq 10^{-8}\text{cm} = 1\ \text{Å}. \tag{2.30}$$

الطول الآخر المميز للغاز هو المسافة المتوسطة بين الجزيئات $d = (V/N)^{1/3}$. وبالنسبة لغاز مثالي فيه $3 \times 10^{19}$ جزيء لكل سم٣، تكون على وجه التقريب $d = 30$ Å. عندما تكون $\lambda \ll d$، يتصرف الغاز بشكل تقليدي، كما في المثال السابق. تظهر الخواص الكمية عندما تكون $\lambda \simeq d$ . يحدث ذلك لو تم اعتبار T أصغر بمقدار ١٠٠ مرة. على سبيل المثال $T = 1 - 3$K. عند درجات الحرارة المنخفضة هذه قد يحدث للغازات المخففة تكثيف بوز – أينشتاين، بينما المادة الأكثر كثافة يبرز عنها سيولة فائقة أو توصيل فائق (انظر الفصلين ٣ و٨).

يمكن الحصول على طاقة متوسطة باستخدام تكامل جاوس الثاني،

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{a^3}}. \tag{2.31}$$

من (٢-٢١) و (٢-٢٩)، نحصل على مساهمات تكاملات N (3k T/2 لكل منها). وأخيرًا نحصل على:

$$U = 3/2 \quad NkT \tag{2.32}$$

كمعادلة حرارية لحالة الغاز المثالي.

لو قسمنا U على 3N، نحصل على طاقة متوسطة kT/2 لكل درجة حرية. بالفعل تناظر هذه الطاقة المتوسطة كل مركبة إحداثي أو كمية حركة مساهمة بحد تربيعي في الطاقة الكلية للنظام، وتسمى فرضية تجزؤ الطاقة بالتساوي equipartition of energy، التي تتحقق في الديناميكا الحرارية التقليدية. ولا تتحقق في النظام الكمي.

دعنا نقدم السعة الحرارية عند حجم ثابت ككمية ديناميكية حرارية تقيس التغير في الطاقة الداخلية بالنسبة لدرجة الحرارة. من (٢-٣٢)، للغاز المثالي، يتم التعبير عنه $C_V = \frac{\partial U}{\partial T} = \frac{3}{2}Nk$ . وتتناسب الطاقة الداخلية والسعة الحرارية مع الكتلة، وبوضوح تشير U و$C_v$ إلى كمية معينة من الكتلة. ويطلق عليها الحرارة النوعية، سعة الحرارة لكل وحدة كتلة، باستخدام نفس الرمز $C_v$. لو استخدمنا كوحدة كتلة مول واحد (الوزن الجزيئي معبر عنه بالجرامات)، التي تحتوي على $N_A$ جزيء، حيث $N_A$ هو عدد أفوجادرو، نرمز للحرارة النوعية ب $C_v$. ونقول إن $kN_A = R$.

يجب أن نؤكد على أن نموذج الغاز كمجموعة من الجزيئات الحرة الشبيهة بالنقطة مقيد إلى حد بعيد، وفي معظم الغازات الحقيقية يجب أن نضيف المزيد من درجات الحرية حيث أنها تلعب دورًا مهمًا. بذلك فإن الهواء في الأحوال العادية من الضغط ودرجة الحرارة $C_v = 5/2\ R$، وهذا يعود إلى أن الهواء يتكون من جزيئات ثنائية الذرة، له ٥ درجات حرية (تساهم الطاقة الحركية لدوران الجزيئات أيضًا في الحرارة النوعية).

بالنسبة للمواد الصلبة الذرية البسيطة، هناك ثلاث درجات حرية تذبذبية إضافية، تؤدي في درجة حرارة الغرفة إلى $C_V = 3R$، وهو ما يسمى قانون دالونج – بيتي Dulong-Petit law، باسم بيير ل. دالونج Pierre l. Dulong (١٧٨٥ – ١٨٣٨) وألكسيس ت. بيتي Alexis. T. Petit (١٧٩١ – ١٨٢٠). عند درجات الحرارة المنخفضة، تلعب الظاهرة الكمية دورًا أساسيًا، وبالنسبة للمواد الصلبة، عندما $T \to 0$، و $C_V \to 0$ في تناسب مع $T^3$.

دعنا نناقش بتفاصيل أكثر إجراء التكامل في فضاء الطور واحتمال الكثافة كدالة للطاقة. حتى ما وصلنا إليه، دعنا ننظر أولاً مسألة هندسة N أبعاد. نريد أن نوضح أنه في كرة ذات عدد اختياري من الأبعاد N، يميل أغلب الحجم إلى التركز في طبقة السطح مع سمك متزايد (في الواقع، يقترب من الصغر مع زيادة N). حجم كرة في أبعاد N يمكن التعبير عنه بشكل عام باعتباره $V_N = K_N R^N$، حيث R نصف القطر و $K_N = \pi^{N/2} / \Gamma(N/2 + 1)$، حيث N تكامل، يتم تعريف دالة جاما باعتبارها $\Gamma(N) = (N-1)!$. دعنا نعتبر حجم القشرة الكروية $V_c = K_N R^N - K_N (xR)^N$، حيث x تقترب من لكنها تقل بشكل محدد عن 1، أي $x < 1$. ويكون الحجم المناظر:

$$\frac{V_c}{V_N} = \frac{K_N R^N - K_N (xR)^N}{K_N R^N} = 1 - x^N. \qquad (2.33)$$

بافتراض أن $x = 0.9$ ونأخذ $N = 32$، نحصل على $x^N < 0.04$. بالنسبة ل N بمقدار ١٠ ^٢٣ يمكننا أخذ x قريبة إلى حد كبير من 1، ونظل نحصل على $x^N \sim 0$.

دعنا نعود للمسألة السابقة. بالنسبة لقيمة معينة للطاقة E، يحدد التعبير (٢–٢٨) كرة فائقة نصف قطرها $(2mE)^{1/2}$ في فضاء كمية الحركة بأبعاد 3N. بإيجاد التكامل بمساعدة الإحداثيات فائقة الكروية، يكون لدينا $3N - 1$

زاوية وإحداثي قطري واحد. يمكن إجراء تكامل الزوايا $3N - 1$ للحصول على ثابت $C_{3N} = (2\pi)^{3N/2} / \Gamma(3N/2)$، حيث N، و$3N/2$ الكبيرة يمكن دائمًا تقريبها بعدد صحيح. ومساهمة الإحداثي القطري يكون عاملاً $E^{3N/2-1}\,dE$. على سبيل المثال، في الإحداثيات القطبية من بعدين، هناك زاوية قطبية $\theta$ والإحداثي القطبي r. ويساهم الأخير بالعامل rdr، بينما $C_2 = 2\pi$. في الإحداثيات الكروية، تكون الزاوية القطبية $\theta$ والزاوية السمتية $\varphi$ مساهمة بالعامل $C_3 = 4\pi$، بينما الجزء القطري هو $r^2dr$ (في 3N أبعـــاد يكون الجــزء القطــري $r^{3N-1}\,dr$). عندئذ $d\Gamma_s/dE = D\, C_{3N}\, E^{2N/2-1}$ حيـث $D = \frac{1}{N!}\left(\frac{(2m)^{3/2}V}{(2\pi\hbar)^3}\right)^N$. وكثافة الاحتمال كدالة للطاقة هي:

$$W(E) = C'_{3N} E^{\frac{3N}{2}-1} e^{-E/kT}, \qquad (2.34)$$

حيث $C'_{3N} = C_{3N}D/Z$. والحد الأقصى ل $W(E)$ عند النقطة:

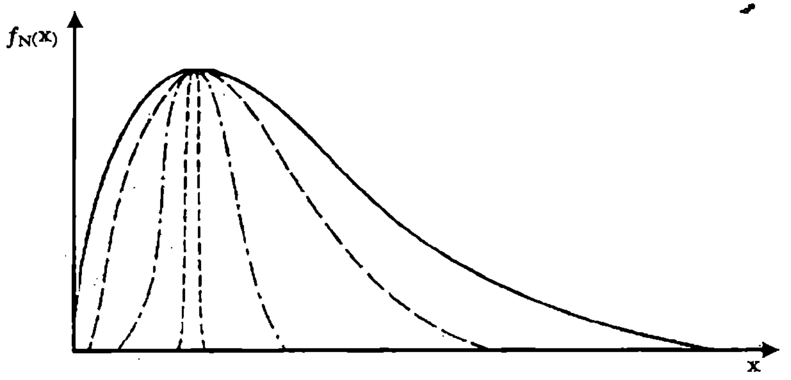
$$E_{max} = (3N/2 - 1)kT. \qquad (2.35)$$

ومع زيادة N، يمكن إهمال الفرق بين القيمة المتوسطة للطاقة المعطاة ب (٢-٣٢) والطاقة القصوى.

لدراسة سلوك $W(E)$ حول $E_{max}$، نجعل $E = xE_{max}$. وسوف ندرس التوزيع النسبي

$$\frac{W_N(E)}{W_N(E_{max})} = f_N(x), \qquad (2.36)$$

حيث $f_N(x) = x^{3/2\,N-1} e^{-(3/2\,N-1)(x-1)}$. وتتلاشى الدالة $f_N(x)$ للقيم الصغيرة والكبيرة ل x، وتصل إلى القيمة القصوى عند $x = 1$. وتصبح هذه القيمة القصوى أكثر وضوحًا مع زيادة N، كما هو موضح في الشكل ٢-٧. وهذا متوقع، إذا وضعنا في الاعتبار سلوك حجم الكرة الفائقة مع زيادة N، كما سبق توضيحه.




الشكل ٢-٧

الدالة $f_N(x)$ لها قمة تصبح أكثر وضوحًا مع زيادة N. وهذا يعني أن احتمالية اختلاف القيم عن $E_{max}$ تنخفض مع زيادة N.

دعنا نحصل على تعبيرين ل $\Delta\Gamma s$ و $\Delta E$. يمكننا الانطلاق من (٢-٢٤) وإهمال الوحدة مقارنة ب 3N/2، لذلك:

$$\frac{\lambda^{3N}}{V^N} N! e^{-3N/2} \Delta\Gamma_S = 1. \qquad (2.37)$$

باستخدام صيغة ستترلنج $\ln N! \simeq N \ln N - N - \ln \sqrt{2\pi N}$، يمكننا كتابة أنتروبيا الغاز المثالي على أساس $S = k \ln \Delta\Gamma s$ وينتج عن ذلك:

$$S = \frac{3}{2} Nk(1 - \ln\lambda^2) + kN \ln\frac{V}{N}. \qquad (2.38)$$

من (٢-٢٣)، بجعل الطاقة المتوسطة $U = (3N/2 - 1)kT$ وإهمال الوحدة محذوفة من 3N/2 مرة أخرى، نحصل بمساعدة (٢-٢٩) و(٢-٣٤) على ما يلي:

$$\frac{2e^{-3N/2}(3N/2)^{3N/2}\Delta E}{\Gamma(3N/2)kT} = 1. \qquad (2.39)$$

باستخدام صيغة استرلنج $N! \sim \left(\frac{N}{e}\right)^N \frac{1}{\sqrt{2\pi N}}$, يكـــون لدينا:

$$\Delta E = kT \frac{(3N/2)! e^{3N/2}}{2(3N/2)^{3N/2}} \simeq \frac{kT}{N^{1/2}}. \qquad (2.40)$$

بعبارة أخرى، يكون عرض منحنى الطاقة $\Delta E \simeq \frac{kT}{N^{1/2}}$ وكما هو موضح في مـــا يلي، $\Delta E/kT$ تـــكون قيمته قيمـــة تذبذبات الطاقـــة النسبية $\Delta U/U$ (حيث $\Delta U = \sqrt{\langle (E-U)^2 \rangle} = \sqrt{\langle E^2 \rangle - U^2}$). يمكن فهم النتيجة الأخيرة بشكل أفضل لو افترضنا نظامًا مثل ذلك المكون من N نظم فرعية. وبشكل خاص، يمكن أن يكون كل نظام فرعي جزيئ. وتعتبر النظم الفرعية مستقلة عن وجهة النظر الإحصائية، ونستخدم العلامات i وj وm للإشارة إليها، حيث $i, j, m = 1, 2, \ldots N$.
لاحظ أنه بسبب الاستقلال عن الإحصاء، تكون طاقة الجزيئ ناقص طاقته المتوسطة

$E_i - U_i = \delta E_i$ مستقلـــة عن نفـس الكميـــة بالنسبـــة للجزيئات الأخـــرى، $E_j - U_j = \delta E_j$ لو ثبتنا واحد منها، $\delta E_i$ مثلاً، وضربنا في كل القيم الموجبة والسالبة المكنـــة ل $\delta E_j$ الأخرى، لكل حاصل ضـــرب موجب $\delta E_i \ \delta E_j$ سيكـــون هنـاك حاصـــل ضرب سالـــب $\delta E_i \ \delta E_j$ - ومجموعها كلهـــا صفر. بذلك يمكـــن أن نقول أن $\langle \delta E_i \ \delta E_j \rangle = 0$ عندما $i \neq j$. ومع ذلك $\langle \delta E_i^2 \rangle > 0$.

ويكون لدينا:

$$\begin{aligned}\langle (E-U)^2 \rangle &= \left\langle \sum_{ij} (E_i - U_i)(E_j - U_j) \right\rangle \\ &= \left\langle \sum_i (E_i^2 - 2E_i U_i + U_i^2) \right\rangle \\ &= N(\langle E_m^2 - U_m^2 \rangle).\end{aligned}$$

بذلك $\Delta U/U = \sqrt{(\langle E_m^2 \rangle - U_m^2)}/N^{1/2} U_m$، حـــيث أن $U = NU_m$:
يـــــمكن أن نوضـــح باستخـــدام توزيع ماكسويل التالـــي، عـلى سبيل المثـــال أن

$U_m = 3kT/2$ و$E^2_m = 15k^2T^2/4$ هما على التوالي متوسط مربع الطاقة والطاقة المتوسطة لكل جزئ. وبذلك، $\Delta U/U = \sqrt{2/3}N^{-1/2}$. وبالنسبة ل ١ سم٣ من الغاز المثالي عند درجة حرارة الغرفة $T \sim 300K$ و$N \sim 10^{19}$ ، يكون لدينا $\Delta E \sim 10^{-23}$ erg، وهو ما يعتبر أصغر ١٠ ^١٧ مرة من طاقة سكون rest energy الإلكترون.

كما سبق أن رأينا، يعتبر الغاز المثالي مثالاً ممتازًا يمكن أن نعرف منه ما يخص الكثير من الحقائق الديناميكية الحرارية. حيث أنه يحقق ما يطلق عليه معادلة الحالة. بالنسبة لغاز مثالي في حالة توازن، لو أن p هو ضغطه، وV حجمه، وN عدد جزيئاته وT درجة حرارته، تكون معادلة الحالة هي:

$$pV = NkT.$$

ومع ذلك، لكل الغازات الحقيقية يجب أن نضع في اعتبارنا التفاعل بين الجزيئات، وحقيقة أن لها بالفعل حجم محدود. ويمكن أن يؤدي ذلك إلى المزيد من معادلات الحالة الدقيقة، على سبيل المثال:

$$(p + a/V^2)(V - b) = NkT$$

حيث الكمية a تعتبر قوى التلاحم الجزيئية، وb بسبب الحجم الجزيئي. وتحمل هذه المعادلة اسم جوهانز فان دير والس Johannes van der Waals (١٨٣٧-١٩٢٣).

### ٢-٥-٢ توزيع ماكسويل:

لو أن النظام الجاري دراسته هو جزئ واحد في حالة توازن مع بقية النظام، تكون الطاقة عندئذ $E = (p^2_x + p^2_y + p^2_z) / 2m$، وعنصر الحجم في فضاء الطور هو $d\Gamma s = dp_x dp_y dp_z d_x d_y d_z$. واحتمال الحصول على نقطة تمثيلية للنظام في عنصر الحجم هذا $d\Gamma s$ هو:

$$\rho d\Gamma_S = \frac{e^{-E/kT} d\Gamma_S}{\int e^{-E/kT} d\Gamma_S}. \qquad (2.41)$$

$$\rho(\mathbf{p},\mathbf{r}) = \left(\frac{1}{2\pi mkT}\right)^{3/2} \frac{1}{V} e^{-\frac{E}{kT}}. \qquad (2.42)$$

والطاقة المتوسطة لكل جزئ هي:

$$u = \int E\ \rho(E) d\Gamma_S = \frac{3kT}{2}, \qquad (2.43)$$

وبالنسبة ل N جزيئات، ينتج عن ذلك $U = Nu = (3NkT)/2$.

لو رغبنا في التعبير عن الاحتمال بمصطلح معامل السرعة $v = \sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}/m$، نجد كثافة الاحتمال:

$$p(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} 4\pi v^2 e^{-mv^2/2kT}, \qquad (2.44)$$

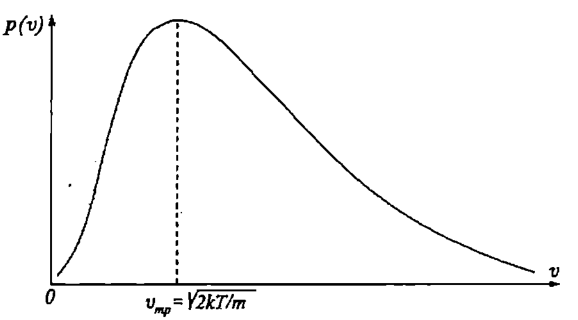
وهو ما يمثله الشكل ٢–٨. وأقصى قيمة ل $p(v)$ تعطي أعلى احتمال للسرعة كما يلي:

$$v_{mp} = \sqrt{2kT/m},$$

حيث جذر متوسط المربعات للسرعة RMS هو:

$$v_{RMS} = \sqrt{\bar{v^2}} = \left(\int_0^\infty v^2\, p(v)\, dv\right)^{1/2} = \sqrt{3kT/m}.$$

تزداد السرعات المميزة المختلفة للجزيئات مع درجة الحرارة. للحصول على فكرة مقدار القيمة، بالنسبة للنتروجين $N_2$ في+ درجة حرارة الغرفة $T = 300\ K$، مع كتلة لجزئ واحد تكون حوالي $5 \cdot 10^{-23}\ g$. ونجد أن $v_{RMS} \approx 500\ m/s$، والتي يصل مقدارها إلى سرعة الصوت في الغاز.




الشكل ٢–٨

توزيع ماكسويل للسرعة.

### ٢-٥-٣ طاقم نموذجي كبير:

لو افترضنا أن النظام الجاري دراسته يتبادل أيضًا جسيمات مع النظام الكبير، علينا استخدام ما يطلق عليه طاقم نموذجي كبير grand canonical ensemble، وكثافتها هي:

$$\rho(p,q) = \frac{1}{\mathcal{Z}} e^{-(E-\mu N)/kT}. \tag{2.45}$$

حيث μ هي الوضع الكيميائي و $\mathcal{Z} = \sum_{N=0}^{\infty} e^{\mu N/kT} Z(N)$ تسمى دالة التقسيم الكبرى. وهنا Z(N) هي دالة التقسيم لنظام له N جسيمات. وعادة يطلق على $\Omega = -kT \ln \mathcal{Z}$ الجهد الكبير، يتم تعريفه تبعًا للديناميكا الحرارية باعتباره $\Omega = U - TS - \mu N$. في حالة الطاقم النموذجي الكبير، يكون متوسط عدد الجسيمات ثابت. والطاقة المتوسطة U، وهي متوسط E على الطاقم، تصبح الآن:

$$U = \frac{1}{\mathcal{Z}} \sum_{N_j} \frac{1}{N_j!} \int E e^{-(E-\mu N_j)/kT} d\Gamma_S, \tag{2.46}$$

حيث مجموع كل عدد الجسيمات Nj، الذي يتغير في النظم المختلفة للطاقم. والطاقم النموذجي الكبير مهم بشكل خاص في دراسة توزيعات فيرمي-ديراك وبوز- أينشتاين، وهو ما سنتناوله في الفصل ٨ باستخدام الطرق المختلفة.

## ٢-٦ الأنتروبيا والمعلومات:

بالنسبة لمصدر قادر على إرسال N رسائل أو رموز بالاحتمالات $p_1, \ldots\ldots, p_N$، كان لدى كلود شانون فكرة تقديم مقياس للمعلومات التي تم الحصول عليها (أو فقدها خلال عدم اليقين) عندما يتم استقبال إحدى الرسائل، بالدالة التي أطلق عليها أنتروبيا. ونمثل هذه الدالة بالرمز I، لأنه يناظر الدالة التي نسميها الآن معلومات:

$$I = -k \sum_{i=1}^{N} P_i \ln P_i, \tag{2.47}$$

حيث k ثابت اختياري، قد يكون ثابت بولتزمان أو 2 1n اعتمادًا على الوحدات المستخدمة لقياس الأنتروبيا (سيان كانت وحدات ديناميكية حرارية أو بتات bits).

إذا كانت N رسائل ممكنة بشكل متساوي، $p_i = 1/N$ ويمكننا كتابة:

$$I = k\ 1n\ N \tag{2.48}$$

هذه الصيغة تسمح لنا بفهم مفهوم المعلومات كنقص في عدم اليقين، عندما نعتبر حدوث عدد معين من الأحداث الممكنة، سيان كانت رسائل أم لا.

أصلاً لا يوجد معلومات، $I = 0$، وعدم اليقين كبير، اعتمادًا على N. أي، كلما كانت N أكبر، كلما كان عدد البدائل الممكنة أكبر. عند استقبال رسالة أو حدث، تكون المعلومات

$I = k\ 1n\ N$. يمكن تفسير هذه الكمية باعتبارها مقياس لنقص عدم اليقين بالنسبة للشروط الأولية بعد اختيار رسالة واحدة أو حدث واحد من احتمالات N.

لو أن الموقف الأخير لا يؤدي إلى معرفة حدث معين واحد، لكن إلى مجموعة ما منها $N_1$، وهو ما يتضمن إنقاص الخرج الممكن من N إلى $N_1 < N$ تكون المعلومات المكتسبة أو الفقد في عدم اليقين $I = k\ 1n\ N/N_1$ .

قدم جون فون نيومان ملحوظة حول أن أفكار شانون تعود إلى التأكيد الذي قدمه بولتزمان في ١٨٩٤، بأن الأنتروبيا ترتبط بفقد المعلومات، حيث أنها تتحدد بعدد البدائل الممكنة للحالات المجهرية المسموح بها في نظام فيزيائي بعد أن يكون قد تم الحصول على كل المعلومات المرئية القابلة للملاحظة حول هذا النظام. لكن العلاقة بين أنتروبيا شانون أو المعلومات، والإنتروبيا في الفيزياء الإحصائية أو الديناميكيـــة الحرارية تم توضيحهـــا بواسطـــة ليون بريلوين، بطريقة ســوف نناقشها لاحقًا.

افترض نظامًا فيزيائيًا بحالة ابتدائية ب $N_0$ حالات ممكنة متاحة بشكل متساوي مثل معلوماته والأنتروبيا الخاصة به، على التوالي،

$$I_0 = 0, \qquad S_0 = k \ln N_0.$$

إذا حصلنا الآن على معلومات من النظام، أي بالإقلال من عدد الحالات المتاحة إلى $N_1$، تكون المعلومات والأنتروبيا التي يتم الحصول عليها هي:

$$I_1 = k \ln N_0 - k \ln N_1, \qquad S_1 = k \ln N_1$$

لو أن الحالات المتاحة بالنسبة للنظام ليست ممكنة بشكل متساوي (والذي يحدث، مثلاً، لو كان النظام في توازن مع حمام حراري عند درجة حرارة ثابتة T)، تكون الأنتروبيا الأولية الخاصة به:

$$S_0 = -k \sum P_i \ln P_i . \qquad (2.49)$$

بعد الحصول على معلومات حول النظام، يتغير احتمال الحالات سهلة المنال إلى $q_1, q_2, q_3, \ldots$، ومن ثم المعلومات التى يتم الحصول عليها تكون:

$$I_i = -k \sum P_i \ln P_i + k \sum q_i \ln q_i , \qquad (2.50)$$

والأنتروبيا النهائية الخاصة بها:

$$S_f = -k \sum q_i \ln q_i . \qquad (2.51)$$

على أي حال، ينتج عن ذلك أن المعلومات التي تم الحصول عليها تكون مساوية للانخفاض في الأنتروبيا

$$I_i = S_0 - S_f \qquad (2.52)$$

أو

$$S_f = S_0 - I_i \qquad (2.53)$$

بعبارة أخرى، أية زيادة في المعلومات لدينا من نظام ما، ابتداء من حالة معينة، يتضمن نقص في الأنتروبيا الخاصة به.

على سبيل المثال، بالنسبة لغاز يحتوي على N جزيئات، يمكن توضيح أن الأنتروبيا الخاصة به تعتمد على حجمه V تبعًا للتعبير التالي:

$$S_0 = kN \ln V + S(T), \qquad (2.54)$$

حيث S(T) دالة لدرجة الحرارة T. لو تم تثبيت T وتخفيض الحجم بنصف، تصبح الأنتروبيا الخاصة به:

$$S_f = k N \ln V/2 + S(T) \qquad (2.55)$$

وانخفاض الأنتروبيا:

$$S_0 - S_f = kN \ln 2 \qquad (2.56)$$

يتضح فورًا أنه، بتخفيض الحجم بنصف، يتم الحصول على مزيد من المعلومات (أو عدم يقين أقل) حول موقع الجزيئات. ويمكن بسهولة قياس هذه المعلومات بأن نفترض مرة أخرى أن الجزيئات مسموح لها في أي من النصفين بطرق مختلفة $2^N$.

بمعرفة أن كل الجزيئات تتراكم في أحد النصفين، عندئذ يعطي حدوث أحد المواقف الممكنة $2^N$ ما يلي:

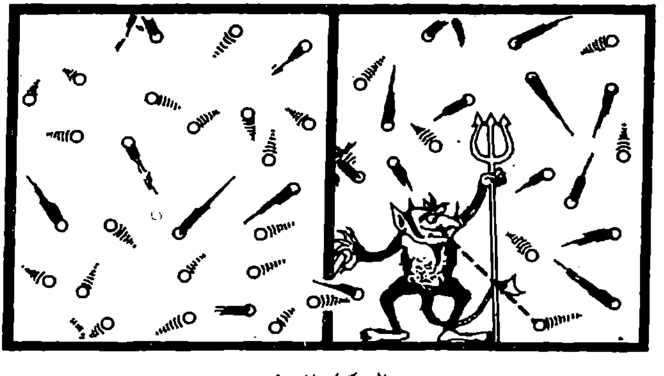
$$I_I = k \ln 2^N = kN \ln 2. \qquad (2.57)$$

## ٢-٧ عفريت ماكسويل والمتحرك الأبدي:

مع نهاية كتابه "نظرية الحرارة"، الذي نشر في ١٨٧١، كتب ماكسويل أنه، لو كان هناك كائن أو عفريت داخل صندوق يحتوي على هواء (على سبيل المثال، صندوق منقسم إلى جزئين A وB بحاجز فيه ثقب صغير وبوابة)، وإذا كان لدى العفريت القدرة على رؤية الجزيئات، عندئذ بفتح وإغلاق البوابة يمكن له أن يسمح للجزيئات الأكثر بطئ بالمرور من B إلى A والأكثر سرعة من A إلى B (الشكل ٢-٩). قد يرفع ذلك من درجة الحرارة في B ويخفضها في A، بدون بذل أي شغل، وهو ما يتناقض مع القانون الثاني للديناميكا الحرارية.

هــذه هي متناقضــة عفـريت ماكسويــل، الذي يعتبــر نظامًا مــيكانيكيًا أو إلكترونيًا، قادر على إحداث زيادة محددة في النظام بالاختيار من بين خيارات ممكنة متعددة قائمة على بعض المعلومات السابقة التي تم الحصول عليها. ولقد جذب اهتمام العديد من أجيال علماء الفيزياء وعلماء الرياضيات، ويجب أن نشير أن من بينهم بشكل خاص أسماء ماريان سمولاشوفسكي Marian Smoluchowski (١٨٧٢ – ١٩١٧)، ليو سزلارد Leo Szilard (١٨٩٨–١٩٦٤)، نوربرت فينر Norbert Wiener (١٨٩٤–١٩٦٤)، جون كلارك ستلاتر John Clarke Slater (١٩٠٠–١٩٧٦)، وليون برليون Leon Brillouin (١٨٨٩–١٩٦٩).

وأعطى الأخير الحل التالي للمتناقضة: حيث أن النظام يعتبر في حالة توازن، يوجد داخل الغاز إشعاع جسم أسود. وذلك يجعل من المستحيل تمييز أي شيء موزع بشكل موحد الخواص داخل الصندوق. عندئذ لكي تكون هناك قدرة على رؤية جزيء، يحتاج العفريت لإضاءته بإشعاع عند درجة حرارة أعلى من درجة حرارة الغاز. تصل للعفريت معلومات حول سرعة الجزيء ويفتح أو يغلق البوابة تبعًا لذلك: في العملية، هناك انخفاض في أنتروبيا الغاز، لكن الإشعاع عند درجة حرارة أعلى، بعد أن يكون قد تم امتصاصه بواسطة عين العفريت (كشاف ضوئي)، عند درجة حرارة أقل، يرفع الأنتروبيا. لا تكون النتيجة النهائية انخفاض بل زيادة في أنتروبيا النظام في مجمله (الغاز + الإشعاع + العفريت).

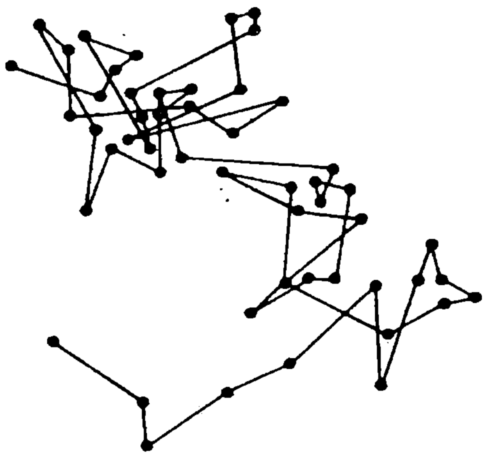


الشكل ٢-٩

عفريت ماكسويل

نرى أن عفريت ماكسويل لا يمكنه إنجاز هدفه في إيجاد اختلاف في درجتي الحرارة بين نصفي الصندوق، قد تسمح بتشغيل محرك حراري، ابتداءًا من نظام في حالة توازن. لكن من الممكن استيعاب نظم أخرى، لا تعمل بالضبط على مستوى جزيئي، تنتفع من التذبذب. كما رأينا، هذه الذبذبات نتيجة للحركة الحرارية للجزيئات.

على سبيل المثال، لو لاحظنا حبوب لقاح معلقة في الماء بميكروسكوب قوي، نراها تتحرك على مسارات عشوائية. يطلق على ذلك الحركة البراونية (الشكل ٢-١٠)، على اسم مكتشفها عالم النبات روبرت براون Robert Brown (١٧٧٣-١٨٥٨)، وهي تعود إلى تصادمات جزيئات الماء بالجسيمات المعلقة.



الشكل ٢-١٠

مسار جسيم براوني.

الجسيم البراوني أكبر من الجزيئات. وبذلك، عند كل زمن t، يعاني من عدد كبير من التصادمات العشوائية، مما يؤدي إلى سرعة متوسطة ما، لكنه يتحرك في اتجاه عشوائي. لو أن سرعة الجسيم ت،م وصفها ب $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}}$, حيث $\mathbf{r}$ موقع متجه بالنسبة لنظام إحداثيات ما، نحصل على الوصف الديناميكي لحركته بما يسمى معادلة لانجفن، على اسم بول لانجفن Paul Langevin (١٨٧٢-١٩٤٦):

$$\dot{\mathbf{v}} = -\gamma\mathbf{v} + \mathbf{A}(t), \tag{2.58}$$

حيث الحد الأول على اليمين هو قوة الاحتكاك لكل وحدة كتلة و $\gamma$ ثابت. الكمية $A(t)$ هي قوة عشوائية (أيضًا لكل وحدة كتلة) يكون متوسطها، في القيمة والاتجــاه، صفر. المعادلــة (٢–٥٨) هي "معادلة تصادفيــة stochastic equation". بالتناقض مع النظم الديناميكية التي تمت مناقشتها في الفصل ١، والتي كان لها مسارات محددة جيدًا، هنا تؤدي الطبيعة العشوائية للقوة المؤثرة على كتلة ما m إلى حركة عشوائية (المتغيرات العشوائية يتم استخدامها لوصف عمليات تصادفية). على سبيل المثال، يمكن أن نتنبأ فقط بمربع المسافة المتوسطة. بالنسبة للفترات الزمنية الطويلة، نجد أن: $\langle r^2\rangle = 6kTt/m\gamma$ .

يصف الانتشـــار سرعة الجسيمات بواسطة حركة عشوائية (مثل الحركــة البراونية). المثال النموذجي نجده في انتشار قطرات حبر في الماء. تتحرك الجسيمات تصادفيًا من مناطق الكثافة الأعلى إلى مناطق الكثافة الأقل. لو أن كثافة الجسيمات هي $n(\mathbf{r},t)$، فإنها تطيع معادلة الانتشار:

$$\partial n/\partial t = D\nabla^2 n \tag{2.59}$$

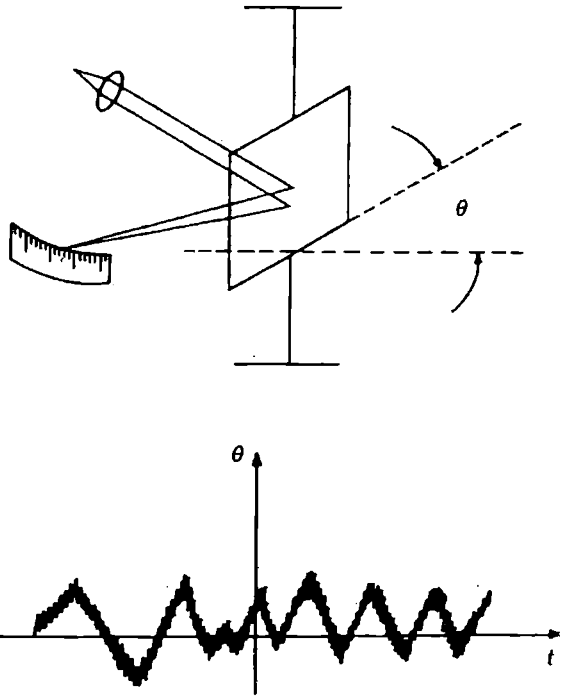
حيث $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ (وفي بعـد واحد يــمكن اعتبارها ببساطة $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2$) و D هي معامل الانتشار.

حل (٢–٥٩) هو:

$$n(\mathbf{r},t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}}e^{-\frac{r^2}{4Dt}}, \tag{2.60}$$

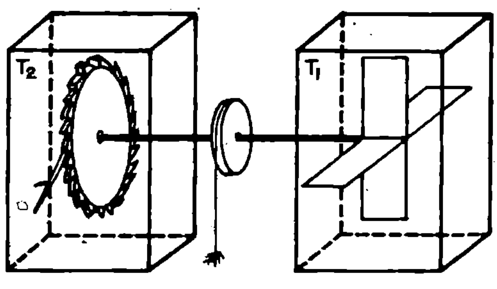
وهو وصف جاوس لانتشار الجسيمات في المكان مع مرور الزمن. بهذا الوصف، نجد أن متوسط مربع المسافة هو:

$$\langle r^2\rangle = \int r^2 n(\mathbf{r},t)d\mathbf{r} = 6Dt. \tag{2.61}$$




الشكل ٢-١١

الحركة البراونية في جلفانومتر مرآة.




الشكل ٢-١٢

محرك سمولكوفسكي – فينمان.

وحيث أن (٢-٥٨) و(٢-٥٩) تصفان نفس العملية، نحصل على معامل انتشار $D = kT/m\ \gamma$.

يمكن وصف الحركة البراونية والعمليات التصادفية بمسار تكاملات، وهي تكاملات متعددة تتحدد على عدد لا نهائي من المتغيرات. ومع ذلك، يتخطى ذلك مجال الكتاب الحالي.

بالمثل بالنسبة للحركة البراونية، في جلفانومتر مرآة بالغ الحساسية في غياب أي تيار، يتذبذب موقع الشعاع المنعكس على التدريج لأن مستوى المرآة يتذبذب أيضًا بشكل عشوائي نتيجة لتصادمات الجزيئات، ويؤدي ذلك إلى تذبذب الضغط (الشكل ٢-١١).

انظر الآن إلى المقوم الميكانيكي الموضح في الشكل ٢-١٢، كما اقترحه ماريان سمولكوفسكي ورتشارد فينمان. يتكون من عمود إدارة بعجلة تحريك عند إحدى نهايتيه وترس سقاطة عند الطرف الثاني. وتسمح له السقاطة بأن يدور في اتجاه واحد فقط. تم لف حبل حول محور بثقل صغير، على سبيل المثال، نملة، معلق به.

نفترض أن أداة التحريك وعجلات السقاطة عند نفس درجة الحرارة. بسبب الذبذبات، نتوقع أن عجلة التحريك تستطيع اكتساب طاقة كافية لدوران عجلة السقاطة، وترفع الثقل. لكن عندئذ أيضًا بنفس التردد، بسبب الذبذبات، تكتسب آلية السقاطة طاقة كافية لترتفع، مما يسمح بالدورانات العكسية لعجلة السقاطة. حيث أنه عند درجة حرارة معينة يكون احتمال أن تكتسب أداة التحريك بعض طاقة الدوران يساوي احتمال أ، تكتسب آلية السقاطة نفس كمية الطاقة المرنة لترتفع وتسمح لعجلة السقاطة بالدوران في اتجاه معاكس، وتكون النتيجة النهائية ألا يحدث أي دوران. لا يمكن للآلة أن تعمل.

والآن، لو أن درجة حرارة عجلة التحريك أعلى من درجة الحرارة عند عجلة السقاطة، يكون احتمال أن تكتسب عجلة التحريك الطاقة الكافية لتحريك ورفع السقاطة (تبعًا للفيزياء الإحصائية)، أعلى من احتمال أن ترتفع آلية السقاطة تلقائيًا

للسماح بالحركة الحرة. والنتيجة النهائية أن هناك حركة معدلة، أي دوران. تعمل الآلة، ولكن الآن عملها مسموح به تبعًا للقانون الثاني للديناميكا الحرارية.

هناك تشابه إلكتروني مثير للاهتمام جدًا. يأتي المنحنى المميز للشدة - الفولت لدايود مثالي بنصفي خطين، أحدهما أفقي والثاني يصنع زاوية ما مع العمودي، ويتقابلان في نقطة الأصل. يستطيع مثل هذا الدايود أن ينقي الضوضاء الحرارية، أو الفولت المتذبذب، الناتج بين طرفي مقاومة ما، ونحصل على متوسط مربع تغيره بصيغة نيكويست Nyquist formula:

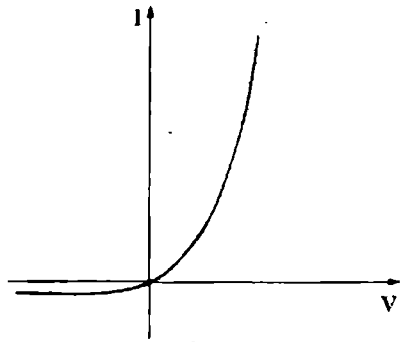
$$V^2_R = 4RkT\Delta f. \qquad (2.62)$$

وهنا R هي المقاومة، وk ثابت بولتزمان، وT درجة الحرارة المطلقة، و$\Delta f$ عرض النطاق الترددي الذي يلاحظ عليه الفولت المتذبذب. والكمية $V^2_R$ تعطي مقياسًا لسعة التذبذب، وتزداد بوضوح مع درجة الحرارة.

لكن المنحنى المميز السابق الإشارة إليه لا يناظر أي دايود شبه موصل حقيقي. ويمكن فقط استخدام المنحني (الشكل ٢-١٣) لدايود حقيقي لتقويم الفولت فوق عتبة محددة. وتحت هذه العتبة، يوجد تيار في كلا الاتجاهين. الفولت الحراري لمقاومة عند نفس درجة الحرارة مثل ما يمكن لدايود إعطاءه في المتوسط هو تيار صفر، وهو ما يماثل مقوم ميكانيكي الذي ينتج في المتوسط دوران صفر، تبعًا للحركة البراونية لأداة التحريك. ومرة أخرى يفشل المحرك الأبدي.

لكن لو سخن مصدر الضوضاء الحرارية، قد تتخطى سعة الذبذبات في الفلطية العتبة الديناميكية الحرارية للدايود، ويتم تحويل الضوضاء، لكن هذه المرة بدرجتي حرارة مختلفتين، وهو ما يتفق مع القانون الثاني للديناميكا الحرارية.

المحركات الدائمة أو المتحرك الأبدي المفترضة التي تم النظر فيها سابقًا تنطلق من شروط في حالة توازن. في النظم غير المتوازنة، يمكن لمثل هذه المحركات العمل، مثلاً، باستخدام مصدرين حراريين عند درجتي حرارة مختلفتين. ويمكن مع ذلك فهم نظم أخرى يكون فيها عدم الاتزان أقل وضوحًا، كما في حالة سائل وبخاره.




**الشكل ٢-١٣**

**المنحنى المميز لدايود شبه موصل. تناظر صورة مماثلة مقوم ميكانيكي سمولشفسكي- فينمان، بتسجيل التردد الزاوي كدالة للعزم المستعمل.**

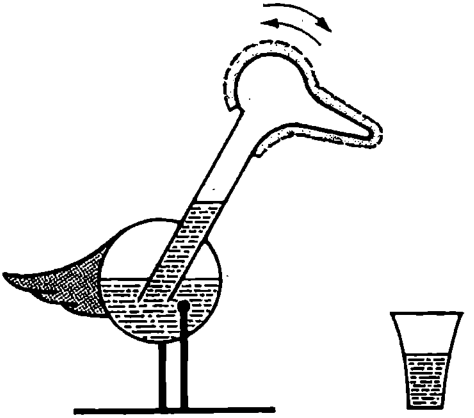
لو كان لدينا سائل في وجود بخـــاره، يكون هناك جزيئات بخـــار تتصادم باستمرار مع طور السائل، ويبقى بعضها فيه. وفي نفس الوقت، تصل بعض الجزيئات، داخل السائل، إلى طاقات مرتفعة بما فيه الكفاية لكي تغادره، وتتحول إلى طور البخار. يستقر التوازن، في المتوسط، عندما يكون عدد الجزيئات المكثفة هو نفسه عدد الجزئيات التي تتبخر. وإلا لن يكون هناك توازن.

لو كان هناك جزيئات متبخرة أكثر من المتكثفة، يكون لدينا موقف مثير للاهتمام. لو تم وضع بعض من السائل على سطح جاف، فإنه يبدأ بسرعة في التبخر، وفي العملية يبرد السائل. يحدث ذلك لأن الجزيئات تقتطع طاقة عند التبخر، بكمية أكبر من الطاقة المتوسطة للسائل الذي يظل بدون تبخر.

هناك لعبة مثيرة جدًا للاهتمام، تظهر لأول وهلة كما لو كانت محرك أبدي، تقوم على هذه الخاصية. وهي ما يطلق عليه البطة الصينية، التي تتكون من قارورة زجاجية لها شكل مناسب، كما هو موضح في الشكل ٢-١٤، مثبتة في قاعدة معدنية بطريقة تجعلها تدور في مستوى رأسي. داخل القارورة هناك سائل يتبخر بسرعة. يميل العنق بعدة درجات بالنسبة للرأسي في وضع التوازن.

رأس البطة مغطى بزغب قطني. لو أصبح هذا الزغب رطبًا، بغمر المنقار في قدح ماء، تبدأ البطة بالتحرك باستمرار، رافعة رأسها إلى أعلى حتى الوضع الطبيعي، ثم تعود لتشرب الماء، وتعمل ذلك إلى أجل غير مسمى، وتسلك كما يبدو كمحرك أبدي.

يأتي تفسير حركة البطة كما يلي: عند التبخر، الماء من الزغب القطني في الرأس يبرد أسفل الرأس ويزداد ضغط بخار السائل سريع التبخر، رافعًا مستوى السائل في الرقبة. ويؤدي ذلك إلى إزاحة في مركز الجاذبية، لذلك تميل البطة إلى الأمام حتى تغمر منقارها في الماء. في هذه العملية، ارتفع الطرف السفلي للعنق عن سطح السائل في القارورة، ويتساوى الضغط في الرأس والجسم. يسمح ذلك للسائل بأن يتدفق عائدًا إلى الجسم، مما يؤدي إلى إزاحة إلى الخلف لمركز الجاذبية، فتعدل البطة نفسها مرة أخرى.



**الشكل ٢-١٤**

**تخطيط للبطة الصينية.**

في أحوال بيئية ذات رطوبة عالية تتباطأ الحركة، بل وقد تتوقف. لو تم وضع اللعبة تحت جرة جرس زجاجية تتوقف نهائيًا، لكن بمجرد نقل جرة الجرس، تبدأ في الحركة.

يقترح محرك سمولشفسكي-فينمان بالإضافة إلى البطة الصينية أن عفريت ماكسويل يمكن أن يعمل في نظام غير متوازن. تلك هي حالة النظم البيولوجية. تختار أغشية الخلية بعض المواد ليتم امتصاصها، وترفض أخرى، فتعمل مثل عفريت حقيقي، لكن يمكن الوفاء بذلك، لأن العمليات البيولوجية تحدث من الناحية الجوهرية في ظروف غير متوازنة، ويسمح ذلك للكائنات الحية بالحصول على معلومات عن البيئة المحيطة بها بوسائل فيزيائية أو كيميائية.

هل يعني ذلك أن القانون الثاني للديناميكا الحرارية شامل؟ ليس بالضرورة. ما يمكن قوله هو أنه، على المقياس الأرضي بل وحتى على مقياس الكون المرئي، لا نجد أي تناقض. لكن بالطبع، لا يعزز ذلك فرضية ما يطلق عليه الموت الحراري للكون، الذي يفترض أن زيادة الأنتروبيا سوف يقود مجمل الكون إلى حالة نهائية من التوازن بعد فترة زمنية طويلة بما يكفي. وعلم الكون الراهن أكثر ديناميكية بكثير (انظر الفصلين ١٠ و١١) ولا يدعم هذه الفكرة.

على أساس المناقشة السابقة، يمكن أن ننصح هؤلاء الذين يبحثون عن حركة أبدية بالتخلي عن مهمتهم. رغم إمكان النجاح لا يتم إنكارها إحصائيًا، فإن احتماله منخفض جدًا إلى درجة أنه، لكي ننتج ذبذبات مناسبة تسمح لهم بإنجاز هدفهم، عليهم الانتظار فترة زمنية يعبر عنها رقم من الكبر بحيث لا يمكن تصديقه ويتجاوز مجال الفهم الإنساني.

1. I.P. Bazarov, *Thermodynamics* (Pergamon Press, London, 1964). Contains an excellent discussion of the laws of thermodynamics
2. L. Brillouin, *Science and Information Theory* (Academic Press, New York, 1962). One of the first books on information theory and the relation between thermodynamic entropy and information. The problem of Maxwell's demon is discussed
3. R.P. Feynman, *The Feynman Lectures on Physics*, vol. 1, 2. (Addison Wesley, Reading, Massachusetts, 1969). Heat engines, irreversibility, and other topics are discussed in Feynman's usual enlightening style
4. F. Reif, *Statistical Physics, Berkeley Physics Course*, vol. 5. (McGraw-Hill, New York, 1965). The foundations of statistical physics are discussed in a clear and pedagogical way
5. G.H. Wannier, *Statistical Physics* (Dover, New York, 1987). A comprehensive book, containing excellent discussions on the basic concepts of thermodynamics and statistical physics
6. L.D. Landau, E.M. Lifshitz, *Statistical Physics*, 3rd edn. (Pergamon, London, 1981). Like all the Landau–Lifshitz books, this is characterized by its originality in dealing with the concepts of thermodynamics and statistical physics
7. R.K. Pathria, *Statistical Mechanics*, 2nd edn. (Elsevier, Oxford, 2006). An excellent treatise on statistical physics, containing a very good treatment of a broad range of topics
8. M. Chaichian, A. Demichev, *Path Integrals in Physics. Vol. 1: Stochastic processes and quantum mechanics* (IOP, Bristol, UK, 2001). The interested reader will find in this book the description of stochastic processes (and quantum mechanics) by means of path integrals

# الفصل الثالث

# الكهرباء المغنطيسية ومعادلات ماكسويل

يُقال إنه، منذ نحو ٦٠٠ سنة قبل الميلاد، كان طاليس Thales من مالطا يعرف بالفعل أن الكهرمان، عندما يتم دعكه، يجذب قطع القش. وجاءت كلمتنا للكهرباء من كلمة يونانية إلكترون elektron، والتي تعنى الكهرمان.

بدأت دراسة الكهرباء والمغناطيسية مع بداية القرن السابع عشر، عندما بدأت مع وليم جيلبرت William Gilbert (١٥٤٤-١٦٠٣)، عالم فيزياء الملكة أليزابيث، وأوتو فون جيريك Otto von Guericke (١٦٠٢-١٦٨٦)، ستيفن جراي Stephen Gray (١٦٦٦-١٧٣٦)، الذي اكتشف نقل الكهرباء بالتوصيل، تشارلز فرانسوا دوفاي Charles Francois Dufay (١٦٩٨-١٧٣٩)، وكان أول من أشار إلى وجود نوعين من الكهرباء، وإوالد جورج فون كليست Ewald Georg von Kleist (١٧٠٠-١٧٤٨) وبيتر فان ماسشنبروك Pieter van Musschenbroek (١٦٩٢-١٧٦١)، مخترعا جرة ليدين. جاء بنيامين فرانكلين Benjamin Franklin الأمريكي (١٧٠٦-١٧٩٠) بمساهمات متنوعة، خاصة اختراع قضيب البرق. وأثبت شارل كولوم Charles Coulomb (١٧٣٦-١٨٠٦) أن القوى الكهربائية تخضع لقانون التربيع العكسي، مثل قوة الجاذبية التي اكتشفها نيوتن. ونفس القانون اكتشفه أيضًا هنري كافندش Henry Cavendish، المعاصر لكولوم. واكتشف لويجي جالفاني Luigi Galvani (١٧٣٧-١٧٩٨) تفاعل عضلات الضفدع مع محفز كهربائي، وصنع أليساندرو فولطا Alessandro Volta (١٧٤٥-١٨٢٧) أول بطارية.

تم الوصـــول إلى علاقـة بـين الكهربـاء والمغناطيـسية لأول مـرة بواسطـــة هانس كرستيان أورستيد Hans Christian Oersted (١٧٧٧-١٨٥١) في كوبنهاجن.

M. Chaichian et al., Basic C0ncepts in Physics, Undergraduate Lecture Notes in Physics, DOI 10.1007/978-3-642-19598-3_3.



اكتشف أن التيار الكهربائي يؤثر على اتجاه إبرة ممغنطة. وكانت النتيجة الفورية اكتشاف المغنطيس الكهربائي بواسطة وليم ستارجون William Sturgeon (١٧٨٣-١٨٥٠) في ١٨٢٣ وقام بتحسينه جوزيف هنري Joseph Henry (١٧٩٧-١٨٧٨) في ١٨٣١، مما أدى إلى تحقق التلغراف والمحرك الكهربائي.

من وجهة النظر النظرية، أتاح الاكتشاف الذي أحرزه أورستيد خلفية للعمل الذي أنجزه أندريه ماري أمبير Andre-Marie Ampere (١٧٧٥-١٨٣٦)، وكارل فريدريك جاوس Carl Friedrich Gauss (١٧٧٧-١٨٥٥)، وجورج سايمون أوم George Simon Ohm (١٧٨٧-١٨٥٤). حتى ذلك الوقت كان المعروف فقط قوى أساسية، وظهور قوى جديدة ذات خواص توجيهية (كانت القوة المغناطيسية عمودية على الخط الواصل بين قطب مغناطيسي وسلك يحمل تيارًا) فتح الطريق للتفكير في نظرية فيزيائية متجهية، حيث الاتجاه، مثله مثل المسافة، يلعب دورًا أساسيًا.

في ١٨٣١، تم اكتشاف العلاقة التكاملية بين الكهرباء والمغناطيسية بواسطة مايكل فاراداي Michael Faraday (١٧٩١-١٨٦٧)، ليس مصادفة كما حدث مع أورستيد ولكن بتجارب مخططة بعناية. وجد فاراداي أنه، بتحريك سلك موصل بطريقة مناسبة في مجال مغناطيسي، كان من الممكن توليد تيار كهربائي.



الشكل ٣-١

**مايكل فاراداي. عالم فيزياء بريطاني وعالم كيمياء. من بين مساهماته في العلم تقديم مفهوم خطوط القوة، وقوانين التحليل الكهربائي، واكتشاف الحث الكهرومغنطيسي.**

بهذه الطريقة، وُجد أن الكهرباء والمغناطيسية مرتبطتان بشكل تبادلي، ووُلد علم الكهرباء المغنطيسية. كان للاكتشاف الذي أنجزه فاراداي تطبيقات متفوقة بعد عدة سنوات لاحقة مع اختراع المولدات الكهربائية. وبدأ ذلك صناعة الخدمات الكهربائية. ورغم ذلك، بالكاد كان فاراداي يهتم بهذه المسائل. كان يرغب في العثور على علاقة بين قوى العوامل الفيزيائية المعروفة في ذلك الحين: الكهرباء، والمغناطيسية، والحرارة والضوء. وتم إثبات الفكرتين الفيزيائيتين عن المجال وخطوط القوة بواسطة فاراداي بشكل حدسي، وبالتالي تم وضعها على أساس أكثر منهجية بواسطة ماكسويل.

كان جيمس كلارك ماكسويل James Clerk Maxwell (١٨٣١-١٨٧٩) أحد علماء الفيزياء الأكثر بروزًا في القرن التاسع عشر. لقد طور النظرية الرياضية لحلقات زحل وعمره ٢٤ سنة، وقام بمساهمة أساسية في النظرية الحركية للغازات والديناميكا الحرارية. وفي أكثر أعماله أهمية "أطروحة حول الكهرباء والمغنطيسية"، أكمل البرنامج الذي بدأه فاراداي، بابتكار نظام معادلات يصف الظواهر الكهرومغناطيسية بلغة رياضية.



الشكل ٢-٣

كان عالم الفيزياء الإسكتلندي جيمس كلارك ماكسويل هو من رسخ الكهرومغنطيسية كعلم. لم يوحد فقط المغنطيسية والكهرباء، لكن تنبأ أيضًا بوجود الموجات الكهرومغنطيسية. وعدا ذلك، قدم ماكسويل إسهامات مهمة أخرى للفيزياء، خاصة للنظرية الحركية للغازات.

وبشكل خاص، توضح نظرية ماكسويل أن الضوء موجة كهرومغنطيسية، في توافق تام، على الأقل لزمن محدد، مع توماس يونج Thomas Young (١٧٧٣-١٨٢٩)، وأوغسطين جان فرينل Augustin Jean Fresnel (١٧٨٨-١٨٢٧)، وتابعين آخرين لكريستيان هوجينس Christiaan Huygens (١٦٢٩-١٦٩٥)، وضد أولئك الذين يقرون بصحة النظرية الجسيمية لنيوتن. تنبأت نظرية ماكسويل بوجود الموجات الكهرومغنطيسية، التي اكتشفها هاينريتش هيرتز Heinrich Hertz (١٨٥٧-١٨٩٤) في مختبره في ١٨٨٨، والتي أتاحت أسس مستقبل اتصالات الراديو عن بعد، بفضل ألكسندر بوبوف Alexander Popov (١٨٥٩-١٩٠٥) وجوليلمو ماركوني Guglielmo Marconi (١٨٧٤-١٩٣٧).

وكما ذكرنا من قبل، أوضحت التجارب الكثيرة في الكهرباء أن هناك نوعان من الشحنات الكهربائية، يُشار إليها باعتبارها موجبة وسالبة. وأدت هذه الحقيقة إلى صياغة قانون كولوم.

## ٣-١ قانون كولوم:

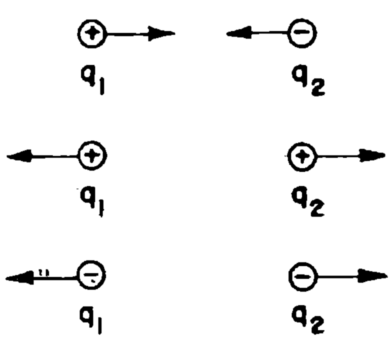
تتعرض شحنتان كهربائيتان إلى قوى متبادلة، والتي قد تكون جاذبة (لو أن للشحنتين إشاراتين متعارضتين، إحداهما + والأخرى -) أو متنافرة (لو أن للشحنتين نفس الإشارة، كلاهما + أو كلاهما -). لجسيمين مشحونين كهربائيًا بشحنتين $q_1$ و$q_2$، بحيث تكون المسافة بين مركزيهما $r$، تكون القوة المتبادلة متناسبة مع حاصل ضرب الشحنتين $q_1$ و$q_2$ ومتناسبة عكسيًا مع مربع المسافة $r$ بينهما:

$$\mathbf{F} = \frac{C q_1 q_2}{r^2} \mathbf{r}_0, \qquad (3.1)$$

حيث $C$ ثابت تناسب يعتمد على نظام الوحدات المستخدم و$\mathbf{r}_0$ وحدة المتجه على $r$. سوف نستخدم نظام كهروستاتيكي CGS، أو esu، حيث $C=1$.

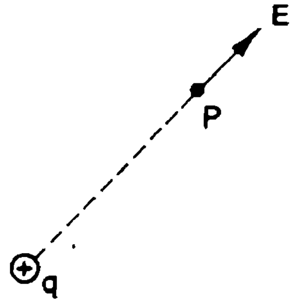
اتجاه القوى الكهربائية يتم شرحه في الشكل ٣-٣. تكون القوة المتبادلة جاذبة لو أن $q_1$ و$q_2$ لهما إشارتين متضادتين ومتنافرة لو أن لهما نفس الإشارة. لو أن الشحنتين في حالة سكون، أو أنهما تتحركان بسرعتين صغيرتين جدًا (مقارنة بسرعة الضوء)، يكون ل $F_1$ و$F_2$ اتجاهين متضادين. في كل لحظة، ينطبق عليهما القانون الثالث لنيوتن. لو أن الشحنتين تتحركان بسرعتين قريبتين من سرعة الضوء، لا يظل التعبير (٣-١) معبرًا عن القوتين المتبادلتين.

يحمل الإلكترون أصغر كمية مقاسة للشحنة الكهربائية السالبة (يساوي $e = -4.803 \times 10^{-10}$ esu ويتضاد في الإشارة مع البروتون). ورغم ذلك، هناك أدلة متزايدة على أن البروتونات، والنيوترونات، والميزونات π، والجسيمات الأخرى التي تتفاعل بقوة (الهدرونات) تتكون من جسيمات ثانوية أخرى تسمى كواركات، شحنتها الكهربائية $\pm 2e/3$ أو $\pm e/3$. وحيث أنه لم يتم قط رصد كواركات معزولة، يُعتقد بأنه يجب أن تشكل دائمًا جزءًا من الهدرونات السابق ذكرها. ويُقال: إنها مقيدة بمناطق المكان التي تحتلها الهدرونات. وسوف نناقش هذه القضية ببعض التفصيل في الفصل ١١.



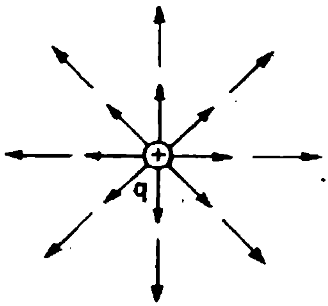

الشكل ٣-٣

تكون القوة المؤثرة بين شحنتين جاذبة لو أن لهما إشارة متضادة ومتنافرة لو أن لهما نفس الإشارة.




الشكل ٣-٤

المجال المتولد عن شحنة موجبة q عند نقطة p هي متجه اتجاهه يتحدد في الشكل وقيمته مساوية للشحنة مقسومة على مربع مسافته عن النقطة p. ويحدد المجال هوية فيزيائية قابلة للقياس، وتفاعل الشحنة 'q مع المجال E الناتج عن q يؤدي إلى قوة ناتجة F = q' E.




الشكل ٣-٥

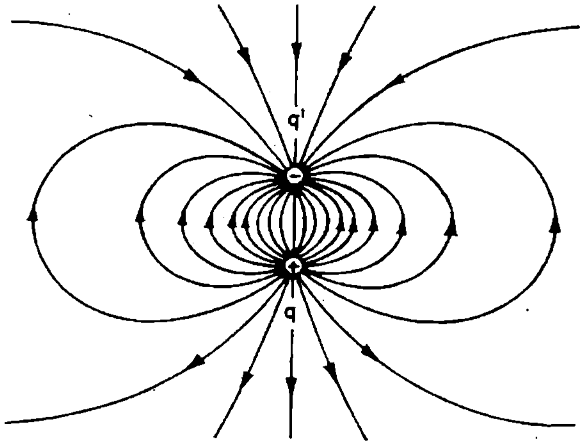
عند كل نقطة في المكان حول الشحنة q هناك مجال كهربائي ناتج عن هذه الشحنة.

افترض أن لدينا جسم له شحنة كهربائية q، ووضعنا شحنة أخرى 'q عند أي نقطة في المكان حول q (الشكل ٣-٤). عندئذ تتعرض الشحنة 'q لقوة جذب أو تنافر، تبعًا للإشارة النسبية ل q و'q. من الواضح أن 'q سوف تسبب أيضًا قوة على q. لو افترضنا أن كتلة الجسم ذي الشحنة 'q صغيرة جدًا مقارنة بكتلة الجسم ذي الشحنة q، عندئذ لن تؤثر 'q على q بشكل كاف. ورغم ذلك، في هذه الحالة، فإن القوة التي تؤثر بها q على 'q، مقسومة على 'q تكون كمية بالغة الأهمية:

$$\mathbf{E} = \mathbf{F}/q' = q/r^2 \ \mathbf{r}_0 \qquad (3.2)$$

تسمى E المجال الكهربائي المتولد عن الشحنة q ويكون لها نفس أو عكس اتجاه F، تبعًا لإشارة q. بالنسبة للشحنة الموجبة ل q، يتم تمثيل المجال عند النقطة p كما هو موضح في الشكل ٣-٤)، خارج الشحنة q. لو أن الإشارة كانت q−، يشير المجال نحو الشحنة.

بالنسبة لشحنتين متساويتين ولهما إشارتين متعاكستين، يكون المجال الناتج كما هو موضح في الشكل ٣-٦. يتوجه المجال عند كل نقطة عبر مماسات منحنيات معينة. وتسمى هذه المنحنيات خطوط القوة، وتزداد كثافتها عندما يكون المجال أقوى (عدد الخطوط لكل وحد يتناسب مع قوة E).




**الشكل ٣-٦**

**خطوط القوة بين شحنتين كهربائيتين q و'q تتساويان في المعامل لكن لهما إشارتين متعاكستين.**

في الشكل ٣-٦، على سبيل المثال، لو أنه لم تتم المحافظة على الشحنة 'q ثابتة، سوف تتحرك نحو q تحت تأثير قوة الجذب الناتجة عن q.ويمكننا القول بأن الشحنة 'q، عندما تظل ثابتة، لها كمية طاقة وضع محددة بالنسبة ل q (بالمثل في حالة الكتلة m قريبة من الأرض، التي يكون لها طاقة وضع بالنسبة إليها).

لو أننا قسمنا طاقة الوضع على 'q، نحصل على كمية يطلق عليها الجهد الكهربائي، والتي تميز الخواص الكهربائية للوسط حولها.

### ٣-٢ المجالات الإلكتروستاتيكية والتجاذبية:

حتى الآن، أشرنا إلى المجالات الكهربائية إما في حالة سكون أو حركة بطيئة جدًا. لو أشرنا إلى شحنات في سكون، من المناسب أكثر الكلام عن المجالات الإلكتروستاتيكية. بالنسبة للشحنات المتحركة، خاصة عندما تقترب سرعتها من سرعة الضوء، سيتطلب الأمر بعض الاعتبارات الأخرى.

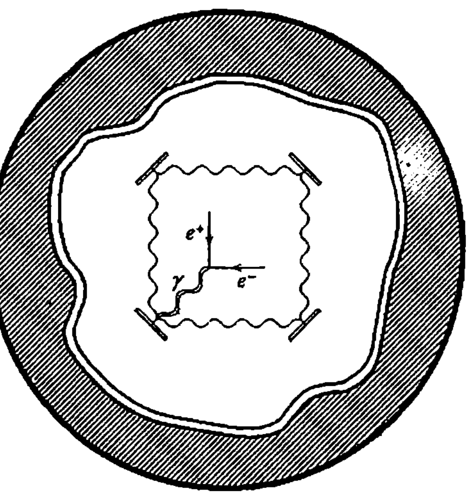
ومن المثير للاهتمام مقارنة القوة الإلكتروستاتيكية وقوة الجاذبية. هناك تشابه مهم بينهما، والأكثر أهمية أن كلا القوتين تنقصان مع المربع العكسي للمسافة. في الفيزياء الحديثة، يقال عن مثل هذه القوى قوى المدى البعيد.

ورغم ذلك، هناك أيضًا ثلاث اختلافات أساسية بينها:

١- تتطابق الشحنة الجاذبة مع كتلة الجسم، بينما لا ترتبط الشحنة الكهربائية بالكتلة. على سبيل المثال، للبوزترون والبروتون شحنتين كهربائيتين متساويتين، لكن البروتون أكثر كتلة بنحو ١٨٤٠ مرة من البوزترون.

٢- هناك شحنات كهربائية ذات قطبية عكسية تجذب بعضها البعض، لكن عندما يكون لها نفس الإشارة تتنافر مع بعضها البعض. وبالعكس، كل الكتل لها نفس الإشارة لكل الأجسام، وتكون قوة الجاذبية جاذبة دائمًا. الشحنة الكهربائية الموضوعة في وسط ما تجذب الشحنات عكسية الإشارة التي تميل إلى أن تتوزع حولها، مما ينتج عنه ظاهرة حجب screening تقلل من تأثيرها على الشحنات الأخرى.

٣- تكون الشحنة الكهربائية محفوظة في أي عملية، بينما لا تكون الكتلة محفوظة بالضرورة.




الشكل ٣-٧

**إلكترون $e^-$ وبوزترون $e^+$ ، مع كتل ساكنة تختلف عن الصفر، يتصادمان ويفنيان لإنتاج فوتونين لهما كتلة صفر. في العملية، تكون الشحنة الكهربائية محفوظة لكن الكتلة غير محفوظة. ورغم ذلك، لو أنه تم استمرار انعكاس الفوتونات بمرايا مناسبة داخل الجسم، مثل قمر صناعي، عندئذ بالنسبة لراصد خارجي لا تتغير الكتلة، حيث أن طاقة الفوتونات مقسومة على $c^2$ تتكافأ مع كتلة الجسيمات الأولية.**

سوف نوضح ذلك بمثال يشرحه الشكل ٣-٧. عندما يتصادم إلكترون وبوزترون لهما نفس الكتلة وشحنة معاكسة، سيفنيان بشكل متبادل، ويسببان ظهور فوتونين. ورغم أن للفوتونات شحنة صفر، تكون الشحنة الكهربائية الكلية محفوظة، لأنه في البداية كانت الشحنة الخالصة صفر أيضًا $e + (-e) = 0$؛ كانت الكتلة الكلية 2m في البداية وصفر في النهاية (حيث أن كتلة الفوتون صفر). ورغم ذلك، تكون الطاقة الكلية محفوظة. لو أن العملية تحدث داخل صندوق مغلق حيث يظل فوتونان في حالة حركة في كل اتجاه، على سبيل المثال، بانعكاسهما باستمرار في مرايا، عندئذ لا تتغير الكتلة بالنسبة لمراقب خارجي (فهي نفسها قبل وبعد الإفناء). ويعود ذلك إلى حقيقة أنه،

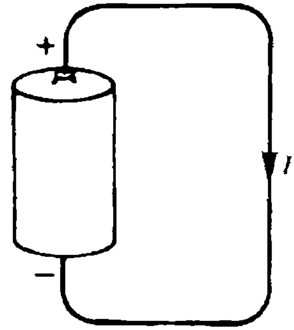
رغم أن كتلة الفوتونات صفر، تختلف طاقتها E عن صفر. وتبعًا للنسبية الخاصة والعامة (انظر الفصلين ٥ و١٠)، لو استمر الفوتونان في الحركة في كل اتجاه داخل الصنــدوق، يتكافأ تأثيرهما الخارجي مع ما ينتج عــن كتلة $2m = 2E/c^2$، من الصيغة $E = mc^2$.

## ٣-٣ الموصلات، وأشباه الموصلات والمواد العازلة:

يعرف كل شخص تقريبًا بالتجربة أن المعادن موصلات جيدة للكهرباء، وهو ما يعني القول بأن الشحنات الكهربائية تتحرك بسهولة خلالها. لهذا السبب، يطلق عليها موصلات.

والمواد الأخرى، مثل الزجاج، والمطاط، والبلاستيك موصلات ضعيفة، ونطلق عليها مواد عازلة. وهناك مجموعة من المواد، مثل الجرمانيوم والسليكون، لها خواص متوسطة، ويطلق عليها أشباه الموصلات.

لكي تتحرك شحنات داخل موصل بشكل مستمر في نفس الاتجاه منتجة تيارًا كهربائيًا، من الضروري تطبيق مجال كهربائي، أو بشكل مساو، إقامة اختلاف جهد بين نقطتين. عند وصل طرفي بطارية + و- بسلك، تتدفق كثافة تيار I من القطب الموجب إلى القطب السالب. والإلكترونات، التي تعتبر حوامل الشحنة في المعدن، تتحرك في الاتجاه المعاكس بالضبط (الشكل ٣-٨).




الشكل ٣-٨

تبعًا للعادة من المفترض أن يتدفق التيار خلال موصل من الطرف الموجب للبطارية إلى الطرف السالب. ورغم ذلك، تتحرك الإلكترونات، التي تحمل التيار، في اتجاه معاكس، من الطرق السالب نحو الطرف الموجب.

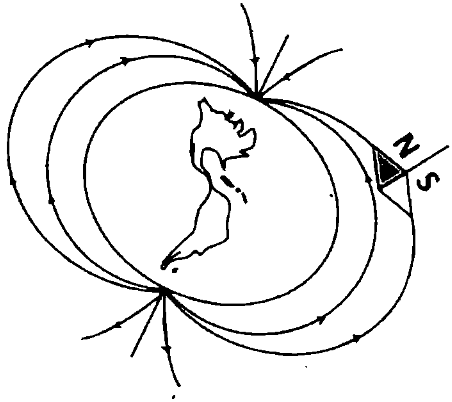
بسبب حركتها، تتصادم الإلكترونات مع بعضها البعض ومع الشبيكة الأيونية داخل المعدن. وسوف يسبب الاحتكاك، والزيادة المناظرة في درجة حرارة المعدن، مقاومة لتدفق التيار. تحت أحوال مماثلة، تتميز بعض المعادن (مثلاً النحاس والفضة) بأن لها مقاومة منخفضة للتيار الكهربائي، بينما يكون لمعادن أخرى، مثل التنجستن، مقاومة عالية. ولهذه الأسباب، عندما يتدفق تيار خلال سلك تنجستن، تزداد درجة حرارته، ويمكن للسلك أن يصبح متوهجًا. وتتيح نقطة الانصهار العالية للتنجستن وخموله الكيميائي استخدامه في أسلاك المصباح في الصناعة.

## ٣-٤ المجالات المغنطيسية:

المغنطيسية مألوفة للجميع، ونعرف أن للمغنطيسات قطبين، يطلق عليهما شمالي وجنوبي. وتوجه الإبرة الممغنطة المعلقة على خيط نفسها من الشمال إلى الجنوب، حسب اتجاه المجال المغنطيسي للأرض (الشكل ٣-٩). وعند تقريب مغنطيسين من بعضهما، نلاحظ أن القطبين المتشابهين يتنافران عن بعضهما، بينما القطبين غير المتشابهين يتجاذبان.

الأرض مغنطيس هائل بقطب جنوبي مغنطيسي في نصف الكرة الشمالي، وقطب شمالي مغنطيسي في نصف الكرة الجنوبي. وهذا ما يجذب القطب الشمالي والجنوبي لإبرة البوصلة، على التوالي. عند تقسيم مغنطيس إلى جزيئين، نحصل على مغنطيسين. بعبارة أخرى، أية محاولة لفصل القطبين الشمالي والجنوبي لمغنطيس لن تكون ناجحة. ورغم ذلك، كلما كانت القطعة المزالة عن المغنطيس الأصلي صغيرة، سنحصل دائمًا على مغنطيس جديد له قطب شمالي وآخر جنوبي.

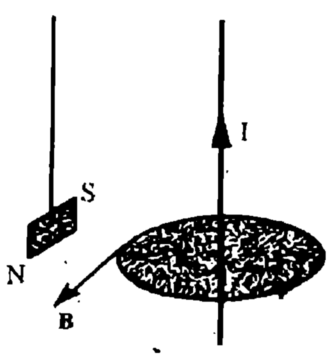
وفي ما يشبه حالة الشحنة الكهربائية المحاطة بمجال كهربائي، يوجد مجال مغنطيسي حول المغنطيس. لو تم وضع مغنطيس آخر عند أي نقطة في المكان، سوف تنتج قوة قد تكون جاذبة أو متنافرة، تبعًا لوضع قطبي المغنطيس بالنسبة للمجال.




الشكل ٣-٩

إبرة ممغنطة تقع على الاتجاه شمال-جنوب لأن الأرض مغنطيس هائل مجاله المغنطيسي يحدد توجه الإبرة.

يمكننا أيضًا الحديث عن خطوط القوة، التي تظهر من القطب الشمالي وتنتهي عند القطب الجنوبي للمغنطيس. هل للتيار الكهرباء تأثير على المغنطيس؟ الإجابة بالإيجاب.




الشكل ٣-١٠

تيار كهربائي يتولد حوله مجال مغناطيسي يوجه إبرة بالطريقة الموضحة هنا.

وهذه الظاهرة التي اكتشفها أورستيد من السهل ملاحظتها بوضع إبرة بالقرب من سلك يحمل تيارًا مستمرًا (الشكل ٣-١٠).

الخطوط الدائرية للقوة تظهر حول المغنطيس، مع المجال المغنطيسي B الموجه عبر مماساتها. وينمو المجال المغنطيسي بشكل أقوى لو ازداد التيار، وبالنسبة لتيار محدد يضعف B مع زيادة المسافة عن السلك.

تسلك الملفات اللولبية الحاملة للتيار مثل المغنطيسات، مع قطبين محددين شمالي وجنوبي. وفي الواقع، تعود الخواص المغنطيسية للمغنطيسات إلى التيارات الضئيلة الناتجة عن حركة الإلكترونات في الذرات أو الجزيئات للمادة المغنطيسية، أو تعود إلى العزم المغنطيسي الأصيل للإلكترونات. ولأن له كمية حركة زاوية أصيلة أو لف، يسلك كل إلكترون مثل مغنطيس صغير، وقد يؤدي هذا التفاعل بين "المغنطيسات المجهرية microscopic magnets" إلى مجال مغنطيسي مرئي.

## ٣-٥ التدفق المغنطيسي:

يتم تمثيل الخطوط المغنطيسية للقوة مثل الخطوط الكهربائية للقوة، بحيث يكون عدد الخطوط لكل وحدة مساحة متناسب مع قوة المجال المغنطيسي. في المناطق حيث يكون المجال أقوى، تكون كثافة خطوط القوة أعلى، والعكس بالعكس. والتدفق المغنطيسي مفهوم مفيد، وهو ما سوف نقدمه الآن.

انظر في أمر نقطة p في مكان حيث المجال المغنطيسي B، وسطح صغير S يحتوي على هذه النقطة. حلل B إلى مركبة مماسة لـ S وأخرى عمودية عليها، ونرمز لها ب $B_n$. الأخيرة هي ذات الأهمية هنا. التدفق المغنطيسي $\Phi$ يساوي حاصل ضرب $B_n$ في S (الشكل ٣-١١).

بالنسبة للحلقة الموضحة في الشكل ٣-١٢، يمكننا حساب التدفق بتقسيم السطح المقابل إلى أسطح أصغر. عند حساب التدفق خلال كل الأسطح الصغيرة

وجمعه، نحصل على التدفق خلال الحلقة. الإجراء المضبوط لحساب هذا التدفق هو النظر في ما يطلق عليه تكامل السطح. لو أن $\Delta S_i$ هي مساحة كل أسطح N حيث تم تقسيم كل سطح أولي، هو التدفق:

$$\Phi = \sum_{i=1}^{N} B_{ni} \Delta S_i, \qquad (3.3)$$

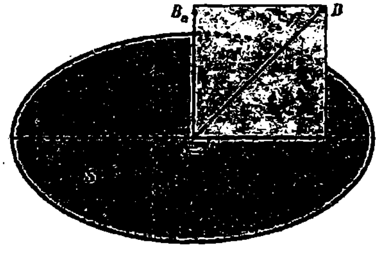
حيث $B_{ni}$ هي قيمة المركبة العادية ل B في المنطقة $\Delta S_i$. في المنتهى عندما تقترب المساحة $\Delta S_i$ من الصفر في (٣-٣)، يتم تمثيل التدفق بتكامل سطح B على S:

$$\Phi = \int_S B_n dS. \qquad (3.4)$$

يمكن إعطاء الأسطح الأولية $\Delta S_i$ تمثيل متجهي بضربها في متجه واحـــدي unit vector على خطوطها العمودية. عندئذ يمكن التعبير عن (٣-٣) باعتبارها حاصل الضرب اللامتجه للمتجه B وعنصر المساحة المتجهة $\Delta S_i$.

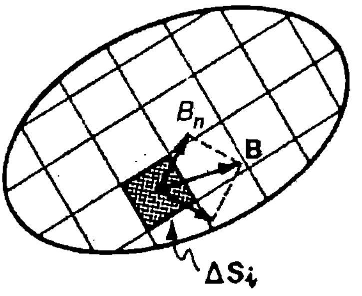
$$\Phi = \sum_{i=1}^{N} \mathbf{B}_i \cdot \Delta \mathbf{S}_i. \qquad (3.5)$$

بالتالي، يمكن كتابة (٣-٤) على هيئة:




الشكل ٣-١١

التدفق المغنطيسي خلال سطح صغير يساوي حاصل ضرب مركبة المجال العمودية على السطح في مساحتها.




الشكل ٣-١٢

بالنسبة لسطح حيث لا يكون المجال المغنطيسي B ثابت، يمكن تقسيم مساحته إلى مناطق صغيرة $\Delta S_i$ ويتم حساب التدفق خلال كل منها. والتدفق الكلي هو مجموع كل التدفقات الجزئية عندما تميل كل $\Delta S_i$ إلى الصفر.

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}. \tag{3.6}$$

ويمتد التكامل على كل السطح S.

## ٣-٦ معادلات ماكسويل:

عرفنا حتى الآن ما يتعلق بالعلاقة الوثيقة بين الكهرباء والمغناطيسية. والتحليل الدقيق جدًا الذي أجراه ماكسويل، القائم على أعمال فاراداي، وأمبير وجاوس، قاده إلى صياغة أربع معادلات أساسية تحكم كل الظواهر الكهرومغنطيسية على المستوى التقليدي.

من المناسب تمييز هذه القوانين في حالتين: عندما تكون الشحنات والمجالات في الفراغ (نحن هنا نتكلم عن الفراغ التقليدي، الذي يمكن تعريفه بأنه غياب المادة المرئية، والفراغ الكمي هوية أكثر تعقدًا)، أو عندما يتم تغطيسها في وسط. في ما يلي سوف نشير إلى معادلات ماكسويل عندما تكون الشحنات، والتيارات، والمجالات في فراغ. ولاحقًا سوف نحلل تأثيرات أي وسط على المجالات الكهربائية والمغنطيسية.

نرمز للمجالين الكهربائي والمغنطيسي ب **E** و**B**، على التوالي. ومن المناسب الإشارة عند هذه النقطة إلى أنه بالمثل لتعريف التدفق المغنطيسي من خلال سطح، يمكننا النظر في التدفق الكهربائي الناتج عن المجال الكهربائي **E** خلال السطح **S**.

### ٣-٦-١ قانون جاوس للمجالات الكهربائية:

دعنا ننظر في أول معادلة لماكسويل، وهي المشهورة باسم قانون جاوس، وتثبت أن تدفق متجه المجال الكهربائي خلال سطح مغلق حول شحنة يتناسب مع قيمة هذه الشحنة:

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = 4\pi q. \qquad (3.7)$$

وهنا يمتد التكامل على السطح المغلق.

لو أن السطح كرة، من السهل جدًا حساب التكامل في (٣-٧) عندما تكون الشحنة مركزة في المركز: يكون التدفق مساويًا لمساحة الكرة مضروبة في قيمة المجال E، وتعطي (٣-٧) ما يلي:

$$4\,\pi r^2\,E = 4\,\pi q \qquad (3.8)$$

لذلك:

$$E = q/r^2 \qquad (3.9)$$

وهو المجال المتولد عن شحنة شبه نقطة q على مسافة r. يمكننا الحصول على نفس التعبير من (٣-١) مع $C = 1$، حيث أن قانون جاوس هو نسخة تكامل قانون كولوم.

بالمثل بالنسبة لكرة نصف قطرها R ولها شحنة q، لو حسبنا تدفق متجه E خلال كرة لها نصف قطر $r > R$، يمكننا الحصول على تعبير مماثل ل (٣-٩). وذلك يكافؤ حالة حيث شحنة الكرة مركزة في مركزها، ل $r > R$. لو أن للكرة شحنة داخلية 'q موزعة بتماثل في حجمها وحسبنا المجال الكهربائي عند نقطة $r_1 < R$،

نحصل على تعبيرين مماثلين ل (٣-٨) و(٣-٩)، لكن مع q وقد حل محلها 'q داخل كرة نصف قطرها $r_1$.

يحدث الموقف نفسه مع المجال التجاذبي الساكن، حيث يتحقق فيه أيضًا قانون جاوس. في آخر الفصل الأول، افترضنا أنه يمكننا صنع ثقب خلال الأرض، يمر خلال مركزها، وناقشنا حركة جسم خلال الثقب. يتضاءل الجذب التجاذبي على الجسم مع المسافة إلى مركز الأرض، لأن كل نقطة من الجسم يتم جذبها بكتلة الأرض متضمنة في كرة متحدة المركز مع الأرض وبنصف قطر يتحدد بموقع الجسم عند كل لحظة. ويكون التأثير التجاذبي على الجسم بسبب كتلة الأرض خارج هذه الكرة صفر. في مركز الأرض يكون المجال التجاذبي صفر، لكن الجسم يستمر في حركته بسبب طاقته الحركية.

لو أن قانون التفاعل لم يكن متناسبًا بشكل عكسي مع مربع المسافة، لم يكن ليتحقق قانون جاوس. كما تمت الإشارة إليه سابقًا، يتكافأ قانون جاوس تمامًا مع قانون كولوم (٣-١). ورغم ذلك، يجب الإشارة إلى أنه بالنسبة لمكان له عدد أبعاد أكثر من ثلاثة، سيكون لقانون كولوم اعتماد على r مختلف، بسبب المواقع المختلفة للسطح.

في تحليلنا، افترضنا أن الكرة المشحونة موضوعة في فراغ (رغم أن الكرة هي وسط بالفعل) ولم نقل أي شيء حول تركيبها (معدنية أو غير معدنية). لو أن الكرة المشحونة تحتوي على شحنات حرة في داخلها، لن تكون معدنية، حيث أنه في هذه الحالة تكون الشحنة موزعة على سطحها، ويكون المجال الكهربائي داخلها صفر.

### ٣-٦-٢ قانون جاوس للمغنطيسية:

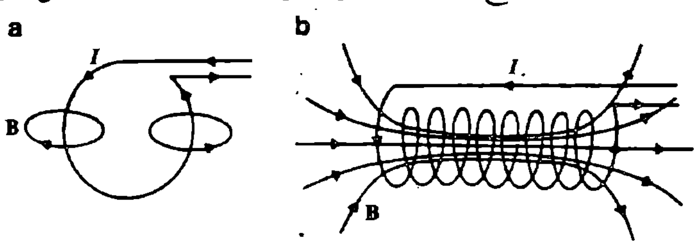
تثبت المعادلة الثانية لماكسويل أن التدفق المغنطيسي خلال السطح المغلق صفر:

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0. \qquad (3.10)$$

وهذا يكافئ القول بأنه لا توجد شحنات مغناطيسية حرة. والشحنات المغناطيسية الحرة، وهي ما يطلق عليه إحادي القطب المغنطيسي، لم يتم العثور عليها في الطبيعة. نظريًا، درس بول ديراك نموذج الديناميكا الكهربائية الذي يحتوي على مثل هذه الأشياء. كان تعريف المجال المغنطيسي بكدوران دالة متجهية curl لوضع متجه A، أي $B = \nabla \times A$ ، والمعادلة الجديدة $\nabla \cdot b = m$، حيث m هي الشحنة المغنطيسية لأحادي القطب، ليست متوافقة تمامًا[1]. يكون لمتجه الوضع A لأحادي القطب خيط فردي (متباعد) أو خط، من اللانهاية حتى النقطة التي يوجد فيها أحادي القطب. ويناظر ذلك فكرة أحادي القطب باعتباره ملف لولبي طويل إلى ما لا نهاية ورقيق إلى حد بالغ الصغر. عند تطبيق شرط التكميم، ينتج عن ذلك المعادلة:

$$em/\hbar c = n/2$$

حيث e هي الشحنة الكهربائية وn عدد صحيح. هكذا، فإن نفس وجود أحادي القطب لديراك يتضمن تكميم الشحنة الكهربائية. في مجال نظريات القياس الحديث وجود أحاديات القطب مسموح به نظريًا. لكن حتى الآن، لا يوجد لها دليل تجريبي.




الشكل ٣-١٣

حلقة من سلك يتولد عنها مجال مغنطيسي كما هو موضح في a.
ومجموعة حلقات كما هو موضح في b تسلك باعتبارها مغنطيس.
وهذا النوع من الملف الاسطواني لسلك يطلق عليه ملف لولبي.

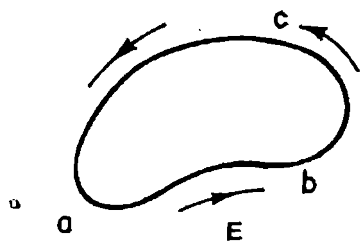
(١) بالنسبة للقراء الذي لا يألفون حساب المتجه، يتم تعريف التفرع والالتفاف في الجزء ٥-٨.

في ٢٠٠٩، كانت هناك أخبار عن وجود أحاديات القطب باعتبارها شبه جسيمات في مواد يطلق عليها ثلوج دوارة spin-ices (انظر المناقشة التالية حول المغنطيسية الحديدية، أشباه الجسيمات توجد فقط في المادة الكثيفة). عادة، في الأوساط الأخرى، حيث لا توجد شحنات مغنطيسية حرة أو أحاديات القطب، لا توجد مصادر نقية للخطوط المغنطيسية. يتولد عن الحلقة الحاملة للتيار مجال مغنطيسي وتكون خطوط القوة مغلقة كما هو موضح في الشكل ٣-١٣.

عند هذه النقطة يجب أن نلاحظ أن وجود وحدة شحنة أولية يتضمن أيضًا أن التدفق الكهربائي خلال سطح مغلق حول شحنة q يجب تكميمه (يجب أن يكون تكامل متعدد ل e). ويبدو أيضًا أنه يجب تكميم التدفق المغنطيسي خلال سطح مفتوح. في ميكانيكا الكم نجد أنه، بالنسبة لشحنات في مجال مغنطيسي B، هناك طول مميز $r_0 = \sqrt{\hbar c/eB}$ ومساحة مميزة $S_0 = r_0^2 = \hbar c/eB$ عمودى على المجال B. والتدفق عبر مثل هذه المساحة يتم تكميمه:

$$\Phi = BS_0 = \hbar c/e.$$

ويفترض ذلك أنه يمكن الحصول على كمات التدفق، لكن ليتم ملاحظة ذلك، يتطلب الأمر ظهور شروط كمية، كما هو الأمر في التوصيلية الفائقة. ورغم ذلك، يناظر تدفق الكمات أزواج إلكترونات، $\Phi = \hbar c/2e$ .




الشكل ٣-١٤

**شحنة كهربائية تتحرك حول دائرة abca تحت تأثير مجال كهربائي E يبذل شغلاً. لو تم قسمة هذا الشغل على الشحنة، يطلق على الناتج القوة الدافعة الكهربائية في الدائرة abca.**

### ٣-٦-٣ قانون فاراداي:

يمثل قانون فاراداي ثلث معادلة ماكسويل. ورغم ذلك، قبل مناقشته، علينا تذكر مفهوم القوة الدافعة الكهربائية. لو نظرنا في شحنة تتحرك عشوائيًا في دائرة مغلقة abca تحت تأثير مجال كهربائي E، فإن الشغل الناتج عن وحدة شحنة عندما تتحرك حول abca في اتجاه محدد، يطلق عليه القوة الدافعة الكهربائية. لاحظ أن القوة الدافعة الكهربائية ليست قوة في الحقيقة، لكنها فولت بالأحرى. وحيث أن القوة لكل وحدة شحنة هي المجال الكهربائي، يمكن الحصول على القوة الدافعة الكهربائية لو أن المجال الكهربائي معروف عند كل نقطة للمنحنى abca (الشكل ٣-١٤).

افترض أن الشحنة تتحرك حول منحنى abca في اتجاه محدد بالسهم، أي عكس عقارب الساعة، وهو ما نسميه الاتجاه الموجب. دعنا نقسم المنحنى إلى أقواس صغيرة ونتخذ الأوتار المناظرة باعتبارها متجهات أولية $\Delta I_i$ في اتجاه الدوران. لو أن المجال الكهربائي هو $E_i$ على عنصر القوس $\Delta I_i$، يتم الحصول على القوة الدافعة الكهربائية تقريبًا بمجموعة المضروبات العددية $\sum_i \mathbf{E}_i \cdot \Delta \mathbf{l}_i$، في المجموع الممتد على كل أجزاء المنحنى المغلق abca. والآن، فإن القوة الدافعة الكهربائية هي حد هذا المجموع مع اقتراب $\Delta I_i$ من الصفر.

$$\mathcal{E} = \lim_{\Delta \mathbf{l}_i \to 0} \sum \mathbf{E}_i \cdot \Delta \mathbf{l}_i . \tag{3.11}$$

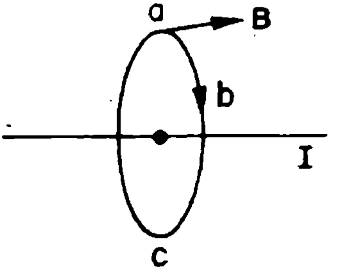
وهذا الحد هو التكامل الخطي ل E على المنحنى abca وتتم كتابته:

$$\mathcal{E} = \int_{abca} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}. \tag{3.12}$$

يثبت قانون فاراداي أنه لو كان في منطقة من المكان حيث ننظر في المنحني abca مجال مغنطيسي يتغير مع الزمن، ولو كان $\Phi_{abca} = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$ هو تدفق هذا المجال المغنطيسي في المنطقة التي يحيطها abca، عندئذ تنتج قوة دافعة كهربائية في الدائرة، تتناسب مع معدل تغير التدفق المغنطيسي:

$$\mathcal{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \Phi_{abca}}{\partial t}, \tag{3.13}$$

حيث c سرعة الضوء. وبذلك، فإن تغير التدفق لكل وحدة زمن ينتج عنه قوة دافعة كهربائية. وبناء على ذلك، لو أن عدد الخطوط المغنطيسية للقوة التي تعبر المساحة S والتي تحدها abca تتغير مع الزمن، تتولد قوة دافعة كهربائية في المنحنى abca، ونفس الأمر يمكن أن يحدث عبر أي منحنى آخر يحيط بمساحة تحتوي على مجال مغناطيسي يتغير مع الزمن. يجب التأكيد على أنه، لو كان لدينا تغير في زمن تدفق مغنطيسي في منطقة من المكان حيث لا توجد دائرة كهربائية، يظل هناك مجال كهربائي مستحث في هذه المنطقة من المكان. يكون للمجال الكهربائي هذا خطوط مغلقة، حيث لا توجد شحنات كهربائية تنتجه.




الشكل ٣-١٥

قانون أمبير: المجال المغنطيسي B يتولد عن تيار خطي طويل إلى مالانهاية I مماس للخطوط المغنطيسية للقوة، وهي دوائر تتمركز في السلك الموصل.

الإشارة السالبة في (٣-١٣) مسئولة عن ظاهرة مثيرة للاهتمام. لو أن التدفق خلال المساحة S يتنامى، سوف يستحث ذلك قوة دافعة كهربائية في الاتجاه السالب، مما يؤدي إلى ظهور تيار كهربائي في نفس الاتجاه. لكن هذا التيار سوف يتولد عنه بدوره مجال مغنطيسي في اتجاه ما بحيث يميل تدفقه خلال S إلى معاكسة شحنة التدفق الناتجة عن المجال الخارجي خلال هذا السطح. وهذا هو قانون لينز Lenz's law.

### ٣-٦-٤ قانون أمبير- ماكسويل:

تؤسس المعادلة الرابعة لماكسويل علاقة بين المجال المغنطيسي والتيار الناتج عنه. وتبعًا لقانون أمبير، يتولد عن تيار I مجال مغنطيسي **B** حوله (الشكل ٣-١٥).

بالنسبة لسلك موصل لانهائي الطول، تكون الخطوط المغنطيسية للقوة دوائر متحدة المركز متمركزة حول السلك. والعلاقة بين التيار I والمجال المغنطيسي **B** نحصل عليها من التناسب بين التكامل الخطي ل **B** حول كنتور عشوائي abca والتيار العابر للسطح S المحاط ب abca:

$$\int_{abca} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \frac{4\pi}{c} I. \qquad (3.14)$$

لو أمكن اعتبار السلك الموصل خط مستقيم ذي طول لانهائي وabca دائرة ذات نصف قطر R، يكون المجال **B** متماس مع هذه الدائرة عند كل نقاطها. عندئذ، من (٣-١٤)، نحصل على:

$$2\pi RB = \frac{4\pi}{c} I,$$

مما يؤدي إلى:

$$B = 2I/Rc. \qquad (3.15)$$

يعطي التعبير (٣-١٥) كثافة المجال المغنطيسي عند مسافة R من السلك الموصل الحامل للتيار I. لكن التعبير (٣-١٤) يتحقق فقط لو أن تدفق المجال الكهربائي خلال السطح S المحاط ب abca لا يتغير مع الزمن. لو كان هناك تدفق مجال كهربائي يتغير مع الزمن خلال S، فإنه يساهم أيضًا في مجال مغنطيسي **B**، ويجب إعادة كتابة (٣-١٤) كما يلي:

$$\int_{abca} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \frac{4\pi}{c} I + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}. \qquad (3.16)$$

حيث يعبر الحد:

$$\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\int_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{S} \qquad (3.17)$$

عن معدل تغير تدفق المجال الكهربائي خلال السطح S المحاط بالمنحنى abca.

الحد (٣-١٧) قدمه ماكسويل، الذي أُطلق عليه تيار إزاحة displacement current. ويؤسس علاقة متماثلة بين (٣-١٣) و(٣-١٦) تحت تأثير تبادل E وB. وهذا التماثل ليس كاملاً، حيث أنه في (٣-١٣) يظهر تدفق المجال المغنطيسي بإشارة سالبة. بل والأكثر أهمية، في (٣-١٣) لا يوجد تيار مغنطيسي، ويتحقق ذلك بالنسبة لأغلب الأوساط، حيث لا توجد أحاديات القطب المغنطيسية. (في الوسط الجديد حيث أتت أخبار عن أحادي قطب شبيه بالجسيمات، يجب تصحيح (٣-١٣) بشكل مناسب).

يجب النظر في كل معادلات مكسويل معًا للحصول على مجالات كهربائية ومغنطيسية متولدة عن شحنة معينة وتوزيعات التيار. لو أن الشحنات والتيارات صفر، تؤدي معادلات ماكسويل إلى معادلات موجة كهرومغنطيسية، وهو ما سوف نراه في الفصل ٤.

## ٣-٧ قوة لورنتز:

ننظر الآن في القوة المؤثرة على جسيم مشحون يتحرك بمجالات كهربائية ومغنطيسية خارجية. لو أن سرعة الجسم هي v والمجالين الكهربائي والمغنطيسي هما E وB، على التوالي، تكون هذه القوة على هيئة:

$$\mathbf{F} = q\left(\mathbf{E} + \frac{1}{c}\mathbf{v}\times\mathbf{B}\right). \qquad (3.18)$$

ويطلق على التعبير (٣-١٨) قوة لورنتز Lorentz force: تكون مركبتها الكهربائية متناسبة مع المجال الكهربائي، بينما تتناسب المركبة المغنطيسية مع مضروب كميتين موجهتين لسرعة الجسيم والمجال B.

وبشكل خاص، لو لم يكن هناك مجال مغنطيسي، تكون قوة لورنتز كهربائية تمامًا، $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$. على سبيل المثال، تؤثر قوة كولوم جاذبة بين إلكترون وبروتون، ويكون لها التعبير:

$$F = - q^2/r^2. \qquad (3.19)$$

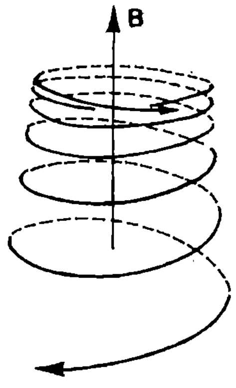
حيث q− هي شحنة الإلكترون (تساوي في المعامل معامل البروتون) وr هي المسافة بينهما. لو ضربنا (٣-١٩) في متجه واحدي على الخط الواصل بين الجسيمين، يكون لدينا تعبير متجه لقوة كولوم كما في (٣-١). لو نظرنا في مسألة حركة إلكترون حول نواة بسبب هذه القوة، يكون لدينا مسألة تناظر مسألة كبلر، ويكون لدينا النموذج الكوكبي للذرة تبعًا لرذرفورد.

لكن لهذا النموذج عقبة، نتيجة لقوانين الديناميكا الكهربائية التي تصفها معادلات ماكسويل. قد يشع الإلكترون طاقة كهرومغنطيسية عندما يتحرك حول النواة وقد يقع فيها. بعبارة أخرى، قد تكون مثل هذه الذرة غير مستقرة، ولهذا السبب يجب العثور على آليات بديلة لوصفها. أدى ذلك إلى ابتكار ميكانيكا الكم، حيث تم تقديم أفكار ومفاهيم جديدة لحل مشكلة استقرار الذرة، مما أحدث تغييرًا جذريًا في تصوراتنا التقليدية عن ديناميكا الجسيمات الذرية وتحت الذرية.

لو أن المجـــال الكهربائي صفر، تكون القوة مغنطيسية صرفــة. ويمكن أن تتعرض شحنة q في مجال مغنطيسي **B** لقوة ما:

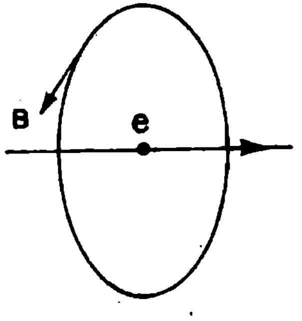
$$\mathbf{F} = q\frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B}. \qquad (3.20)$$

الحركة الأكثر شيوعًا الناتجة عن مثل هذه القوة هي الشكل اللولبي (الشكل ٣-١٦). لو أن **B** ثابت، يكون اللولب نتيجة لحركة دائرية عمودية على **B** وحركة خطية منتظمة موازية له. وبسبب هذه الحركة، يبعث الجسيم المشحون إشعاعًا. وتلعب حركة الشحنات في المجالات المغنطيسية والإنتاج التالي للإشعاع دورًا مهمًا في معجلات الجسيم ذات المختبرات الفيزيائية عالية الطاقة، وأيضًا على مقياس كوني في عدة حالات، على سبيل المثال، في أشياء مثل البلسارات pulsars.




الشكل ٣-١٦

شحنة كهربائية في مجال مغنطيسي تتبع مسارًا دائريًا. لو كان للشحنة في البداية مركبة سرعة موازية للمجال، يكون المسار الناتج لولبي.

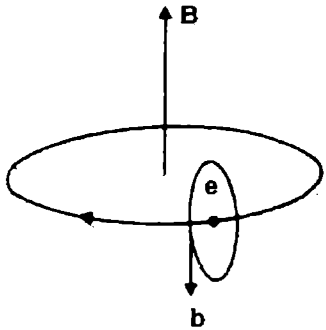



الشكل ٣-١٧

شحنة كهربائية تتحرك تعتبر تيارًا أوليًا يتولد عنه مجال مغنطيسي حوله، كما هو موضح في الشكل.

دعنا ننظر في آخر معادلتين لماكسويل، تشير لشحنات في حالة حركة. ويمكن اعتبار شحنة موجبة بسرعة v كما هو موضح بالسهم (الشكل ٣-١٧) كعنصر تيار يتدفق في اتجاه v ويتولد عنه مجال مغنطيسي موضح في الشكل (قاعدة اليد اليمنى:

إذا كان الإبهام يشير إلى اتجاه التيار، تشير الأصابع الأخرى إلى اتجاه المجال المتولد). لو أن الشحنة سالبة، تكافئ حركتها تيارًا في الاتجاه المعاكس، والمجال المغنطيسي المتولد سيكون أيضًا في الاتجاه المعاكس للحالة السابقة. ولكن في كلا الحالتين، ينتج عن الشحنة المتحركة مجال كهربائي حولها.




الشكل ٣-١٨

**شحنة تتحرك في مجال مغنطيسي نشط B يتولد عنها مجال مغنطيسي b يكون تدفقه خلال السطح المحاط بالمدار معاكسًا لتدفق B.**

بعبارة أخرى، ترسم شحنة موجبة تتحرك في مجال مغنطيسي **B**، كما رأينا بالفعل، دائرة (أو لولب)، باتجاه دوران كما يشير الشكل ٣-١٨ (قاعدة اليد اليسرى: لو أن الإبهام يعطي اتجاه المجال، تشير الأصابع الأخرى إلى اتجاه التيار). وبسبب حركتها، يتولد عن الشحنة مجال مغنطيسي b يكون تدفقه في المساحة المحاطة بالمدار معاكسًا لتدفق **B**. لو كانت الشحنة سالبة، سوف تدور في الاتجاه المعاكس، لكن المجال المغنطيسي المتولد عن التيار المؤثر يظل يعطي تدفقًا خلال المدار الذي سيكون معاكسًا لتدفق المجال الفعال **B**.

قبل إنهاء مناقشتنا المختصرة عن معادلات ماكسويل، علينا الإشارة إلى أنه من الممكن إعطاء وصف ميكانيكي للمعادلات الأساسية للكهرومغنطيسية. علينا النظر

في نظامين متفاعلين: الجسيمات والمجالات المشحونة. في هذين النظامين تحتوي صياغة لاجرانج التي تم تقديمها في نهاية الفصل ١ على حد للجسيمات وآخر للمجالات، وثالث للتفاعل بين الجسيمات والمجالات. يكون للجسيمات إحداثيات x، y وz ويتم وصف المجالات بإحداثيات دالية functional coordinates وهي ما يطلق عليه وضع المتجه A(r, t) والوضع العددي $\Phi$(r,t). ويرتبط المجالان E وB بالأوضاع بالتعبير:

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}.$$

لو أن قيمة المجال الكهرومغنطيسي معروفة، ستعطي مجموعة واحدة من معادلات إيلر-لاجرانج التعبير عن قوة لورنتز كمعادلات حركة للشحنات. لو أن توزيع الشحنات معروف، فإن النظام الآخر لمعادلات إيلر-لاجرانج سيعطي تعبيرين عن المجالين E وB بالنسبة إلى A و $\Phi$. يتم تفسير معادلات ماكسويل بهذه الطريقة باعتبارها معادلات حركة للمجال الكهرومغطيسي. ويجب صياغة مقاربة لاجرانج هذه في إطار النظرية الخاصة للنسبية (انظر الفصل ٥)، لكن تمثيلها التفصيلي يعتبر خارج مجال الكتاب الحالي.

## ٣-٨ المجالات في وسط:

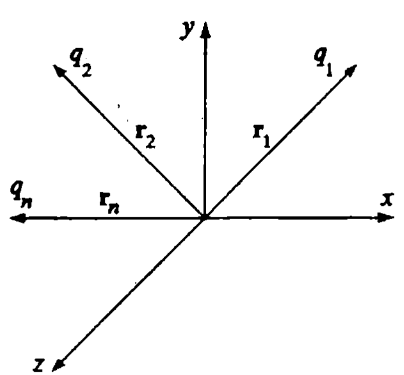
عزم ثنائي القطب الكهربائي مفهوم مهم جدًا نحتاج إليه لفهم سلوك المجالات الكهربائية والمغنطيسية في وسط ما. لو أنه في منطقة المجال توجد شحنات $q_1, q_2, ...., q_n$ بإشارة موجبة أو سالبة، ومتجهات موقعها بالنسبة لنقطة الأصل 0 لنظام إسناد ما 0xyz هي $r_1, r_2, ...., r_n$، على التوالي (الشكل ٣-١٩)، يتم تعريف عزم ثنائي القطب الكهربائي كمتجه:

$$\mathbf{P} = q_1\mathbf{r}_1 + q_2\mathbf{r}_2 + \ldots\ldots + q_n\mathbf{r}_n. \qquad (3.21)$$

وحالة وجود شحنتان متساويتان وموجبتان مهمة جدًا. وهنا، يكون عزم ثنائي القطب الكهربائي مستقل عن موقع نقطة أصل الإحداثي 0. بالفعل، يكون ذلك صحيح لأي عدد من الشحنات لو أن مجموعها الكلي صفر. في الذرات، لو أن توزيع الشحنات متماثل، لا يكون لها عزم ثنائي قطب. عند وضع الذرات في مجال كهربائي قوي بما يكفي، يصبح توزيع الشحنات داخلها مميز إلى حد كبير، ويتولد عن ذلك عزم ثنائي قطب ذري. يمكن أن يحدث نفس الشيء مع الجزيئات في مجال كهربائي. ورغم ذلك، هناك بعض الجزيئات، مثل جزيئات الماء، يكون لها في الأحوال العادية عزم ثنائي قطب دائم، ويكون وراء ظهور خواص خاصة تحت تأثير مجالات كهربائية خارجية.

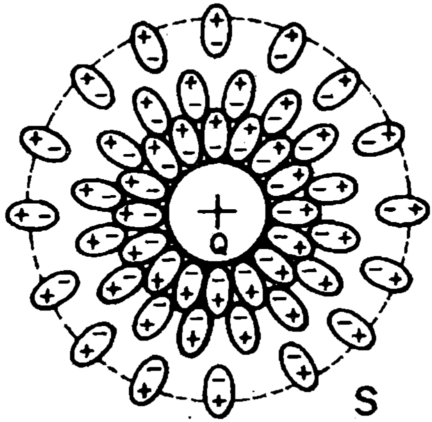
لو كان لدينا **p** متعدد بعدد ثنائيات القطب لكل وحدة حجم N، نحصل على متجه يسمى كثافة الاستقطاب:

$$\mathbf{P} = N\mathbf{p}.$$




الشكل ٣-١٩

نظام شحنات تشير مواقعها إلى نظام الإحداثيات 0xyz بواسطة متجهات موقعها بالنسبة لنقطة الأصل.




الشكل ٣-٢٠

شحنة $Q$ في وسط مستقطب تجذب جزيئات كما هو موضح في الشكل. في سطح كروي S متمركز حول شحنة $Q$، تختلف الشحنة الخالصة المتضمنة عن قيمة $Q$.

يتغير عزم ثنائي القطب **p** وكثافة الاستقطاب **P** لو تم تطبيق المجال الكهربائي **E**. بالنسبة للمجالات غير مرتفعة الكثافة، في وسط خطي، متجانس وذو خواص متطابقة في جميع الاتجاهات مثل الوسط العازل للكهرباء (مادة عازلة من جزيئات قابلة للاستقطاب)، هناك علاقة بين **P** و**E**. ويطلق على ثابت التناسب القابلية الكهربائية $\chi_e$:

$$P = \chi_e E. \quad (3.22)$$

انظر في أمر شحنة موجبة $Q$ مطمورة في عازل كهربائي، الماء، على سبيل المثال. تجذب الشحنة $Q$ جزيئات الماء المستقطبة التي تتوزع كما هو موضح في الشكل ٣-٢٠. عند مسافة ما من $Q$، لا تكون الشحنة الصافية داخل السطح S هي $Q$ لكن يتم تعديلها بشحنة إضافية، بسبب الاستقطاب العازل كهربائيًا. وقد تكشف شحنة اختبار q موجودة على السطح S شحنة أصغر من $Q$.

المجال المؤثر عند مسافة R من $Q$ يمكن أن يكون المتجه: .

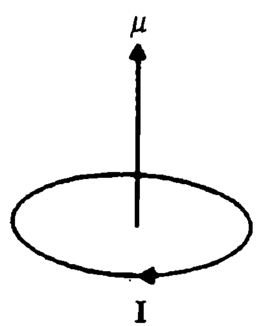
$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}. \tag{3.23}$$

حيث $\mathbf{E}$ متجه مقداره $E = Q/R^2$ ، و $4\pi P$ مجال إضافي بسبب الشحنة الصافية المتضمنة في كرة ذات نصف قطر R، بسبب الاستقطاب حول $Q$. والمتجه $\mathbf{D}$ هو المجال الكهربائي المؤثر، ويسمى الإزاحة الكهربائية. والتعبير (٣-٢٣) يظل متحققًا عندما لا يكون الوسط عازلاً كهربائيًا.

بالمثل، توجد عزوم ثنائي القطب المغنطيسي $\boldsymbol{\mu}$، مصحوبة إما بلف أو تيار مغلق. في الحالة الأخيرة، يتم تعريف عزم ثنائي القطب المغنطيسي باعتباره حاصل ضرب التيار والمساحة المتجهة المحيطة به، مع قسمة كل ذلك على سرعة الضوء c (الشكل ٣-٢١).

$$\boldsymbol{\mu} = I\mathbf{a}/c. \tag{3.24}$$

يلعب عزما ثنائي القطب الكهربائي والمغنطيسي دورين مماثلين في دراسة خواص المادة: يسلك تيار مغلق مثل مغنطيس، والعزم المغنطيسي هو كمية فيزيائية تميز كثافة هذا المغنطيس. تحت تأثير مجال مغنطيسي $\mathbf{B}$، يوجه ثنائي القطب نفسه في موازاة المجال.




الشكل ٣-٢١

متجه عزم مغنطيسي $\mu = Ia/c$ عمودي على a يكون مصحوبًا بتيار دائري I لمساحة متجهة a.

إنظر في إلكترون على مداره حول نواة. يصاحب هذه الحركة عزم مداري ثنائي القطب:

$$\mu_L = \frac{e}{2mc}\mathbf{L}, \tag{3.25}$$

حيث e شحنة الإلكترون، وm كتلته، وc سرعة الضوء، وL كمية الحركة الزاوية المدارية للإلكترون. ويضاف إلى ذلك، أن الإلكترون له أيضًا كمية حركة زاوية أصيلة أو لف S مما يؤدي إلى عزم مغنطيسي. وهذا تأثير كمي:

$$\mu_S = \frac{eg_s}{mc}\mathbf{S}, \tag{3.26}$$

حيث $S = \pm\hbar/2$ و $g_s \sim 2.002$ هو النسبة الجيروسكوبية للإلكترون. الوحدة المعتادة لكميات الحركة المغنطيسية الأولية هي مغنيطون بور Bohr magneton،

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2mc} = 9.274 \times 10^{-21}\text{erg G}^{-1}.$$

العزم المغنطيسي الكلي للإلكترون هو:

$$\mu = \frac{e}{2mc}(\mathbf{L} + 2\mathbf{S}).$$

يمكن لتعبير مماثل ل (٣-٢٦) أن يعطي عزم مغنطيسي للبروتون، ولكن باعتبار أن كتلته $M_p$ أكبر بكثير عن m حيث ($M_p \sim 1840m$)، وله عزم مغنطيسي قيمته أصغر بمقدار ثلاث مرات من الإلكترون. في حالة الطاقة المنخفضة (غير نسبوية) لحركة إلكترون داخل ذرة موضوع في مجال مغنطيسي، يظهر عزمان مغنطيسيان مستقلان، مداري ولف، يتفاعلان مع بعضهما البعض ويساهمان في الطاقة الكلية للإلكترون في الذرة. وهاتان المساهمتين تلعبان دورًا مهمًا في تحديد الخواص المغنطيسية للمادة.

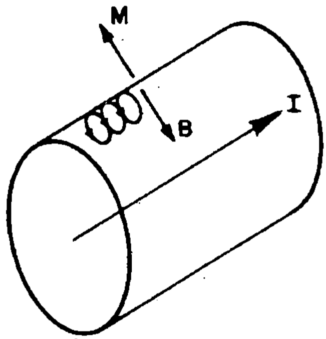
وفي ما يشبه الاستقطاب الكهربائي، يتم تعريف المغنطة M كما يلي:

$$\mathbf{M} = N\,\mu. \tag{3.27}$$

حيث N عدد التيارات الأولية (أو الجسيمات التي تحمل عزم مغنطيسي) لكل وحدة حجم.

تعتمد المغنطة (في الأوساط مغايرة المغنطيسية والبارامغنطيسية) خطيًا على المجال **B**، أي:

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{B}. \qquad (3.28)$$




الشكل ٣-٢٢

**تيار I في وسط يتولد عنه مجال مغنطيسي H ينتج عن مجموع المجال المغنطيسي الابتدائي B والمجال الناتج عن التيارات الأولية المستحثة (أو المغنطيسات المصطفة) في الوسط. التأثير الصافي لهذه المغنطيسات الأولية هو توليد مجال 4πM معاكس (أو موازي) ل B. والمجال الفعال هو H = B − 4πM.**

يطلق على الثابت $\chi_m$ القابلية المغنطيسية، لأنها تكون موجبة للمواد البارامغنطيسية وسالبة للمواد المغايرة مغنطيسيًا.

دعنا ننظر في تيار I يتولد عنه مجال مغنطيسي **B** عند نقطة في المكان. والآن إذا وضعنا جسم مغنطيسي، يكون هناك مساهمة إضافية من المغنطة **M** على هيئة "تيار فعال effective current". ويؤدي ذلك إلى مجال فعال يتم تعريفه كما يلي:

$$\mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi\mathbf{M}. \quad (3.29)$$

سبب ذلك هو ما يلي: يستحث المجال **B** تيارات أولية في الوسط الذي يحدد بداية مغنطة ما **M**. والنتيجة الخالصة هي أن المجال لا يعود له قيمته الأولية **B** في النقطة المحددة. والمجال الفعال هو **H** كما هو موضح في (٣-٢٩)، حيث **4πM** هو المجال الناتج عن التيارات الأولية المستحثة في الوسط بواسطة مجال خارجي **B**، تولد في الأصل بواسطة تيار مرئي I macroscopic current (الشكل ٣-٢٢).

## ٣-٩ الخواص المغنطيسية:

لقد رأينا في الجزء السابق أن أثر مجال مغنطيسي خارجي على وسط ما يعتمد على وجود أو عدم وجود عزوم مغنطيسية دائمة في الوسط، كما يحدث في المواد المغنطيسية الحديدية أو البارامغنطيسية. في الحالة الأخيرة لدينا ما يطلق عليه وسط مغاير المغنطيسية.

واصطفاف العزم المغنطيسي لإلكترون الموازي للمجال الخارجي المؤثر يحدد الخواص المغايرة المغنطيسية أو المغنطيسية الحديدية. لكن بسبب الشحنة الكهربائي للإلكترون، يميل إلى التحرك في مدار دائري وينتج عن ذلك تيار يتولد عنه أيضًا عزم مغنطيسي أولي يعاكس المجال المؤثر.

اعتمادًا على صفات الحالات الكهربائية للمادة، سوف يهيمن أحد التأثيرين السابق ذكرهما على الآخر، وينتج عن ذلك خواص مغنطيسية مرئية للمواد.

### ٣-٩-١ مغاير المغنطيسية:

نتيجة لتأثير المجال الخارجي، يتولد عزم مغنطيسي **M** معاكس في اتجاهه ل **B**، وتكون القابلية المغنطيسية عندئذ سالبة. ويظهر ذلك بسبب أن المجال الخارجي يستحث تيارات أولية في المادة. ويؤثر المجال الخارجي أيضًا بشكل مستقل عن عزوم اللف المغنطيسية، لكن التأثير الصافي لذلك على نظام إلكترونات الوسط مغاير المغنطيسية يمكن إهماله، مقارنة بالأثر الناتج عن الحركة المدارية للشحنات.

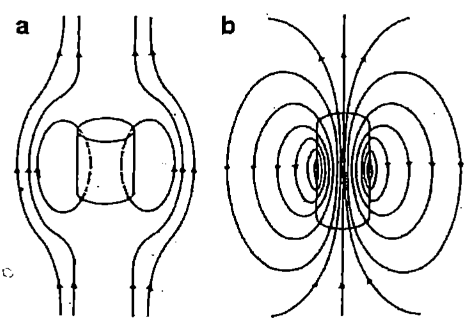
من قانون لينز، يعاكس المجال المتولد عن الشحنات المتحركة المجال الخارجي المؤثر **B**. في داخل المادة، يتناقص المجال المغنطيسي ويطرد الوسط خطوط القوة المغنطيسية. الخطوط المغنطيسية للقوة داخل مادة مغايرة للمغنطيسية لها اتجاه معاكس للمجال الخارجي **B**، والنتيجة الصافية لطمر مادة مغايرة المغنطيسية في مجال مغنطيسي **B** هي طرد خطوط القوة (الشكل ٣-٢٣ a).

وتعتبر ظاهرة المغايرة المغنطيسية مهمة بشكل خاص في الموصلات الفائقة التي سيتم وصفها لاحقًا.

### ٣-٩-٢ البارامغنطيسية:

في بعض المواد يوجد ثنائيات القطب المغنطيسية الدائمة مصحوبة بلف كهربائي. تحت تأثير مجال مغنطيسي خارجي **B**، تصطف ثنائيات القطب المغنطيسية موازية للمجال. ويشار إلى هذا التأثير باعتباره بارامغنطيسي. لا تصطف كل ثنائيات القطب موازية للمجال، حيث تأثير التنظيم للمجال المغنطيسي يعاكسه تأثير الفوضى في الحركة الحرارية، الذي يرتفع مع درجة الحرارة..

في وجود وسط بارامغنطيسي، تميل خطوط المجال الخارجي **B** إلى التركيز داخل المادة (الشكل ٣-٢٣ b). لو كان المجال المغنطيسي معطل، تصبح ثنائيات القطب في حالة فوضى من جديد ولا تحافظ المادة على الخواص المغنطيسية.



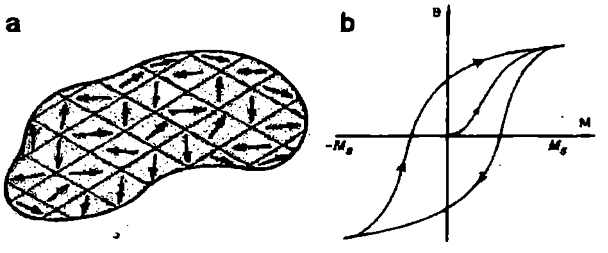

الشكل ٣-٢٣

(a) جسم مغاير المغنطيسية موضوع في مجال مغنطيسي يطرد خطوط القوة.

(b) جسم بارامغنطيسي موضوع في مجال مغنطيسي يجذب خطوط القوة ويميل إلى تركيزها داخله.

### ٣-٩-٣ المغنطيسية الحديدية:

في بعض المواد هناك ميل تلقائي لدى اللفات المجاورة المتوازية للتزاوج. تلك ظاهرة كمية خالصة (انظر الفصل ٦). يمكن تقديم الظاهرة باعتباره نتيجة حاصل ضرب كمية J، وهي ما يطلق عليه تكامل التبادل، في المضروب العددي للفين $s_i \cdot s_j$، مما يؤدي إلى تولد ثنائيات القطب الأولية، تشبه ما يحدث في حالة مجال اصطفاف مؤثر خارجي. ويؤدي هذا التأثير إلى ظاهرة معروفة باسم المغنطيسية الحديدية ferromagnetism. عندما يتم تطبيق مجال مغنطيسي خارجي **B** على مادة مغنطيسية حديدية، تكتسب المادة مغنطة مرئية **M** موازية للمجال. وعند إزالة المجال الخارجي **B**، تحتفظ المادة ببعض المغنطة **M** وتسلك باعتبارها ثنائي قطب دائم، مثل المغنطيس المنتشر.



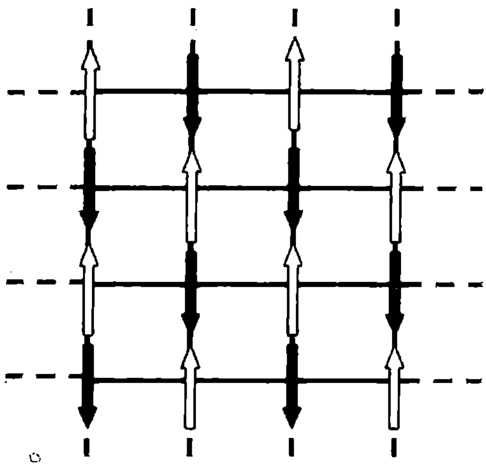

الشكل ٣-٢٤

(a) في مادة ذات مغنطيسية حديدية هناك مناطق ذات مغنطة تلقائية. تحت تأثير مجال خارجي، تصطف العزوم المغنطيسية للمناطق موازية للمجال المؤثر. لو تم إبطال المجال الخارجي، تحتفظ المادة ذات المغنطيسية الحديدية بالمغنطة المكتسبة وتسلك باعتبارها ثنائي قطب دائم.

(b) دائرة تخلفية hysteresis cycle لمغنطيس حديدي.

في مادة ذات مغنطيسية حديدية هناك مناطق أو حيز له مغنطة تلقائية (الشكل ٣-٢٤ a). يظهر في المواد ذات المغنطيسية الحديدية ظاهرة التخلفية، والموضحة في الشكل ٣-٢٤ b. لو تم تطبيق مجال مغنطيسي خارجي **B**، تصف المناطق نفسها مع **B**

حتى قيمة قصوى ما يطلق عليها تشبع مغنطة $M_s$. إذا انخفض **B**، يحتفظ المغنطيس الحديدي ببعض المغنطة، حتى عندما يصبح المجال الخارجي صفر، يتم الاحتفاظ بجزء من الاصطفاف، كذاكرة، وقد يظل ممغنطًا إلى ما لانهاية. لنزع الخصائص المغنطيسية لمغنطيس حديدي، قد يكون من الضروري تطبيق مجال مغنطيسي في الاتجاه المعاكس. بالنسبة للمجالات المغنطيسية السالبة إلى حد كبير بما يكفي **B**−، يمكننا الوصول إلى تشبع مغنطة سالب $-M_s$. ويتبع تغير المغنطة من $-M_s$ إلى $M_s$ مسار مماثل للمسار السابق، من مغنطة سالبة إلى أخرى موجبة، مما يغلق دورة التخلف. (عنصر الذاكرة في محرك القرص الصلب يقوم على هذا التأثير). لو ارتفعت درجة الحرارة، تختفي خاصية المغنطيسية الحديدية عند درجة حرارة ما $T_c$ مميزة لكل مادة مغنطيسية حديدية. بالنسبة ل $T > T_c$ يكون السلوك بارامغنطيسي. ويطلق على درجة الحرارة الحرجة هذه درجة حرارة كوري، تكريمًا لبيير كوري Pierre Curie (١٨٥٩-١٩٠٦).



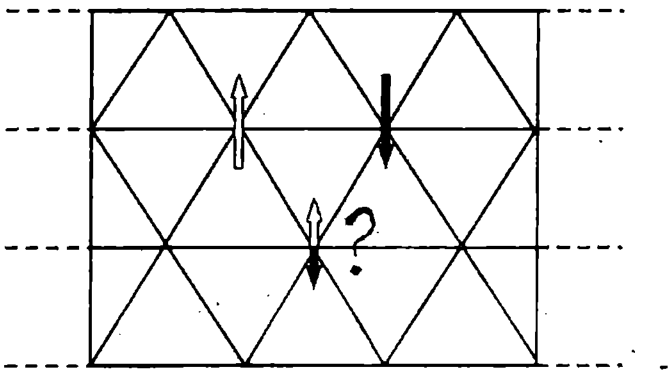
**الشكل ٣-٢٥**

**مواد مقاومة للمغنطيسية الحديدية، تساوي مغنطيسات متوازية ومعكوسة التوازي مرتبة عند نقاط متبادلة في الشبكة. الجيران الأربعة لثنائي القطب لها اتجاهات متعاكسة، مما يؤدي إلى مغنطة صافية صفر في غياب مجال خارجي.**

مع انخفاض درجة الحرارة، تتغير القابلية المغنطيسية لمادة ذات مغنطيسية حديدية، لتصبح لانهائية عند درجة حرارة كوري $T_c$. ويضاف إلى ذلك، تظهر مغنطة دائمة **M** في المادة حتى في غياب مجال خارجي **B**. وتحدث هنا ظاهرة يطلق عليها طور تحول من الدرجة الثانية second order phase transition. تصل المادة ذات المغنطيسية الحديدية إلى الحد الأدنى من طاقتها، أو حالة الهمود (انظر الفصل ٦)، عندما تتوجه كل ثنائيات القطب في اتجاه واحد، عند قيمة ليست صفرًا في مغنطتها (انظر أقسام عن تحولات الطور وتحطيم التماثل التلقائي لاحقًا).

### ٣-٩-٤ المغنطيسية الحديدية ومقاومة المغنطيسية الحديدية، والإبطال المغنطيسي:

في بعض المواد، يصطف احتكاك عزوم مغنطيسية (عزوم مغنطيسية معكوسة التوازي ولا تساوي تلك الموازية للمجال)، مع مغنطة صافية في غياب مجال خارجي، ومغنطيسية حديدية مضادة أيضًا (تساوي العزوم معكوسة التوازي والمتوازية)، مع تلاشي المغنطة الكلية لو لم يتم تطبيق مجال خارجي (الشكل ٣-٢٥). لعله من الممكن شرح تنظيم معكوس التوازي من الإشارة السلبية لتكامل التبادل J (انظر الفصل ٦). والمواد المقاومة للمغنطيسية الحديدية تحت تأثير مجال مغنطيسي خارجي قد يظهر عليها سلوك مغنطيسي حديدي بسبب الفرق الصافي بين مغنطة الشبكات المتوازية ومعكوسة التوازي. بعكس الحالة المغنطيسية الحديدية، حيث حالة الهمود ليست منحلة، قد يكون للمواد المقاومة للمغنطيسية الحديدية حالة همود منحلة (غير مفردة). على سبيل المثال، في شبكة مستطيلة يمكن تنظيم حالات اللف على شكل زوج، ولكن على شكل مستطيل لا يكون هذا ممكنًا ويحدث إخفاق مغنطيسي magnetic frustration. والإخفاق يمكن فهمه أيضًا باعتباره عجز النظام عن العثور على حالة همود مفردة (الشكل ٣-٢٦).




الشكل ٣-٢٦

في شبكة مخفقة مقاومة للمغنطيسية الحديدية، يكون لثنائيات القطب المجاورة توجهات ممكنة، مما يؤدي إلى حالة همود منحلة **degenerate ground state.**

### ٣-٩-٥ ثلوج دوارة وأحاديات القطب:

هناك مواد يطلق عليها ثلوج دوارة spin ices تتكون من أيونات رباعية الأسطح. كل أيون له لف غير الصفر، وتكون التفاعلات بين الأيونات المتجاورة بحيث يتوجه اثنين منها إلى الداخل واثنين إلى الخارج، وهي بنية مشابهة للجليد العادي، حيث لذرة الأكسجين ذرتي هيدروجين قريبة متجاورة، واثنين بعيدتين، حيث إنهما تنتميان إلى جزيء آخر. ويؤدي ذلك إلى أنتروبيا متخلفة في الجليد، كما أوضح لينوس باولينج في ١٩٣٥.

والثلوج الدوارة هي مغنطيسات حديدية مخفقة. إنها المجال البلوري المحلي القوي الذي ينتج عنه الإخفاق، وليس تفاعل الجيران الأقرب، كما هي حالة المواد المقاومة للمغنطيسية الحديدية.

وفي المادة المكثفة عند درجة حرارة منخفضة، يطلق على الاستثارة الكمية الأولية أعلى حالة الهمود شبه جسيمات، حيث أنها تسلك مثل الجسيمات التي تحمل

كميات مكممة من الطاقة، وكمية الحركة، والشحنة الكهربائية، واللف. على سبيل المثال، يتولد عن خلل الشحنة الكهربائية المحلية "فجوة" تسلك مثل جسيم موجب في شبه موصل. في حالة الثلوج الدوارة، تم نشر تجارب في ٢٠٠٩ حيث اصطفت العزوم المغنطيسية في بنى تشبه الأنبوب مثل أوتار ديراك. في نهاية كل أنبوب، تكوّن خلل، مع مجال مغنطيسي يشبه ذلك الخاص بأحادي القطب. وتم التوصل إلى أن أحاديات القطب تتفاعل خلال وضع من نوع كولوم وتحمل "شحنة كهربائية".

## ٣-١٠ تحولات الطور:

يحدث تحول طور من الدرجة الأولى، على سبيل المثال، عندما يذوب الجليد ويتحول إلى ماء، أو عندما يتحول الماء إلى بخار. هناك تغير متقطع في ترتيب ذرات المادة، وتغير أيضًا في حجمها أو في الحجم النوعي v، وهو الحجم الكلي V مقسومًا على عدد الجزيئات N. وفي تحولات الطور من الدرجة الثانية لا يوجد تغير متقطع في حالة المادة أو في حجمها النوعي. ورغم ذلك، هناك إعادة تنظيم داخلية مفاجئة. بشكل عام، في تحول طور من الدرجة الثانية، هناك زيادة في التنظيم وتغير في التماثل الداخلي للمادة مع ظهور بارامتر تنظيم an order parameter.

تلك حالة المواد المغنطيسية الحديدية. وعند درجات حرارة مساوية أو أقل من درجة حرارة كوري، يظهر عليها إعادة تنظيم لتماثلها الداخلي، حيث أن كل العزوم المغنطيسية داخل المناطق تصبح متوازية بالنسبة لاتجاه محدد ويظهر بارامتر تنظيم: المغنطة **M**. وعندما يتم تبريد المادة المغنطيسية الحديدية إلى أقل من درجة الحرارة الحرجة لتحول الطور $T_c$، تمر بشكل متقطع من الطور العشوائي (البارامغنطيسي) حيث $\mathbf{M} = 0$ إلى الطور المنظم (المغنطيسية الحديدية) حيث

$\mathbf{M} \neq 0$ ، وتظل في هذا الطور بالنسبة لكل درجات الحرارة حيث $T < T_c$.

والظاهــرة التي يطلــق عليها الكهرباء الحديديــة وكهربائي حديدي تشبـه المغنطيسية الحديدية والمواد المغنطيسية الحديدية. في حالة المواد الكهربائية الحديدية، لا تعتبر ثنائيات القطب الأولية لفات متزاوجة، ولكن خلايا أولية (مناطق) في البنية البلورية لها استقطاب كهربائي تلقائي. عندما يتم تبريد مواد كهربائية حديدية تحت درجــة حرارة محــددة $T_c$، يظهـر عليها استقطاب كهربائي مرئي دائــم (متبقــي)، مع بارامتر تنظيم $P \neq 0$، يشبه المواد المغنطيسية الحديدية.

## ٣-١١ تحطم التماثل التلقائي:

تؤدي المغنطة التلقائية أو الاستقطاب الكهربائي (في مغنطيس أو مناطق كهربائية) إلى فكرة تحطم التماثل التلقائي، وهو مفهوم مهم جدًا في الفيزياء الحديثة، مرتبط عن قرب بتحولات الطور. سوف ننظر في طاقة جبيز الحرة G لكل وحدة حجم من مادة مغنطيسية حديدية. يمكننا كتابتها كدالة لدرجة الحرارة T والمغنطة M، عند ضغط ثابت، ونتوسع فيها إلى القوى الأسية ل $M = \sqrt{M^2}$ as كما يلي:

$$G(T, M) = G(T, 0) + \alpha_0 M + \alpha_1 M^2 + \beta_0 M^3 + \beta_1 M^4 + \cdots$$

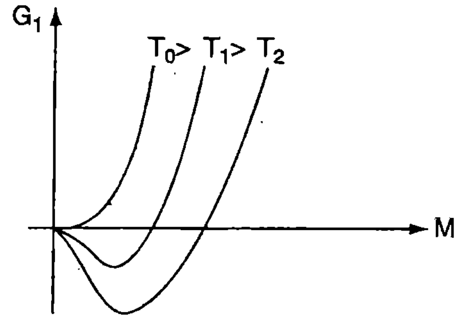
(3.30)

نتجاهل حدود ذات رتبة أعلى من $M^4$. ويمكن أيضًا إثبات أنه لو كان لحالتين ب $M = 0$ و $M \neq 0$ تماثل مختلف، عندئذ $\alpha_0 = 0$. بالنسبة لطور تحول من الدرجة الثانية (مثل المغنطيسية الحديدية)، يجب أن يكون لدينا أيضًا $\beta_0 = 0$. نقوم بتعريف الكمية G1 $= G(T, M) - G(T,0)$. وشرط أن يكون لدينا حد أقصى ل $\alpha_0 = \beta_0 = 0$ هو:

$$\frac{\partial G_1}{\partial M} = 2\alpha_1 M + 4\beta_1 M^3 = 0. \qquad (3.31)$$

عندئذ نحصل على حلين:

$$M = 0 \quad \text{و} \quad M2 = -\alpha_1/2\beta_1 \qquad (٣-٣٢)$$




الشكل ٣-٢٧

طاقة جيبز الحرة لمغنطيس حديدي تكون في حدها الأدنى عند قيمة غير الصفر للمغنطة $M_0$.

لو أن $\alpha_1 > 0$، يناظر الحل $M = 0$ الحد الأدنى، حيث أن $\frac{\partial^2 G_1}{\partial M^2} = 2\alpha_1 > 0$.

لكن لو أن $\alpha_1 < 0$ و $\beta_1 > 0$، يناظر الحل $M = 0$ الحد الأقصى، ويكون هناك حد أدنى في $M_0$، حيث:

$$M_0^2 = - \alpha_1/2\beta_1. \quad (3.33)$$

يظهر على حالة الهمود مغنطة تلقائية $M_0$ تناظر الحد الأدني لطاقة جيبز الحرة: هناك كسر تماثل تلقائي، حيث أن التوازن لا يناظر حالة متماثلة $M = 0$، لكنه يناظر $M \neq 0$. يوضح الشكل ٣-٢٧ الشكل التقريبي ل $G_1(T, M)$.

مع اعتماد $G_1$ على درجة الحرارة، تناظر قيمة **M** انخفاض الحد الأدنى مع التسخين. بشكل عام $\alpha_1 = f(T)(T - T_c)$، حيث $f(T_c) > 0$، أي أن هناك درجة حرارة حرجة ما عندها يتم استرجاع التماثل (تتلاشى المغنطة التلقائية)، وهذه هي درجة حرارة كوري $T_c$.

حالة الكهرباء الحديدية تماثل المغنطيسية الحديدية، مع مغنطة **M** يحل محلها استقطاب كهربائي P، لكن بالنسبة لبعض المواد التي تتصف ب $\beta_0 \neq 0$. سوف نرى

أن هذه الحالة قد تؤدي إلى طور تحول من الدرجة الأولى، لو أن $\beta_0 < 0$ (يحدث ذلك، مثلاً في $BaTiO_3$). يكون لدينا:

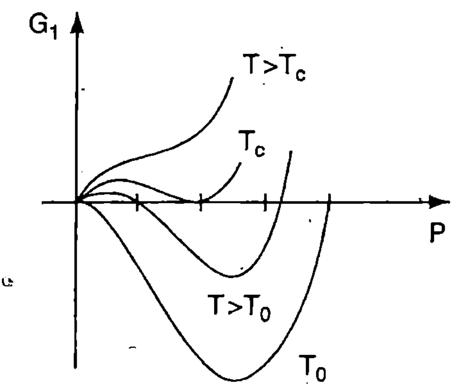
$$G_1(T, P) = \alpha_1 P^2 + \beta_0 P^3 + \beta_1 P^4 + \ldots.. \qquad (3.34)$$

تتلاشى الكمية $\alpha_1$ عادة عند درجة حرارة ما $T_0$ ويكون شكلها بذلك $\alpha_1 = 1/2\, \gamma\, (T - T_0)$، لكن لدينا نفس السلوك الفيزيائي بالنسبة ل $\alpha_1 = 1/2\, \gamma\, (T^2 - T_0^2)$.

في هذه الحالة، يكون شرط القيمة القصوى كما يلي:

$$\frac{\partial G_1}{\partial P} = \gamma(T - T_0)P + 3\beta_0 P^2 + 4\beta_1 P^3 = 0. \qquad (3.35)$$

إذا بدأنا من (٣-٣٥)، وهي معادلة من الدرجة الثالثة، يمكننا مناقشة اعتماد بارامتر كسر التماثل P على درجة الحرارة. عند $T = T_0$، يكون طور التماثل شبه مستقر: يكون لدينا حد أقصي ل $P = 0$ وحد أدنى عند نقطة ما $P = P_0 \neq 0$. مع ارتفاع درجة الحرارة، تنخفض قيمة بارامتر كسر التماثل ويرتفع الحد الأدنى ل $G_1$ بطريقة تؤدي إلى وجود نقطتين لتقاطع $G_1$ مع محور P. وتقترب هاتين النقطتين من بعضهما البعض وتتطابقان عند درجة حرارة حرجة $T_c > T_0$.




الشكل ٣-٢٨

طاقة جيبز الحرة $G_1$ مقابل الاستقطاب الكهربائي في تحول من الدرجة الأولى.

بالنسبة ل $T > T_c$، يصبح الطور غير المتماثل شبه مستقر. ويصبح النظام شبه كهربائي paraelectric (الشكل ٣-٢٨). بالمثل، حيث أن كلا الطورين (المتماثل وغير المتماثل) لهما نفس الطاقة الحرة، عندما يتم تخفيض درجة الحرارة إلى $T_0$، يكون هناك كسر تماثل مفاجئ في نفس مناطق المادة، حيث يظهر تلقائيًا استقطاب غير الصفر.

## ٣-١٢ الموصلية الفائقة:

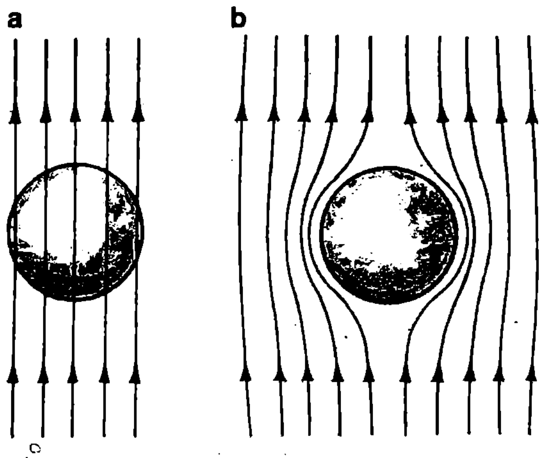
في بداية هذا الفصل، أشرنا باختصار إلى خواص بعض المواد في ما يتعلق بالموصلية الكهربائية. وبشكل خاص، أشرنا إلى المقاومة الكهربائية كنتيجة لمقاومة حركة حاملات الشحنة في المعدن.

والخاصية الجديرة بالملاحظة للكثير من المعادن والسبائك هي أن المقاومة الإلكترونية تنهار بشكل مفاجئ عند درجات الحرارة المنخفضة. تمت ملاحظة هذه الظاهرة للمرة الأولى بواسطة هيك كامرلينف - أونيس Heike Kamerlingh-Onnes (١٨٥٣-١٩٢٦) في ليدن في ١٩١١، عندما كان يدرس مقاومة الزئبق عند درجة حرارة الهليوم السائل. بالقرب من ٤ كلفن، تلاشت مقاومة الزئبق فجأة وأصبحت صفر تقريبًا: أصبح الزئبق موصلاً فائقًا. بالفعل، لكل الموصلات الفائقة مقاومة صفر بالضبط بالنسبة للتيارات المنخفضة المستعملة. يجب أن نلاحظ أن الموصلية الفائقة ليست ظاهرة تقليدية. مثل المغنطيسية الحديدية والخطوط الطيفية الذرية، تعتبر الموصلية الفائقة ظاهرة كمية.

في الموصل الفائق يمكن للتيار أن يتدفق لزمن لانهائي تقريبًا. في بعض الحالات، تم حساب هذا الزمن ووصل إلى حد ١٠٠ ألف سنة، بل وحتى أطول من ذلك.

تظهر خاصية التوصيل الفائق عند درجات حرارة مختلفة في المواد المختلفة. على سبيل المثال، بالنسبة لسبائك معينة من النيوبيوم، والألمنيوم، والجرمانيوم تظهر عند ٢١ كلفن، ولبعض أشباه الموصلات عند ٠.٠١ كلفن.

في الموصل الفائق يظهر طور منظم عند تخفيض درجة الحرارة تحت القيمة الحرجة $T_c$. ويتميز ذلك بتكوين عدد كبير جدًا من اللف العكسي لأزواج الإلكترون (وهو ما يسمى أزواج كوبر Cooper pairs)، التي تتحرك بحرية تقريبًا في المادة. ويطلق على هذا النموذج في الموصلية الفائقة نظرية BCS، تبعًا للبحث الشهير - لجون باردين John Bardeen (١٩٠٨-١٩٩١)، وليون ن. كوبر Leon N. Cooper (مولود في ١٩٣٠)، وجون روبرت شريفر John Robert Schrieffer (مولود في ١٩٣١) في ١٩٥٧. وحصل باردين، وكوبر وشريفر على جائزة نوبل في ١٩٧٢ عن هذه النظرية[1]. والموصلية الفائقة، مثل المغنطيسية الحديدية والكهربائية الحديدية هي حالة أخرى من كسر التماثل التلقائي، ويمكن النظر في نموذج للطاقة الحرة يوضح السمات المشار إليها سابقًا – نموذج جينزبورج-لاندو، تبعًا لليف لاندو Lev Landau (١٩٠٨-١٩٦٨) وفيتالي جينزبورج Vitaly Ginzburg (١٩١٦-٢٠٠٩). في هذه الحالة يمكن لبارامتر التنظيم أن يكون "أزواج كوبر المكثفة" أكثر من أن يكون المغنطة.




الشكل ٣-٢٩

**ظاهرة مايسنر – أوشسنفيلد. لو تم تبريد مادة موصلة فائقة في مجال مغنطيسي، يتم إبعاد خطوط القوة من الموصل الفائق.**

---

(١) بالمناسبة، جون باردين هو الشخص الوحيد الذي حصل مرتين على جائزة نوبل في الفيزياء. في المرة الأولى شارك الجائزة مع وليام شوكلي ووالتر براتين في ١٩٥٦، لابتكار الترانزستور.

## ٣-١٣ ظاهرة مايسنر: الموصلات الفائقة من النوع الأول والثاني:

في ١٩٣٣، اكتشف والتر مايسنر Walther Meissner (١٨٨٢-١٩٧٤) وروبرت أوشسنفيلد Robert Ochsenfeld (١٩٠١-١٩٩٣) أنه، لو تم تبريد مادة موصلة فائقة في مجال مغنطيسي، يتم إبعاد خطوط القوة المغنطيسية خارج الموصل الفائق عند درجات حرارة تساوي أو تقل عن $T_c$. وتسلك المادة كما لو أن المجال المغنطيسي كان صفرًا في الداخل (الشكل ٣-٢٩). ورغم ذلك، لا يكون المجال المغنطيسي صفرًا بالضبط عند سطح الموصل الفائق، لكنه يتناقص بسرعة مع العمق حتى يتلاشى في الداخل.

ظاهرة مايسنر – أوشسنفيلد مختلفة في الموصلان الفائقان من النوع الأول والثاني. بالنسبة للموصلات الفائقة من النوع الأول هناك مجال حرج واحد $H_c$ عنده تتوقف المادة فجأة عن كونها موصل فائق وتصبح مقاومة. والموصلات الفائقة الأولية، مثل الألمنيوم والرصاص، هي موصلات فائقة نموذجية من النوع الأول. في الموصلات الفائقة من النوع الثاني، لو تمت زيادة المجال إلى $H > H_{c1}$، يكون هناك انتقال تدريجي من التوصيل الفائق إلى الحالة العادية في مجال مغنطيسي متزايد، حيث تختلط المناطق العادية والموصلة الفائقة، حتى مجال حرج ثاني $H_{c2}$، حيث يتم تحطيم الموصلية الفائقة.

في ١٩٨٦، أشار ك. أ. مولر وجي. جيه. بدنورز من IBM إلى ظاهرة توصيل فائق عند درجات حرارة مرتفعة نسبيًا (٤٠ كلفن) في مركب كيميائي من $La_{2-x} Sr_x CuO_4$، $x = 0.15$. وفيما بعد، وجد سي. دبليو. شو الظاهرة حتى عند درجات حرارة أعلى ($Tc = 92$ K) في المركب الكيميائي $YBa_2 Cu_3O_{7-\delta}$. هذه الاكتشافات واحتمال العثور على ظاهرة الموصلية الفائقة حتى عند درجات حرارة أعلى تعد بنتائج ثورية لتكنولوجيا المستقبل.

كل الموصلات الفائقة عند درجة حرارة عالية هي من الموصلات الفائقة النوع الثاني. وتُظهر نفسها عادة باعتبارها موصلات فائقة عند درجات حرارة ومجالات

مغنطيسية أعلى من الموصلات الفائقة من النوع الأول، ويسمح لها ذلك بتوصيل تيارات أعلى. وتُصنع الموصلات الفائقة من النوع الثاني عادة من سبائك معدنية أو أكسيد خزفيات معقد، وتكون غالبًا أكسيد نحاس خزفيات معقد. ورغم ذلك، في ٢٠٠٨، توصل هيديو هوسونو وزملاؤه من معهد طوكيو للتكنولوجيا إلى أن زرنخيد اللنثانوم الأكسجين فلورين الحديد ($LaO_{1-x} F_x FeAs$) موصل فائق مع درجة حرارة حرجة عالية تصل إلى ٢٦ كلفن. وحفز الاكتشاف الأبحاث الدولية على الموصلات الفائقة القائمة على الحديد وتم رفع درجة الحرارة الحرجة إلى ٥٥ كلفن. ويعتبر تحول طور الموصل الفائق عادة من الدرجة الأولي بالنسبة للنوع الأول، ومن الدرجة الثانية بالنسبة للنوع الثاني.

# ما كُتب في الموضوع


1. E. Purcell, *Electricity and Magnetism*, 2nd edn. (McGraw-Hill, New York, 1985). A clear and rigorous introductory course on electricity and magnetism
2. R.P. Feynman, *The Feynman Lectures on Physics*, vol. II. (Addison Wesley, Reading, Massachusetts, 1969). A classic textbook written in Feynman's enthusiastic and illuminating style
3. L.D. Landau, E.M. Lifshitz, *The Classical Theory of Fields* (Pergamon, Oxford, 1980). An excellent text on the classical theory of the electromagnetic field
4. R.K. Pathria, *Statistical Mechanics* (Butterworth-Heinemann, Oxford, 1996). The topics of first and second order phase transitions are clearly introduced in this book
5. C. Kittel, *Solid State Physics*, 8th edn. (Wiley, New York, 2005). Contains a very good introduction to ferromagnetism, diamagnetism, ferroelectricity, and superconductivity
6. J.D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 3rd edn. (Wiley, New York, 1998). An updated first-class treatise on classical electrodynamics
7. M. Chaichian, I. Merches, A. Tureanu, *Electrodynamics* (Springer, Berlin Heidelberg, 2014). This book is recommended to complement several topics dealt with in the present chapter

# الفصل الرابع
# الموجات الكهرومغنطيسية

في الفصل السابق رأينا أن أي شحنة كهربائية ساكنة تولد مجالاً ساكنًا يحيط بها. ويتولد عن شحنة متحركة بسرعة ثابتة مجال كهرومغنطيسي ثابت يحل محل الشحنة. ورغم ذلك، ينتج عن شحنة متسارعة مجال له طبيعة مختلفة: مجال إشعاع، ينتشر بعيدًا عن مصدره ويصبح مستقلاً عنه. ويحل محل شحنة متحركة بسرعة ثابتة مجالها، لكنه لا يبث إشعاعًا. والشحنة المتسارعة هي شرط ضروري وكافي لتوليد إشعاع كهرومغنطيسي. سوف نرى لاحقًا أن الإشعاع يسلك على هيئة مزدوجة، كموجات وكجسيمات (فوتونات)، لكن هذا الفصل سوف يتعامل بشكل رئيسي مع سلوك موجة الإشعاع.

حول شحنة متسارعة، يمكن تحديد مجموعة من الأسطح تتحرك بسرعة الضوء، يطلق عليها جبهات الموجة. في الحقيقة، كل نقطة من جبهة الموجة تسلك باعتبارها مولد لموجات جديدة. لو افترضنا أنه تم إيقاف جبهة الموجة بواسطة ستار له فجوتين مثقوبتين، يسلك الإشعاع الذي يمر بهاتين الفجوتين مثل مصدرين نقطتين مستقلين يتولد عنهما موجات جديدة.

من المثير للاهتمام الإشارة إلى حالة مهمة لما يطلق عليه الإشعاع ثنائي القطب dipole radiation. تلك هي مثلاً حالة شحنة متذبذبة سرعتها أقل مقارنة بسرعة الضوء. لو أن **P** هي العزم ثنائي القطب، تكون الطاقة المنبعثة (الطاقة لكل وحدة زمن) معطاة بالتعبير التالي:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{2}{3c^3}\ddot{\mathbf{p}}^2, \tag{4.1}$$

حيث c هي سرعة الضوء والنقاط فوق الرموز تدل على مشتقات الزمن، بحيث تكون $\ddot{\mathbf{p}}$ هي المشتقة الثانية ل P بالنسبة للزمن.

M. Chaichian et al., Basic Concepts in Physics, Undergrauate Lecture Notes in Physics, DOI 10.1007/978-3-642-19598-3_4.



والضوء هو الشكل الأكثر شيوعًا للإشعاع الكهرومغنطيسي. ولقد أجرى نيوتن أبحاثًا عميقة حول سلوك الضوء، وافترض أنه يتكون من جسيمات تنبعث من الأجسام. من جانب آخر، كان كريستيان هايجينز Christiaan Huygens (١٦٢٩–١٦٩٥)، وأوغسطين جان فرينل Augustin-Jean Fresnel (١٧٨٨–١٨٢٧)، وتوماس يونج Thomas Young (١٧٧٣–١٨٢٩)، وجوستاف كيرشوف Gustav Kirchoff (١٨٢٤–١٨٨٧) هم من ابتكروا فرضية الموجة، لأن ظاهرتي التداخل والانكسار اللتين درساهما هما مظهرين لحركة الموجة.

لزمن طويل، رغم ذلك، بسبب منزلة نيوتن، لاقت فرضية الجسيمات قبولاً واسعًا لدى علماء الفيزياء، مقارنة بفرضية الموجة، رغم الدليل على وجود ظاهرة تُظهر الطبيعة الموجية للضوء.

في النصف الثاني من القرن التاسع عشر، أثبتت النظرية الكهرومغنطيسية، التي شرحها ماكسويل بالتفصيل، وأجرى عليها هيرتز التجارب، صحة الطبيعة الكهرومغنطيسية للضوء. ورغم ذلك، كان وجود الإثير مقبولاً باعتباره وسط انتشار لمثل هذه الموجات. مع بداية القرن العشرين، نتيجة للنظرية النسبية الخاصة، أثبت أينشتاين أن فرضية الإثير المضيء لا حاجة لها. بالإضافة إلى ذلك، كان تفسيره الكمي الناجح للظاهرة الكهرضوئية photoelectric يعني عودة جزئية إلى النموذج الجسيمي، مع الاحتفاظ بالنموذج الموجي حيًا، بطريقة مزدوجة. وسوف نعود إلى هذه النقطة في الفصل ٦، وهو يتصل بأصل ميكانيكا الكم.

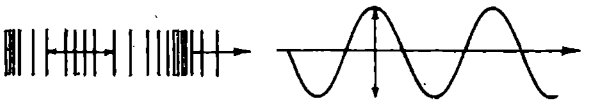
## ٤-١ الموجات في وسط وفي الإثير:

فكرة الإثير في دعم الموجات الكهرومغنطيسية التي تنتشر في الفراغ تعود إلى التشابه مع الموجة المرنة التي تنتشر في وسط ما (صلب، أو سائل أو غاز).

وانتشار الموجات الطولية نموذجي في الغازات، مثله، على سبيل المثال، مثل انتشار الصوت في الهواء. ورغم أن الجزيئات تتحرك باستمرار في كل الاتجاهات، يمكننا تخيل انتشار الموجة باعتباره تتابع حالات ضغط وتمدد لغاز عبر اتجاه حركة موجة.

انتشار الصوت حركة دورية ومنظمة حيث تنتقل حالات الضغط والتمدد بشكل متتالي من جزء من الوسط الغازي إلى الجوار المباشر، دون أن تتحرك الجزيئات الفردية عبر الموجة. ويختلف ذلك عن الحركة العشوائية للجزيئات الفردية بسرعات مختلفة في كل اتجاهات المكان.

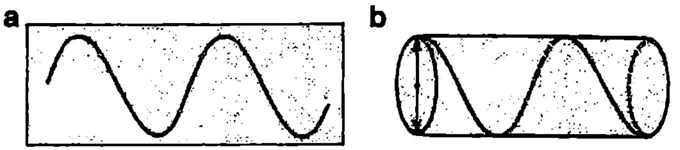
وفي الأجسام الصلبة، بالإضافة إلى الموجات الطولية، تنتشر موجات مستعرضة أيضًا: تتذبذب النقاط المادية في الوسط بشكل متعامد مع اتجاه الانتشار. تنتشر هذه الموجات المستعرضة بسرعة مختلفة مقارنة بالموجات الطولية (الشكل٤-١).



الشكل ٤-١

**الموجات الطولية والمستعرضة. في الحالة الأولى، تنتج حركة تذبذب في اتجاه انتشار الموجة، وفي الثانية، تكون متعامدة عليه.**

ويمكن ملاحظة الموجات المستعرضة على سطح سائل عند رمي شيء فيه. تنتشر الموجة، لكن كل جسيم في الوسط يتذبذب بشكل متعامد مع اتجاه انتشار الموجة، بدون أي حركة للجسيمات في اتجاه الموجة (الشكل ٤-٢).




الشكل ٤-٢

**الموجات المستعرضة المستقطبة. تنتج تذبذبات إما تكون كلها في سطح يحتوي على اتجاه الاستقطاب، كما هو موضح في a، أو مستويات في أسطح مختلفة (تتذبذب النقاط في اتجاهات مختلفة في سطح عمودي على اتجاه انتشار الموجة)، كما هو موضح في b.**

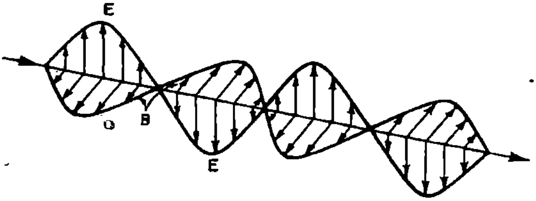
في الموجات المستعرضة، يمكن لكل نقاط الوسط أن تتذبذب في نفس السطح، ويقال أن الموجة مستقطبة خطيًا. ورغم ذلك، قد يحدث أيضًا أن تتذبذب نقاط الوسط، وترسم دوائر أو أشكال إهليلجية في أسطح متعامدة مع اتجاه الانتشار. ويقال أن هذه الموجات مستقطبة دائريًا أو بأشكال إهليلجية، على التوالي.

حفز التشابه مع انتشار الموجات المرنة الكثير من علماء الفيزياء في القرن التاسع عشر على افتراض وجود الإثير، الذي كان يعتبر سائلاً غير مادي يملأ المكان الخالي بين الأجسام ويقوم بدور وسط لدعم انتشار الضوء. ورغم ذلك، ولأن الضوء يتكون من موجات مستعرضة، لاستبعاد احتمال الموجات الطولية، كان عليهم افتراض أن الإثير له صلابة أكثر من الفولاذ (من بين الخواص الأخرى الضرورية).

## ٤-٢ الموجات الكهرومغنطيسية ومعادلات ماكسويل:

كما سبق ذكره، أصبحت طبيعة الضوء باعتباره موجة كهرومغنطيسية واضحة بعد عمل نظري أجراه ماكسويل، وتأكد تجريبيًا بواسطة هيرتز.

يتم وصف موجة مستقطبة خطيًا، على سبيل المثال، بمجالين متذبذبين كهربائي ومغنطيسي متعامدين على بعضهما (الشكل ٤-٣). عند كل نقطة حيث تنتشر الموجة يمكننا افتراض متجه كهربائي يتذبذب من القيمة الموجبة إلى القيمة السالبة، ومتجه آخر مغنطيسي، عمودي عليه، يقوم بتذبذبات مماثلة. في حالة الموجة المستقطبة دائريًا أو على شكل إهليلجي، يرسم المتجهان دوائر أو أشكال إهليلجية، على التوالي، في أسطح متعامدة مع سطح انتشار الموجة (الشكل ٤-٤).



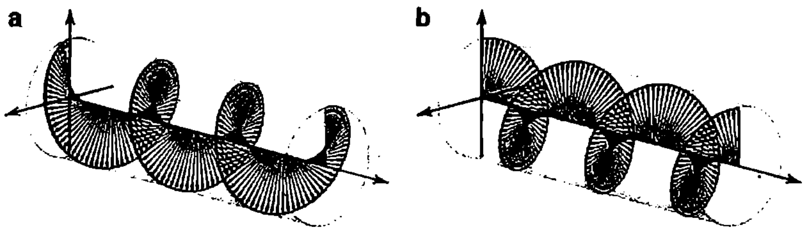

الشكل ٤-٣

في موجة كهرومغنطيسية، يتذبذب المتجهان الكهربائي والمغنطيسي متعامدين على بعضهما، وعلى اتجاه الانتشار. ويوضح الشكل موجة مستقطبة خطيًا.

التردد $\nu$ للموجة الكهرومغنطيسية هو عدد الذبذبات في الثانية الذي يحدث لهاذين المتجهين عند كل نقطة. والتردد الزاوي $\omega = 2\pi\nu$ يتم استخدامه أيضًا على نطاق واسع. هناك علاقة بين طول الموجة $\lambda$ والتردد $\nu$، وسرعة الضوء $c$، أي:

$$\lambda = c/\nu. \tag{4.2}$$

سرعة الضوء (وسرعة كل الموجات الكهرومغنطيسية الأخرى) في الفراغ ثابت كوني، يساوي تقريبًا ٣٠٠ ألف كيلومتر/ ثانية.




الشكل ٤-٤

متجه المجال الكهربائي لموجة كهرومغنطيسية مستقطبة دائريًا:
a استقطاب في اتجاه اليد اليمنى، وb استقطاب في اتجاه اليد اليسرى.

لذلك هناك علاقة عكسية بين طول الموجة والتردد. ووحدة التردد (دورة أو ذبذبة في الثانية) هي الهيرتز، تكريمًا لعالم الفيزياء الألماني هاينريتش هيرتز Heinrich Hertz (١٨٥٧-١٨٩٤).

يكون لموجة راديو ذات تردد 600 kHz أو 600,000 Hz طول موجة:

$$\lambda = 500 \text{ m.}$$

بالنسبة لتردد 20 MHz ($20 \times 10^6$ Hz) سيكون طول الموجة:

$$\lambda = 15 \text{ m.}$$

تكون ترددات الضوء المرئي عالية إلى حد كبير، تصل قيمها إلى مئات التيراهيرتز (١ تيراهيرتــز THz = ١٠ ^١٢ هيرتز). يناظر الأحمر نحــو ٤٠٠ تيراهيرتز والبنفسجي ل ٦٠٠ تيراهيرتز. أطوال موجات الضوء المرئي نحو ٤٠٠٠ أنجستروم بالنسبة للبنفسجـي ونحو ٧٥٠٠ أنجستروم بالنسبة للأحمــر الشديد، حيث الأنجستروم الواحد يساوي ١٠ ^-١٠ متر أو ١٠ ^-٨ سنتيمتر.

يميز الأنجستروم أبعاد الذرة بشكل جيد. على سبيل المثال قطر ذرة الهيدروجين (المفترض أنها كروية) نحو أنجستروم واحد. وبذلك فإن أطوال موجات الضوء المرئي أكبر بعدة آلاف من الأبعاد الذرية.

طول الموجة النموذجي لأشعة سينية رقيقة جدًا أو أشعة فوق بنفسجية شديدة يصل إلى نحو ١٠٠ أنجستروم، يناظره تردد ١٠ ^١٦ هيرتز. وللأشعة السينية الشديدة أطوال موجات تصل إلى ١أ^٠ أنجستروم، والتردد المناظر ١٠ ^١٩ هيرتز. وأشعة جاما الأعلى ترددًا أيضًا والأصغر في أطوال الموجات يمكن رصدها أيضًا، على سبيل المثال، في فناء الإلكترون – بوزترون: $e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$.

## ٤-٢-١ انتشار الموجة:

في الفصل ٣ قدمنا معادلة ماكسويل على هيئة تكامل. ويمكن كتابتها أيضًا على هيئة تفاضل، باستخدام بعض فرضيات الحساب. وقوانين جاوس للمجالات الكهربائية والمغنطيسية تدل على:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho, \qquad (4.3)$$
$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0,$$

بينما معادلتي ماكسويل –فاراداي وماكسويل-أمبير هما، على التوالي:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \qquad (4.4)$$
$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\mathbf{J},$$

برموز الفصل ٣. في غياب التيارات والشحنات، يمكن إعادة كتابة معادلتي ماكسويل الأخيرتين، اللتان تحتويان على مشتقات الزمن، كمعادلات موجة للمجالين E وB. دعنا نفترض أن المجالين E وB يتغيران في المكان فقط على محور x. في هذه الحالة، تكون المعادلتان المستنتجتان من (٤-٤) هما:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}, \qquad \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2}. \qquad (4.5)$$

يمكن الحصول على هاتين المعادلتين من معادلة موجة أكثر عمومية، تتضمن متجه الوضع **A**، والأكثر سهولة البرهنة من حلولها أن **E** و**B** متعامدين، $\mathbf{E} = \mathbf{B} \times \mathbf{u}_k$، حيث $\mathbf{u}_k$ هي متجه واحدي لاتجاه الانتشار.

الحل الأكثر عمومية ل **E** (ل **B** يكون لدينا حل مماثل)، هو:

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}[f(x - ct) + g(x + ct)] \qquad (4,6)$$

حيث **e** متجه ثابت. (لاحظ أن المعادلتين (٤-٥) والحل العام (٤-٦) لا يتغيران في الشكل لو تغيرت إشارة الإحداثيات x, y, z أو الزمن t. يقال إن المعادلتين موافقتين للتغير covariant عند تحول التعادل P وتحول الزمن العكسي T، وهو ما سوف يتم تفصيله في الفصل ٧). لو اعتبرنا $g = 0$ و $x > 0$، توضح المعادلة الناتجة (٤-٦) انتشار موجة من الحاضر (أو الماضي) إلى المستقبل. ويطلق على ذلك حل التقدم progressing solution. دعنا ننظر في نقطتين x و $x + \Delta x$، والزمنين t و $t + \Delta$ وهو ما يناظر موقعين لجبهة الموجة، ونحدد العلاقة بين $\Delta x$ و$\Delta t$، أي إلى أي حد يمكن للموجة أن تتقدم بحيث لا تتغير قيمة $\mathbf{e}f(x - ct)$. ويكون لدينا:

$$(x + \Delta x) - c(t + \Delta t) = x - ct \qquad (4.7)$$

أي، $c\Delta t = \Delta x$. لو أن $f = 0$ و $g \neq 0$ و $x > 0$، نحصل على حل تراجع regressing solution، يذهب إلى الخلف في الزمن، حيث يكون الحال الآن:

$$(x + \Delta x) + c(t + \Delta t) = x + ct, \qquad (4.8)$$

أو $\Delta x = -c\Delta t$. من الواضح أنه بسبب عدم وجود دليل على هذه الموجة، يجب أن يكون لدينا $g = 0$. ومن ثم، نهمل موجة التراجع باستخدام دليل من تجربة الحياة اليومية، والذي يعتبر قريبًا جدًا من مفهوم اللاانعكاسية الذي تمت مناقشته في الفصل ٢. وهذا يعني أننا نفترض سهم زمن في اختيار الحلول الفيزيائية المناسبة لمعادلة الموجة الكهرومغنطيسية. في الفصل التالي، سوف نرى أنه لو كان لدينا انتشار إشارة بسرعة أعلى من c، يمكن رؤية مثل هذه الإشارة بواسطة بعض الراصدين وهي تنتقل إلى الماضي، مما يخرق السببية.

كمثال بسيط يعبر عن انتشار موجة، دعنا ننظر في موجة جيبية:

$$E(x, t) = \mathbf{e} \sin (kx - \omega t). \qquad (4.9)$$

هذا التعبير يصف انتشار موجة بسرعة الضوء عندما يتم الوفاء بالعلاقة التالية:

$$k = \omega/c. \qquad (4.10)$$

الكمية $k = 2\pi/\lambda$ تساوي عدد أطوال الموجات المتضمنة في $2\pi$ وحدات مسافة. ويسمى هذا العدد الموجي. لكل قيمة ل $\lambda$ هناك قيمة واحدة تناظرها من k، والعكس بالعكس. بالنسبة لموجة تنتشر في الأبعاد الثلاثة، يمكن تعريف متجه الموجة، $\mathbf{k} = (2\pi/\lambda)\, \mathbf{u}_k$. وحجة الدالة التذبذبية يمكن أن يكون حينئذ $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t$. ورغم ذلك، للتبسيط، في ما يلي سوف ننظر في الانتشار في اتجاه واحد فقط.

### ٤-٢-٢ انسجام الترابط:

ننظر الآن في مصدر ضوء يبعث بإشعاع أحادي اللون، أي إشعاع ذي تردد محدد. لو أنه في نفس الوقت، تبعث نقطتان مختلفتان للمصدر لهما الإحداثيان $x_1$ و$x_2$ إشعاعًا، فإن الكمية $kx - \omega t$ لن تكون هي نفسها بالنسبة لنفس الموجتين اللتين تم بثهما. ونقوم بتعريف اختلاف الطور بأنه الكمية:

$$(kx_1 - \omega t) - (kx_2 - \omega t) = k(x_1 - x_2). \qquad (4.11)$$

لو أن $k(x_1 - x_2) = \Delta\varphi$ حيث $\Delta\varphi$ = ثابت، يكون هناك تداخل مستقر. لو أن $\Delta\varphi 0$ = (أو $2\pi n$ حيث ...., $n = 1, 2$)، يتـــداخل الشعاعـان بشكل بنـاء، مما يـؤدي إلى سعة أقوى. لو أن $\Delta\varphi = \pi(2n + 1)$ يتداخل الشعاعان بشكل هدام وتلغي السعتان بعضهما. بين هاتين القيمتين، هناك عدة احتمالات للتداخل المستقر. لو أن $k(x_1 - x_2) \neq$ ثابت، يقال إن الموجتين غير منسجمتي الترابط incoherent.

يمكن أن يحدث اختلاف الطور أيضًا عندما تنبعث الأشعة عند لحظتين مختلفتين $t_1$ و$t_2$. وبشكل عام، يكون لدينا:

$$(kx_1 - \omega t_1) - (kx_2 - \omega t_2) = \Delta\varphi, \qquad (4.12)$$

ويكون شرط انسجام الترابط هو من جديد $\Delta\varphi$ = ثابت.

عندما يكون انسجام الترابط coherence $\Delta\varphi = 0$ فلذلك أهمية خاصة. أغلب مصادر الضوء تنتج إشعاعًا غير منسجم الترابط. ورغم ذلك، في بداية الستينيات، تم ابتكار الليزر (تقوية الضوء بواسطة انبعاث محفز للإشعاع) نتيجة لأعمال تشارلز هارد تونيس Charles Hard Townes (مولود ١٩١٥) في الولايات المتحدة، ونيكولاي باسوف Nikolai Basov (١٩٢٢-٢٠٠١) وألكسندر بروكوزوف Alexandr Prokhorov (١٩١٦-٢٠٠٢) في روسيا. وحصلوا على جائزة نوبل ١٩٦٤ في الفيزياء عن هذا العمل.

الليزر مصدر انسجام ترابط ضوء أحادي اللون (بناء، $\Delta\varphi = 2\pi$). المبادئ الأساسية لليزر يمكن فهمها من قوانين انبعاث وامتصاص الإشعاع التي اكتشفها ألبرت أينشتاين في ١٩١٧. وسوف نعود للمبادئ الأساسية لليزر في الفصل ٦.

## ٤-٣ توليد الموجات الكهرومغنطيسية:

### ٤-٣-١ الجهود المعاقة:

لو أن $\rho(r')$ هي كثافة الشحنة الكهربائية عند النقطة $r'$ ذات الإحداثيات $x', y', z'$ لجسم في حالة سكون، فإنها تولد جهد كهربائي عند نقطة $r$ ذات إحداثيات $x, y, z$ على هيئة:

$$\phi(\mathbf{r}) = \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}')}{R} d\mathbf{r}',$$

حـــيث $R = |r - r'|$ و $V$ هو حجـــم الجسم المشحـــون. ويتم الحـصـــول عـلى المجـــال الكهربائي باعتبــاره $E = -\nabla\phi(r)$. بتعـــريف مؤثـــر لابـــلاس باعتبـــاره

$$\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2,$$

نحصل على:

$$\nabla . \mathbf{E} = - \Delta\phi = 4\pi\rho(r).$$

وهي معادلة ماكسويل الأولى على هيئة مختلفة.

لو تم توليد الجهد الكهربائي بواسطة كثافة شحنة تعتمد على الزمن $\rho(r, t)$، تصبح معادلة ماكسويل السابقة:

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\phi = -4\pi\rho(\mathbf{r}, t).$$

ويتم الحصول على حلها بإجراء تكامل على الحجم $V$ ويكون الجهد المتولد عند $\mathbf{r}$ بكثافة شحنة $\rho = \rho(r', t - R/c)$. والنتيجة تكون جهد معاق retarded potential $\boldsymbol{\Phi}$ $(r, t)$ ينتشر من الماضي إلى المستقبل، ويمكن كتابة معادلة مماثلة لمتجه الجهد $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ في ما يتعلق بكثافة التيار $\mathbf{j}(\mathbf{r}', t - R/c)$:

$$\phi(\mathbf{r}, t) = \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}', t - R/c)}{R} d\mathbf{r}', \qquad (4.13)$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \int_V \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}', t - R/c)}{R} d\mathbf{r}'. \qquad (4.14)$$

وهنا $t' < t$ و $t - t' = R/c$ هي على وجه الدقة الزمن الذي ينتشر خلاله المجال الكهرومغنطيسي من النقطة $r'$ إلى النقطة $r$. بجانب الحلول المعاقة، لمعادلات ماكسويل حلول ممكنة متطورة غير فيزيائية تتطور إلى الخلف في الزمن مع $t' > t$، أو $t' - t = R/c$، يتم تحديدها بأخذ $\rho = \rho(\mathbf{r}', t + R/c)$. تعتبر الحلول المتطورة منبوذة، كما أوضحنا سابقًا.

المعادلتان (٤-١٣) و(٤-١٤) يمكن استخدامها للحصول على الجهود والمجالات الكهربائية والمغنطيسية المناظرة المتولدة عند نقطة ما (r, t) بواسطة شحنة منفردة تتحرك اختياريًا. ويتكون التعبيران E وB من حدين: عند المسافات الكبيرة يكون الأول متناسبًا مع سرعة الشحنة ويتغير مع $1/R^2$، بينما الثاني يتناسب مع تسارع الشحنة، ويتغير مع 1/R. وهذا الحد الأخير يرتبط بإشعاع الموجات الكهرومغنطيسية بواسطة الشحنة. في نطاق الموجة، بعيدًا عن الشحنات والتيارات الخارجية غير المعتمدة على الزمن، والمقيدة بحجم محدد ما، يسلك المجال الكهرومغنطيسي باعتباره موجات كهرومغنطيسية مستوية.

### ٤-٣-٢ آليات توليد الموجات الكهرومغنطيسية:

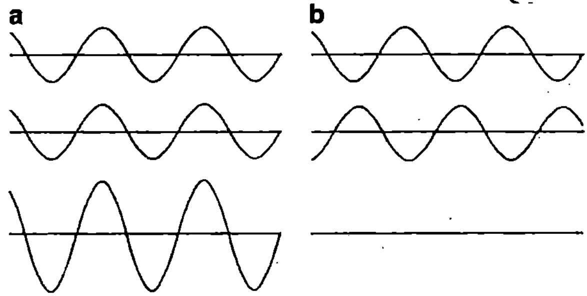
تتولد الموجات الراديوية بوسائل كهربائية باستخدام دائرة مضخم خاصة وهوائي. يتذبذب غاز الإلكترون الموصل للهوائي المعدني بتردد مجال متذبذب متولد عن جهاز إلكتروني. ونتيجة لذلك، يبث موجات إشعاع ينتشر خلال الغلاف الجوي.

وليس الغلاف الجوي ضروري لانتشار هذه الموجات لأنها، مثل الضوء، يمكنها الانتشار في الفراغ. يمكن لموجات الراديو أن تنعكس بواسطة الأيونوسفير المحتوي على أيونات مشحونة، ويتم استخدام هذه الخاصية أحيانًا لعمليات البث بالراديو بين النقاط المتباعدة جدًا. وأنبوب الفراغ جهاز يطلق عليه مغنيطرون magnetron يستخدم لتوليد مويجة. ينتج أنبوب المغنيطرون تذبذبات إلكترون عن طريق مجموعة مجالات كهربائية ومغنطيسية.

يعرف الجميع أن الضوء المرئي يمكن أن يتولد بطرق متعددة: بواسطة تفاعل كيميائي كما في الاحتراق، وبتسخين الجسم كما في مصباح السلك الرفيع..إلخ. ويمكن أيضًا إنتاج الضوء بتسريع إلكترونات في مجال مغنطيسي بالغ الكثافة، وفي الانشطار والاندماج النوويين..إلخ.

يمكن توليد الأشعة السينية في تصادمات بين شعاع إلكترون مرتفع الطاقة وهدف معدني. يتم إنتاج أشعة جاما في التحولات الكمية داخل نواة الذرة،

أو بتسريع إلكترونات إلى طاقة بالغة الارتفاع، وأيضًا في تصادمات وتحللات الجسيمات الأولية..إلخ.




**الشكل ٤-٥**

**تداخل بين موجتين، بناء في a وهدام في b.**

الخلفية المتصلة ل "تحطم إشعاع"، أو إشعاع التبطئة bremsstrahlung، الذي يمكن أن يصل إلى $١٠^{٢٤}$ هرتز يتم الحصول عليه في معجلات الجسيم. ويناظر ذلك أطوال موجات تصل إلى $١٠^{-١٤}$ سم. لذلك يمتد الطيف الكهرومغنطيسي من أطوال موجات من آلاف الكيلومترات حتى الأشعة السينية وأشعة جاما القصيرة وهي أصغر $١٠^{-٢٣}$ مرة، أو هكذا تعتبر من وجهة نظر معاكسة، من ترددات ٣٠ هرتز (تردد موجات منخفض جدًا VLFW) في موجات راديو معينة، إلى أعلى من $١٠^{٢٤}$ هرتز للأشعة السينية وأشعة جاما الناتجة في بعض معجلات الجسيم.

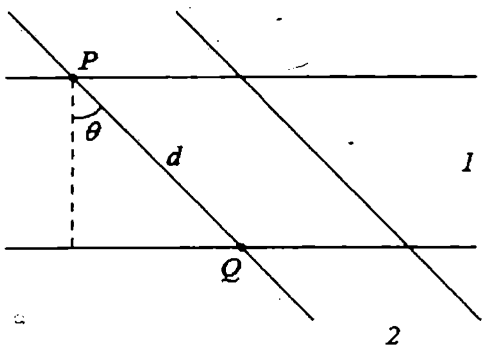
ورغم ذلك، قد توجد موجات طويلة جدًا، مثلاً بطول موجة ١٠٠٠ كم، أو تردد أقل من ٣٠ هرتز، ويعطي حد التردد المنخفض مجالات ثابتة. على سبيل المثال، دعنا نفترض موجة ذات تردد يساوي ١/ ٣٦٠٠ هرتز (التي تصنع ذبذبة واحدة كل ساعة). إلى تقريب جيد، يمكن اعتبار مثل هذا المجال ثابت خلال فترة زمنية تصل إلى بضع ثوان. وبالمثل، يمكن اعتبار أي مجال ثابت كموجة ذات تردد منخفض، إلى حد أن يميل التردد إلى الصفر.

هناك أيضًا أشعة جاما ذات التردد الأعلى من $١٠^{٢٤}$ هرتز. على هذا المقياس، يغطي الضوء المرئي عرض نطاق ترددي في منطقة بين $١٠^{١٤}$ إلى $١٠^{١٥}$ هرتز.

## ٤-٤ خواص الموجة:

### ٤-٤-١ التداخل:

أشرنا بالفعل إلى ظاهرة التداخل عند مناقشة انسجام الترابط coherence. ونعود إلى هذه الظاهرة بالنظر في موجتين تنتشران في نفس الاتجاه في وسط ما. تُضاف تأثيرات الحركتين المتذبذبتين، والموقفين المتطرفين يوضحهما الشكل ٤-٥. في الحالة a تتذبذب الموجة الناتجة بسعة أكبر حيث أن حركتها ناتجة عن مجموع الذبذبتين، وهو ما يقال عنه في طور (ليس هناك فرق طور بينهما). في مثل هذا الموقف نقول إن هناك تداخل بنّاء constructive interference. في الحالة b، من جانب آخر، لا تتذبذب النقاط على أية حال، لكونها تحت تأثير تأثيرات متعاكسة (الموجات خارج الطور out of phase). يتلاشى مجمل الحركة التذبذبية، حيث أن هناك تداخل هدام.




الشكل ٤-٦

بالنسبة لشعاعين منسجمي الترابط متوازيَين، بينهما زاوية θ، إذا كانا في طور عند النقطة P يكون فرق الطور عند النقطة Q، على مسافة d من P، هو $\Delta\phi = 2\pi/\lambda \; d \sin \theta$.

دعنا نختبر حالة الموجتين 1 و2، اللتان تتذبذبان على نفس المستوى، لكن تشكلان زاوية θ بين اتجاهي انتشارهما، كما هو موضح في الشكل ٤-٦. لو أن الموجتين في طور عند نقطة ما P، عند النقطة Q على اتجاه الموجة 2، يكون فرق الطور بين الموجتين $\Delta\varphi = 2\pi x/\lambda$ ، حيث d هي المسافة بين النقطتين P و Q، و $x = d \sin\theta$ و λ هي طول الموجة. تكون الموجتان في طور (تداخل بشكل بنّاء) عندما:

$$D \sin\theta = \pm n\lambda, \qquad n = 0, 1, 2.....$$

وهي خارج الطور (تداخل بشكل هدام) عندما:

$$d \sin\theta = \pm (2n + 1)\lambda/2.$$

في هذه الحالة، يعود فرق الطور إلى الاختلاف في طول المسار.

باستخدام صيغة إيلور $e^{ix} = \cos x + i \sin x$، من المفيد التعبير عن موجة بجزء حقيقي من شكل أسي مركب، أي $A \cos(kx - \omega t) = A \,\mathrm{Re}\, e^{i(kx - \omega t)}$ بذلك يمكننا العمل بالتعبيرات الأسية المركبة، مع فهمنا بأن في النهاية سوف نأخذ الجزء الحقيقي للعدد المركب الناتج. سوف يكون ذلك مفيدًا أيضًا عندما نتكلم عن كثافة الموجة.

دعنا ننظر في حالة تداخل موجتي ضوء في الفضاء، تصفهما مركبتي مجالهما الكهربائي:

$$\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) = \mathbf{e}_1(\mathbf{r})\, e^{i[\varphi 1(r) - \omega t]}$$

و

$$\mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t) = \mathbf{e}_2(\mathbf{r})\, e^{i[\varphi 2(r) - \omega t]}$$

كلا الموجتان $\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t)$ و $\mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t)$ يعتبر أن لهما نفس الاستقطاب. وهذا يعني أن $\mathbf{e}_1$ و$\mathbf{e}_2$ متجهان متوازيان. واتجاههما المشترك يتم تعريفه بمتجه واحدي **u**، الذي يعطي اتجاه الاستقطاب الخطي (انظر الجزء ٤-٤-٣). يكون المجال الناتج عن تراكب superposition الموجتين هو:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t). \qquad (4.15)$$

يتم تعريف الكثافة I بأنها كثافة تدفق الطاقة، وهي تتناسب مع مربع المجال $E^2$. بذلك، نحصل على كثافة الضوء عند نقطة r بمربع معامل المجال المركب $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$:

$$I(\mathbf{r}) = \frac{c}{4\pi}\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)\mathbf{E}^*(\mathbf{r}, t) = I_1(\mathbf{r}) + I_2(\mathbf{r}) + 2\sqrt{I_1(\mathbf{r})I_2(\mathbf{r})}\cos(\varphi_1(\mathbf{r}) - \varphi_2(\mathbf{r})). \qquad (4.16)$$

حيث $I_1(\mathbf{r}) = \frac{c}{4\pi}\mathbf{e}_1^2(\mathbf{r})$ and $I_2(\mathbf{r}) = \frac{c}{4\pi}\mathbf{e}_2^2(\mathbf{r})$. ويكون لدينا أقصى تداخل عندما:

$$\Delta\varphi = \varphi_1(\mathbf{r}) - \varphi_2(\mathbf{r}) = \pm 2\pi n, \qquad (4.17)$$

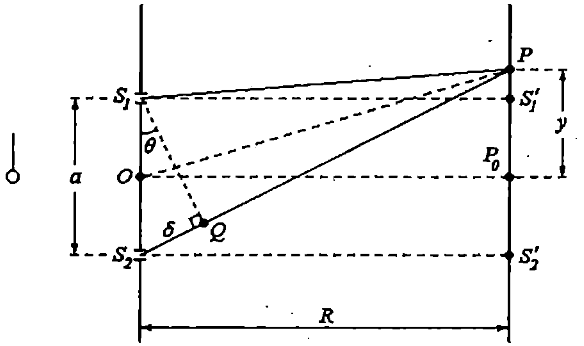
حيث n هي العدد الطبيعي. بالنسبة ل $I_1 = I_2$، تكون الكثافة القصوى $I = 4I_1$. وتنتج الحدود الدنيا عندما

$$\Delta\varphi = \pm(2n + 1)\pi, \qquad (4.18)$$

وبالنسبة ل $I_1 = I_2$ يكون للحدود الدنيا كثافة صفر.

كانت تجربة شهيرة لتوماس يونج Thomas Young (١٧٧٣-١٨٢٩) حاسمة لقبول الضوء كموجة، في بداية القرن التاسع عشر. وإلى أيامنا هذه، تعتبر تجربة يونج للشق الثنائي نموذج عملي لرصد التداخل لأي موجات. وتنظيمها كما في الشكل ٤-٧. دعنا ننظر، مع يونج، إلى مصدر ضوء أحادي اللون، بحيث يسقط شعاع الضوء على شقين، $S_1$ و$S_2$، تفصل بينهما مسافة a. والأشعة الناتجة على الجانب الآخر من الحاجب المثقوب، وحيث أنها منفصلة عن الشعاع المشترك، تكون بذلك منسجمة الترابط، وهو أمر جوهري لكي يحدث التداخل. يتم وضع حاجب آخر على مسافة R من الأول، بحيث تكون $R \gg a$، وتستخدم لتصور نمط التداخل. دعنا ننظر في نقطة عشوائية P على الحاجب الأخير وحساب كثافة الضوء عند هذه النقطة. تبعًا ل (٤-١٦)، حيث نأخذ شعاعين لهما نفس السعة $e_1 = e_2 = e$، ستكون النتيجة:

$$I(P) = 4I_0 \cos^2 \frac{\Delta\varphi(P)}{2}, \quad (4.19)$$




الشكل ٤-٧

تجربة الشقين ليونج.

حيث $I_0$ هي الكثافة عند مركز حاجب التصور C و $\Delta\varphi(P)$ هو الاختلاف في الصور عند النقطة P بين الشعاعين القادمين من الشقين $S_1$ و$S_2$. وحيث أن الشعاعين منقسمان عن شعاع واحد، يكون المصدر الوحيد للاختلاف في الطور هو اختلاف المسار، الذي يمكن حسابه بسهولة. ونرمز ب y للمسافة بين النقطة P ومركز الحاجب $P_0$. واختلاف المسار في مجموعة رموز الشكل ٤-٧ هي $S_2Q$. لاحظ أنه بالنسبة ل $R \gg a$ تقترب الزاوية $\widehat{S_1QS_2}$ من الزاوية القائمة، و $\widehat{S_2S_1Q} = \widehat{P_0OP} = \theta$. عندئذ يكون اختلاف المسار $S_2Q\delta =$ ويتضح أنه، في تقريبنا:

$$\delta = a \sin\theta \approx a \tan\theta \approx a\ y/R \quad (4.20)$$

تذكر الصيغتين (٤-١٧) و(٤-١٨) لتكوين حد أقصى وحد أدنى للكثافة، على التوالي. وفرق الطور بين الشعاعين في تكوين الشق المزدوج يكون:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta, \quad (4.21)$$

وهي بعد وصلها ب (٤-١٧) و(٤-١٨)، توضح لنا إنه إذا كان اختلاف المسار عدد صحيح مضاعف لطول الموجة $\delta = \pm n\lambda$ ، يكون التداخل بناءًا، بينما إذا كانت $\delta = \pm(n + 1/2)\lambda$ ، يكون التداخل هدامًا. وهذه الشروط، مع (٤-٢٠)، تعطي موقع y على الحاجب للحدود القصوي والدنيا للتداخل.

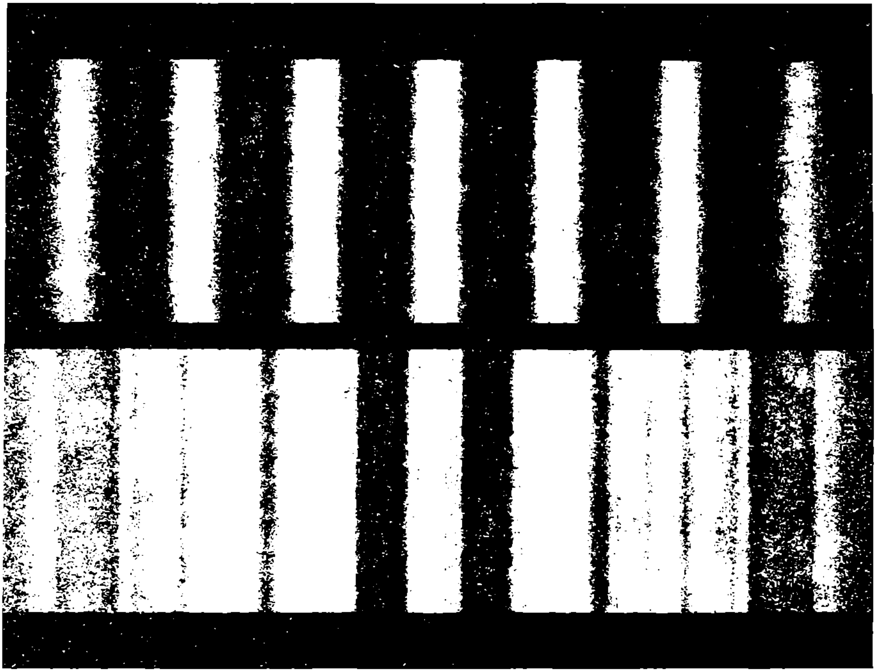
ونمط التداخل الذي يظهر على حاجب التصور، وغير البعيد عن المحور البصري، سوف يتشكل من حواشي مضيئة وأخرى مظلمة. عند النقطة $P_0$، حيث اختلاف المسار صفر، تظهر سلسلة من حاشية مضيئة.

تذكر أن نمط التداخل يعتمد على طول موجة الضوء. إذا استخدمنا الضوء الأبيض، تتشكل النهايات العظمى للألوان المختلفة عند نقاط مختلفة، وبذلك سوف يوضح النمط كل ألوان الطيف. في المركز سيكون هناك حواشي مضيئة لكل الألوان، أي، بقعة بيضاء، ولكن ستكون الحاشية المضيئة الحمراء التالية أبعد عن المركز من الحاشية المناظرة للبنفسجي، مع كل الألوان الأخرى في ما بينهما (الشكل ٤-٨).

### ٤-٤-٢ الحيود:

التداخل والحيود يعتبران هما نفسهما من الناحية الأساسية، لكن يُفهم بشكل عام أن التداخل يتضمن مصادر ضوء قليلة، بينما يتضمن الحيود عدد كبير من المصادر. ينتج الحيود عندما يمر الضوء بالقرب من حواف بعض الأشياء، على سبيل المثال، شقوق في حاجب غير منفذ. وبسبب الحيود، لا تكون منطقة الظل الهندسية مظلمة، لكن تغطيها حواشي الحيود.

هناك تقريبان رئيسيان لهذه الظاهرة المعقدة: تقريب فراونهوفر، الذي يتم تطبيقه على المجال البعيد عن المصدر (حافة أو شق) وتقريب فرينل، والذي يتم تطبيقه على المجال القريب من المصدر. سوف نناقش هنا حالة فراونهوفر، ونبدأ بمسألة الحيود خلال شق مستطيل.

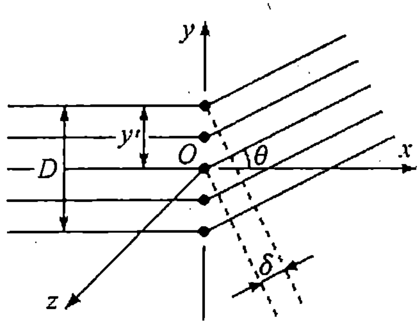


الشكل ٤-٨

نمط تداخل في تجربة الشق المزدوج مع ضوء أخضر وبضوء أبيض.

دعنا ننظر في شعاع موازي لموجات أحادية اللون، يمر بشكل متعامد على شـ
ستطيل على حاجب، مركزه 0 مأخوذ كنقطة أصل لنظام إحداثيات 0xyz. ينتشـ
لشعاع على x. للشق عرض D على المحور y والطول G على المحور z. يتم تمثيل قسـ
ن الشق في الشكل ٤-٩. تبعًا لمبدأ هايجينز، كل نقطة من جبهة الضوء تصبح مصد
انوي، وتنتج موجات كروية. وبذلك، يكون المجال $E_p$ المتولد عند النقطة P عـ
لحاجب الثاني الموازي للأول، في موقع عند مسافة R » D, G منه، يتم الحصول علـ
تراكب كل الموجات الثانوية الناتجة عند كل نقطة للشق المستطيل الممتد باعتبا
مصدر ثانوي — مثل تجربة يونج بشقوق لانهائية!

دعنا نبدأ بالمتجه $\mathbf{E} = e_0\, e^{i(\omega t - kr)}$، حيث $e_0$ سعة المصدر، والذي يعتبر هو نفسه لكل المصادر الثانوية (الشعاع الحادث موازي). للتوضيح، دعنا نعتبر الآن أننا نلاحظ الضوء المنكسر في المستوى العمودي، عند زاوية $\theta$ ، أي عند النقاط $P(R, y, 0)$، بحيث $\sin \theta = y/R$. ونأخذ كمرجع المسار الذي يمر خلال مركز الشق 0، وكل المسارات الأخرى ستكون أقصر أو أطول منه بمسافة $\delta(y') = y' \sin \theta = y'\ y/R$ حيث $y'$ إحداثي المصدر الثانوي (الشكل ٤-٩). ومجال الانكسار عند النقطة P يتم الحصول عليه بجمع كل هذه المساهمات.




الشكل ٤-٩

اختلافات المسار في حيود شق مفرد. النقطة $P(R, y, 0)$ قد تكون بعيدة على اليمين، مقاسة عند حاجب ثاني يقع على مسافة R من الحاجب الأول (غير موضح في الشكل). يصنع الشعاع الزاوية θ مع المحور x ويظهر كما لو كان متشكلاً من أشعة متوازية عند مسافات قصيرة من الشق، لكنه يتقارب عند النقطة P.

$$E_P(R,x,y) = e_0 e^{i(\omega t-\varphi)} \int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} \int_{-\frac{G}{2}}^{\frac{G}{2}} e^{ik(yy'+zz')/R}\, dy'\, dz'. \tag{4.22}$$

بتحديد الزاويتين $\alpha(y) = kyD/2R$ و $\beta(z) = kzG/2R$ نحصل بسهولة على:

$$E_P(R,x,y) = ADG\,\frac{\sin\alpha}{\alpha}\,\frac{\sin\beta}{\beta}\,e^{i(\omega t-\varphi)}, \tag{4.23}$$

حيث A ثابت يمكن العثور على تعبيره بشكل مباشر.

بالنسبة للنقاط على محور x ، $\alpha = \beta = 0$ . في الحد $\alpha \to 0$ يكون لدينا $\sin \alpha/\alpha \to 1$ وبالمثل بالنسبة ل β. وهكذا، عند النقطة $P_0$ للحاجب فإن مقدار المجال سيكون $E(P_0) = ADGe^{i(\omega t - \varphi)}$ وكثافة الضوء المناظرة $I_0$ تتناسب مع $(ADG)^2$.

كثافة الضوء عند أية نقطة اختيارية P يمكن كتابتها بالنسبة ل $I_0$ كما يلي:

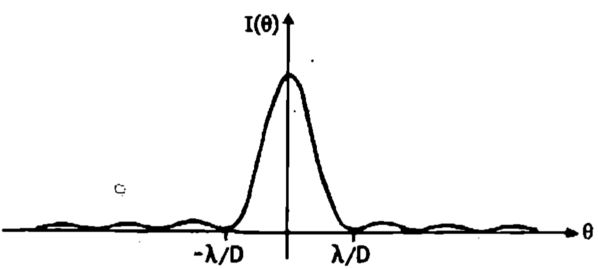
$$I_P = I_0 \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2} \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2}, \tag{4.24}$$

ونمط الحيود نحصل عليه بالنهايات القصوى والدنيا للدالة:

$$F(\alpha) = \sin^2 \alpha / \alpha^2.$$

عندما $F(0) = 1$، بينما القيم الأخرى ل α تحافظ على العلاقة $\sin \alpha < \alpha$، نستنتج أن بالنسبة ل $\alpha = 0$ هناك نهاية قصوى مطلقة، ويحدث ذلك عندما $y = 0$. وعندما $F(\alpha) \geq 0$، من المتوقع أن تكون النهايات الدنيا موجودة عند نقاط حيث $\sin \alpha = 0$، أي عندما $\alpha = \pm n\pi$ ، بالنسبة ل $n = 1, 2....$. والحدود القصوى الأخرى يتم الحصول عليها بأخذ المشتقة:

$$\frac{dF}{d\alpha} = 2 \frac{\sin \alpha}{\alpha} \frac{\alpha \cos \alpha - \sin \alpha}{\alpha^2} = 0. \tag{4.25}$$




الشكل ٤-١٠

كثافة الضوء موقعة مقابل الزاوية θ في نمط الحيود. العرض المميز هو بالتقريب 2λ/D.

وهكذا، هناك حدود قصوى أخرى بالنسبة ل $\alpha = \tan\ \alpha$. نستنتج أن الحد الأقصى الثاني يوجد عند النقاط $|\alpha| < 3\pi/2$. ولاحظ أن:

$$F\left(\frac{3\pi}{2}\right) \simeq \frac{4}{9\pi^2} \sim 0.045.$$

النهايات القصوى الثانية للكثافة خمسة في المائة تقريبًا من النهاية القصوى الأساسية. بل وتكون النهايات القصوى الأخرى أصغر.

في حالة $D \ll G$, يسلك الشق كأنه طويل إلى مالانهاية على المحور z. وبذلك، $\beta = 0$ و $\sin\ \beta/\beta = 1$. وتصبح المسألة في بعدين، حيث أن المحورين x وy هما المتضمنان فقط. وينخفض المجال إلى:

$$E_P(R, x, y) = ADG\frac{\sin\alpha}{\alpha}e^{i(\omega t-\varphi)}, \qquad (4.26)$$

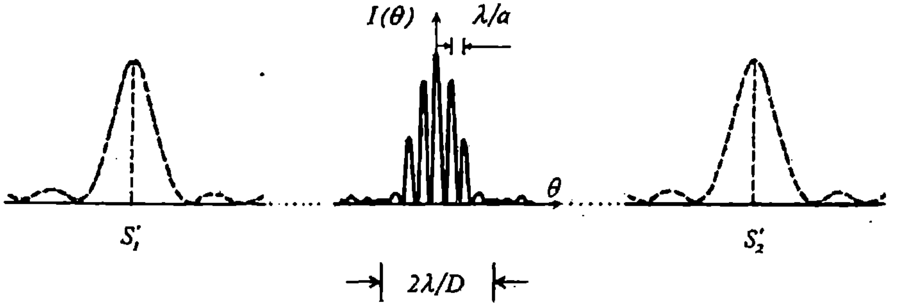
. والكثافة تكون $I = I_0 \sin^2\ \alpha/\alpha^2$. وتتقلص المسألة في مستوى xy ويمكن أن نكتب $\alpha = \pi D \sin\theta/\lambda$ ، ويكون للزاوية θ نفس الأهمية كما في السابق. ل θ الصغيرة يكون لدينا $\alpha \backsim 2\pi D\theta/\lambda$ . وكثافة نمط الحيود موضحة في الشكل ٤-١٠.

بالجمع بين النتائج السابقة في التداخل والحيود، بالنسبة للضوء أحادي اللون، يمكن توضيح أنه في تداخل الشقين يمكن كتابة الكثافة على الحاجب الثاني على هيئة أكمل كما يلي:

$$I(\theta) = 4I_0^2\frac{\sin^2\alpha}{\alpha^2}\cos^2\left(\frac{\pi d\ \sin\theta}{\lambda}\right). \qquad (4.27)$$

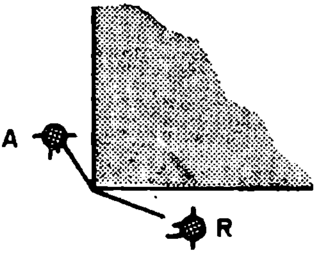
والمنحنى الناتج موضح عند مركز الشكل ٤-١١.

لو نظرنا إلى مصدر الضوء خلال الشق المتشكل من وصل إصبعين متجاورين، يمكن ملاحظة الحواشي. هذه النتيجة من ظاهرة الحيود. كثافة نمط الحيود تكون على الهيئة الموضحة في الشكل ٤-١٠.




الشكل ٤-١١

كثافات أنماط الحيود التي يمكن أن تظهر على الحاجب الثاني عند فتح $S_1$ أو $S_2$ بالتبادل موضحه بالخطوط المنقطة. عند فتح كلا الشقين في نفس الوقت، ينتج فقط النمط الموضح في المنتصف (غير مرسوم بمقياس رسم). وتغير الكثافة موضح بالنسبة للزاوية θ. والفاصل الزاوي بين حواشي التداخل يكون بمقدار $\lambda/a$ والعرض المميز للنمط الرئيسي هو $2\lambda/D$.




الشكل ٤-١٢

حيود موجات الصوت من صوت شخص A يقترب من الزاوية. يتم سماع الصوت بواسطة شخص آخر R لا يرى الشخص الأول.

لا تحدث ظاهرتا التداخل والحيود بالنسبة للموجات الكهرومغنطيسية فقط، ولكن لأي نوع من الموجات. على سبيل المثال، بالنسبة لموجات الصوت، يكون مقدار

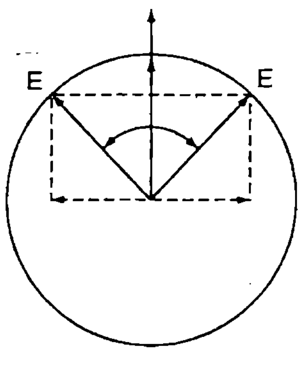
طولها الموجي بمقدار متر واحد، يحدث حيود عند حدود أي شيء شائع. بذلك، لو أن شخص A يقترب من زاوية شارع ويتحدث (الشكل ٤-١٢)، يمكن سماع صوته بواسطة شخص آخر R، حتى لو كان R قادمًا من اتجاه عمودي ولا يراه A. لقد حادت موجات الصوت الآتية من صوت A خلال زاوية كبيرة ووصلت إلى R بكثافة كافية لكي يميزها. لا يحدث ذلك بالنسبة لموجات الضوء، حيث زاوية حيودها تكون بالغة الصغر.

### ٤-٤-٣ الاستقطاب:

أشرنا بالفعل إلى الاستقطاب في فقرة سابقة، كمتجه ثابت يميز تذبذب الموجات في اتجاه معين. في هذا الجزء سوف نشرح بتفاصيل أكثر هذه الخاصية للموجات الكهرومغنطيسية.

دعنا نحدد المتجه الكهربائي لمستوى موجة باعتباره:

$$\mathbf{E} = \mathrm{Re}(\mathbf{e}\, e^{i\varphi}). \tag{4.28}$$




الشكل ٤-١٣

استقطابان دائريان في اتجاهين عكسيين يمكن أن يتولد عنهما استقطاب خطي كما هو موضح في الشكل. تلغي المركبتان الأفقيتان كل منهما الأخرى وتُضاف الرأسيتين. بعملية مماثلة، يمكن توليد استقطاب إهليلجي.

لو أن $e = e_1 + ie_2$ متجه مركب واعتبرنا أن مربعه $e^2$ حقيقي، يجب أن يكون لدينا $e^2 = e^2_1 - e^2_2 + 2ie_1 . e_2$ بحيث أن $e_1 . e_2 = 0$، أي $e_1$ و$e_2$ متعامدين. نفترض أن $e_1$ على المحور x و$e_2$ على المحور y. يكون من الواضح أن:

$$E_x = e_1 \cos \varphi, \qquad E_y = \pm e_2 \sin\varphi. \tag{4.29}$$

العلامة قبل $e_2$ تعتمد على الاتجاه المختار ل $e_2$، أو على الطور φ. يمكن أن نفترض أن الطور $\varphi = \omega t - k_z z$ على اعتبار أنه يناظر انتشار موجة على المحور z. وبذلك، فإن (٤-٢٩) يوضح أنه في المستوى xy يصف متجه الاستقطاب إهليلج له شبه محورين $e_1$ و$e_2$، عمودي على محور الانتشار، حيث أن:

$$E^2_x/e^2_1 + E^2_y/e^2_2 = 1 \tag{4.30}$$

ويقال إن الموجة مستقطبة إهليلجيًا. بالنسبة ل $e_1 = e_2$ نحصل على دائرة، ويقال إن الموجة مستقطبة دائريًا. ونسبة مركبتي سعة المركبة الأصلية للموجة هي $E_x/E_y = \pm i$ بالنسبة، على التوالي، للدورانات الموجبة (ضد اتجاه عقارب الساعة) والسالبة (مع اتجاه عقارب الساعة). إذا ما كانت إما $e_1$ أو $e_2$ صفر، يكون لدينا موجة استقطاب خطي، أو موجة مستوى مستقطب.

يمكن أن نحدد وحدة متجهات الاستقطاب الدائري كما يلي:

$$\mathbf{e}^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{e}_1 \mp i\,\mathbf{e}_2). \tag{4.31}$$

عندئذ $\mathrm{Re}\,(\mathbf{e}^{+}e^{i\varphi}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{e}_1 \cos\phi + \mathbf{e}_2 \sin\varphi)$. نلاحظ أنها تمثل موجة لها استقطاب دائري موجب. ومجموع استقطابين دائريين متعاكسين $e^+ + e^-$ يعطي استقطاب خطي $\sqrt{2}\mathbf{e}_1$ . يمكن أن يكونا أيضًا خطيين معًا لإعطاء استقطابين إهليلجيين (انظر الشكل ٤-١٣).

دعنا ننظر في موجتين كهرومغنطيسيتين لهما سعتين متساويتين، لكن متجهي استقطابهما يتناسبان على التوالي مع $e^{\pm}$. دعنا نفترض أن لهما ترددين مختلفين

$\omega^{\pm} = \omega \pm \epsilon,$ بالنسبة لاستقطابين دوارين مضادين. ويعني ذلك سرعتين مختلفتين للانتشار، كلاهما بالنسبة لطور سرعة $v^{\pm} = \omega^{\pm}/k$ وسرعة مجموعة $.v_g^{\pm} = \partial\omega^{\pm}/\partial k$

- يؤدي التركيب الخطي لهذين النمطين إلى الموجة التالية:

$$\mathbf{E} = A \,\mathrm{Re}\left(\mathbf{e}^{-} e^{i(kz-\omega_{+}t)} + \mathbf{e}^{+} e^{i(kz-\omega_{-}t)}\right) \qquad (4.32)$$
$$= A' (\mathbf{e}_1 \cos \epsilon t + \mathbf{e}_2 \sin \epsilon t)\, \mathrm{Re}\, e^{i(kz-\omega t)},$$

وهي موجة مستقطبة خطيًا ذات تردد ω، يدور متجهها المستقطب في اتجاه ضد عقارب الساعة بتردد ϵ،مع انتشار الموجة. ويحدث ذلك عندما تتقدم الموجة الكهرومغنطيسية في وسط مشحون كهربائيًا (بشكل أكثر دقة، عندما لا يكون الوسط لا متغير تحت تأثير اقتران شحنة – انظر الفصل ٧) موازي لمجال مغنطيسي، ويطلق على ظاهرة دوران متجه الاستقطاب تأثير فاراداي Faraday effect. وهو يحدث في تشكيلة من الأوساط، مثل المادة المكثفة، وفيزياء البلازما، وفضاء ما بين النجوم. عندما يكون مستوى مستقطب تدخل الموجة هذا الوسط، وتنتشر موازية للمجال المغنطيسي **B**، وتتخلل إلى نمطين ينتشران بسرعتين مختلفتين (وهي ظاهرة تسمى انكسار مزدوج birefringence)، يؤدي تراكبها إلى موجة جديدة بمتجه استقطاب دوار.

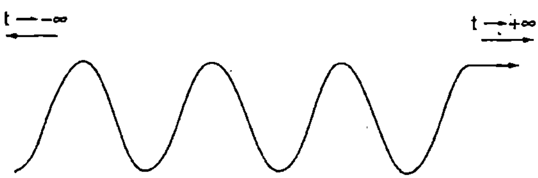
الكمية ϵ تتناسب مع المجال المغنطيسي **B**، وفي الأوساط المادية ما يتم تعريفه عادة هو كمية $\beta = \epsilon\Delta t$ ، زاوية الدوران عندما يمر الضوء خلال جسم ممغنط. عندئذ $\beta = \mathbf{B}\, \upsilon c_m$ ، حيث $\upsilon$ يطلق عليها ثابت فردت Verdet constant و$c_m$ هي سرعة الضوء في وسط الانكسار المزدوج. ينعكس اتجاه الدوران إمّا إذا غيرنا إشارة المجال المغنطيسي، أو إشارة $\upsilon$ أو اتجاه انتشار الموجة. لو كان ثابت فردت موجبًا، فإنه يناظر دوران R (عكس عقارب الساعة) لو كان انتشار الموجة موازي للمجال المغنطيسي، أو دوران L (مع عقارب الساعة) عندما يكون اتجاه الانتشار معكوس التوازي. في البلازما، تكون ϵ متناسبة مع كثافة الشحنة وتغير إشارتها لو تغيرت إشارة الشحنة.

بالإضافة إلى الاستقطابات المستعرضة (خطية، ودائرية وإهليلجية)، في وسط يتكون من جسيمات مشحونة كهرابئيًا، مثل البلازما، يمكن أن يوجد أيضًا موجات مستقطبة طوليًا (متجه استقطابها موازي لمتجه الموجة k). وتكون الموجات الطولية إلكتروستاتيكية تمامًا، وتنتشر فقط الموجات المستعرضة.

### ٤-٤-٤ التركيب الطيفي:

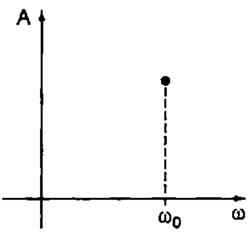
بالنسبة لأي لون هناك تردد مناظر، وفي المنطقة المرئية، بالنسبة لكل تردد هناك لون مناظر. ويعتبر كلاً من الإشعاع المرئي وغير المرئي القادم من الشمس خليط من ترددات كثيرة.

من وجهة النظر الرياضية، تمتد الموجة ذات التردد الثابت (أحادية اللون) من لانهاية الماضي إلى لانهاية المستقبل (الشكل ٤-١٤). لو رسمنا بيانيًا السعة مقابل التردد، يكون طيف الموجة أحادية اللون نقطة (الشكل ٤-١٥). يمكن كتابة موجة ذات تردد ثابت $\omega_0$ بين اللحظتين $t_1$ و$t_2$، وصفر قبل وبعد، باعتبارها تراكب لكثير من الموجات بترددات مختلفة (الشكل ٤-١٦). بين $-\infty$ و$t_1$ وبين $t_2$ و$+\infty$، تتداخل الموجات بشكل هدام، ولكن بين $t_1$ و$t_2$ تنتظم مجموعة موجات ذات ترددات مختلفة بطريقة تجعل التردد $\omega_0$ هو الذي يبقى فقط (الشكل ٤-١٧).



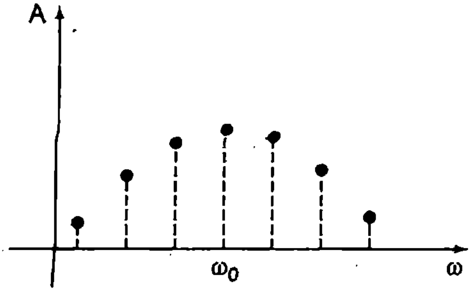

**الشكل ٤-١٤**

موجة ذات تردد ثابت (أحادية اللون) تمتد في الزمن من $-\infty$ إلى $+\infty$.



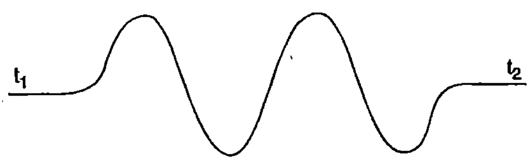

**الشكل ٤-١٥**

طيف موجة أحادية اللون.




الشكل ٤-١٦

طيف متقطع يناظر موجة ذات أمد محدود من النوع الموضح في الشكل ٤-١٧.




الشكل ٤-١٧

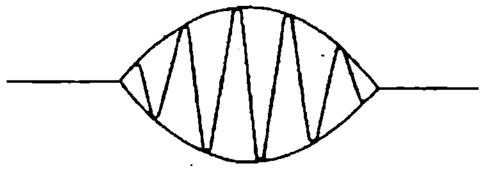
موجة ذات تردد ثابت وأمد محدود بين اللحظتين $t_1$ و$t_2$.

نبضة مثل تلك الموضحة في الشكل ٤-١٨ يمكن وصفها باعتبارها تراكب لعدد لانهائي من الموجات ذات الترددات المختلفة. والطيف موضح في الشكل ٤-١٩، وكلما كانت النبضة أقصر، كلما كان منحنى الطيف أوسع.

يمكن إثبات أن $\Delta t = t_1 - t_2$ هي أمد النبضة و $\Delta\omega$ هي العرض الطيفي أو مدة التردد المطلوبة لتمثيل النبضة باعتبراها موجات متراكبة، وتتحقق العلاقة التالية:

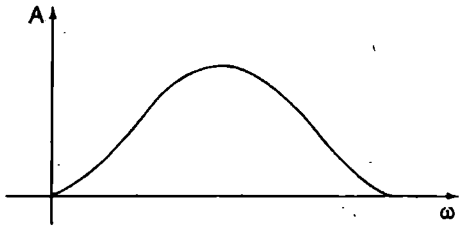
$$\Delta\omega\Delta t \approx 1. \qquad (4.33)$$

بالنسبة لتردد ثابت، يكون عرض النطاق $\Delta\omega = 0$. عندئذ، حيث أن $\Delta\omega \approx 1/\Delta t$، لكي يكون لدينا $\Delta\omega = 0$، يجب أن يكون $\Delta t = \infty$. بالمثل، لو أن النبضة قصيرة إلى أقصى حد $\Delta t \approx 0$، يتطلب تمثيلها عرض نطاق لانهائي.



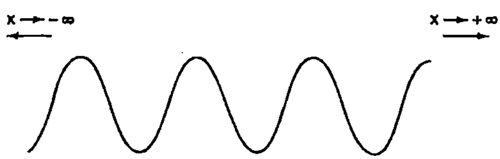
الشكل ٤-١٨

نبضة إشعاع.



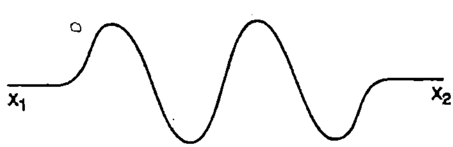

الشكل ٤-١٩

طيف مستمر له ترددات تناظر نبضة الشكل ٤-١٨.




الشكل ٤-٢٠

موجة خالصة لها طول موجة $\lambda$ تنتشر في فضاء يمتد من $-\infty$ إلى $+\infty$.




الشكل ٤-٢١

موجة في فضاء يمتد من $x_2$ إلى $x_1$.

يمكن تقديم حجج مماثلة بالنسبة لموجة في فضاء. رياضيًا، يُفترض أن ذبذبة ذات طول موجي $\lambda$ تمتد من $\infty$ - إلى $\infty$ + (الشكل ٤-٢٠). لو أن الموجة تمتد فقط بين $x_1$ و$x_2$، يمكننا تمثيلها باعتبارها تراكب لعدد كبير من الموجات ذات أطوال موجات مختلفة (الشكل ٤-٢١). عندئذ، في تماثل كامل مع العلاقة (٤-٣٣)، يمكننا كتابة:

$$\Delta k \Delta x \approx 1. \qquad (4.34)$$

أي، موجة ذات طول موجي $\lambda$ يكون لها $\Delta k = 0$، ويتم الحصول عليها بأخذ $\Delta x \to \infty$ في العلاقة $\Delta k \approx 1/\Delta x$. وبالعكس، نبضة قصيرة جدًا ذات امتداد $\Delta x \approx 0$ تتطلب فترة زمنية طويلة جدًا $\Delta k$.

في الفصل ٥ سوف نرى أن مجموعة $(x, y, z, ict)$ هي إحداثيات زمكان في فضاء مينكوفسكي ذي الأربعة أبعاد. بالإضافة إلى ذلك، المجموعة $(P_x, P_y, P_z, iE/c)$ هي مركبات متجه أربع كميات حركة four-momentum vector، كما هي $(k_x, k_y, k_z, i\omega/c)\hbar$. لكن كميات الحركة والإحداثيات هي متغيرات ديناميكية مترافقة. لذلك، تقترح (٤-٣٣) و(٤-٣٤) أن علاقات التشابه يمكن توقع أن تحافظ على شكل ميكانيكا الموجة، كما هو الأمر بالنسبة لميكانيكا الكم. وتؤدي علاقات التشابه ب (٤-٣٣) و(٤-٣٤) إلى مبدأ عدم اليقين لهيزنبرج، كما سنرى في الفصل ٦.

## ٤-٥ متسلسلات فوريبه والتكاملات:

أغلب النتائج السابقة يمكن فهمها بمزيد من الوضوح بشكل رياضي بواسطة نظرية متسلسلات فورير وتكاملات فورير.

لو كان لدينا دالة اختيارية $f(x)$ محددة في فترة زمنية ما $(-l \leq x \leq l)$. يمكن كتابتها كمتسلسلة دالات جيب وجيب تمام زاوية:

$$f(x) = \frac{b_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin\frac{n\pi x}{l} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos\frac{n\pi x}{l}, \qquad (4.35)$$

حيث

$$b_0 = \frac{1}{l}\int_{-l}^{l} f(\xi)d\xi,$$

$$a_n = \frac{1}{l}\int_{-l}^{l} f(\xi)\sin\frac{n\pi\xi}{l}d\xi, \quad b_n = \frac{1}{l}\int_{-l}^{l} f(\xi)\cos\frac{n\pi\xi}{l}d\xi.$$

في (٤-٣٥)، لدينا مفكوك f(x) في متسلسلة فورييه في فترة زمنية معطاة. في الفترة $(l \le x \le 3l)$، تعيد المتسلسلة (٤-٣٥) إنتاج قيمة الدالة f(x) في $(-l \le x \le l)$، وهكذا. أي (٤-٣٥) تمثل دالة دورية. لو استخدمنا التمثيل الأسي للجيب وجيب التمام بواسطة صيغة إيلر Euler formula:

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta.$$

يمكننا كتابة متسلسلة فورييه كما يلي:

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{in\pi x/l}, \quad c_n = \frac{1}{2l}\int_{-l}^{l} f(\xi)e^{-in\pi\xi/l}d\xi. \tag{4.36}$$

لو أن $l \to \infty$، فإن مجموع (٤-٣٦) يتقارب من تكامل. من المعتاد كتابة الدالة f(x) وتحويل فورييه الخاص بها $\bar{f}(k)$ كما يلي:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} \bar{f}(k)e^{ikx}dk, \tag{4.37}$$

$$\bar{f}(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} f(\xi)e^{-ik\xi}d\xi.$$

من هنا من السهل فهم أنه، لو كانت f(x) تمثل إشعاع نبضة في لحظة معينة، يمكن الحصول على تركيبها الطيفي بتحويل فورييه:

$$\bar{f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{i\omega t}dt. \tag{4.38}$$

بالمثل، لو نظرنا إلى الموقع والزمن معًا، يمكن كتابة الموجة بمصطلحات تحول فورييه الخاص بها $\bar{f}(k,\omega)$ كما يلي:

$$f(x,t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\bar{f}(k,\omega)e^{i(kx-\omega t)}dkd\omega. \quad (4.39)$$

افترض الآن إن ، أي أن الطيف ثابت: كل قيم أعداد وترددات الموجة تساهم بنفس القيمة. وينتج أن:

$$f(x,t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}e^{i(kx-\omega t)}dkd\omega = 2\pi\delta(x)\delta(t), \quad (4.40)$$

حيث الدالـة $\delta(z) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}e^{ikz}dk$ هــي ما يطلق عليـه دالـة دلتــا ديـراك Dirac delta function، والتي تحقق:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(z)dz = 1, \quad \int_{-\infty}^{\infty}\delta(z-z_0)g(z)dz = g(z_0).$$

وبذلك، فإن (٤-٤٠) تمثل نبضة ذات سعة لانهائية في المكان والزمن، عند النقطة x وفي اللحظة t.

وبالعكس، كثافة طيفية $\bar{f}(k,\omega) = \delta(k-k_0)\delta(\omega-\omega_0)$ يمكن أن تعطي موجة سطح برقم موجة $k_0$، وتردد $\omega_0$. $f(x,t) = \frac{1}{2\pi}e^{i(k_0x-\omega_0t)}$

في الأبعـاد الثلاثــة، يــمكن تعريــف دالـــة دلتـــا بسهولــة لو استبدلنـــا $k_x$ ب $k \cdot r = k_xx + k_yy + k_zz$ مع إجراء التكامل على $k_x$ و$k_y$ و$k_z$:

$$\delta(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int_{-\infty}^{\infty}e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}\,dk_xdk_ydk_z.$$

دعنا ننظر في تحول فورييه (المكاني) لمجال كولوم المتولد عن شحنة نقطة e موجودة في مركز الإحداثيات. هذا تحول في الأبعاد الثلاثة والعملية مماثلة لحالة البعد الواحد. كثافة الشحنة، $\rho = e\delta(\mathbf{r})$ حيث الشحنة متمركزة على وجه الدقة، والوضع اللامتجه $\phi$ يحقق معادلة بواسون Poisson equation:

$$\Delta\phi(r) = -4\pi\rho(r), \tag{4.41}$$

والتي يمكن استنتاجها من قانون جاوس. $\nabla \cdot E(r) = 4\pi\rho(r)$.

دعنا نكتب $\phi$ بمصطلحات تحويل فورييه $\tilde{\phi}(k)$ ويكون لدينا:

$$\phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \tilde{\phi}(k) d\mathbf{k}, \tag{4.42}$$

حيث $dk = dk_x dk_y dk_z$. لو طبقنا عامل لابلاس (تباعد التدرج $\Delta = \Delta \cdot \Delta$ divergence of the gradient) لكلا طرفي (٤-٤٢)، نحصل على:

$$\Delta\phi(\mathbf{r}) = -\frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} k^2 e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \tilde{\phi}(k) d\mathbf{k}. \tag{4.43}$$

من هنا نستنتج. $\widetilde{\Delta\phi}(k) = -k^2 \tilde{\phi}(k)$.

والآن لأخذ تحول فورييه لكلاً من طرفي (٤-٤١) نحصل على:

$$\widetilde{\Delta\phi}(k) = -\frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} 4\pi e\delta(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r} = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} e. \tag{4.44}$$

وأخيرًا،

$$\tilde{\phi}(k) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e}{k^2}. \tag{4.45}$$

بتطبيق التدرج على النتيجة، نحصل على تحول فورييه للمجال الكهربائي:

$$\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{k}) = -ie\sqrt{\frac{1}{\pi}} \frac{\mathbf{k}}{k^2}. \tag{4.46}$$

بذلك، يكون تحول فورييه للمجال الكهربائي متجه طولي، كما هو أيضًا الأمر بالنسبة لفضاء الإحداثي حيث $E(r) = - er/r^3$. ويتم تفسير ذلك باعتباره استقطاب طولي للمجال الكهرومغنطيسي. لاحظ أن تعبيري فورييه السابقين (٤-٤٥) و(٤-٤٦) لمجال كولوم لا يشيران إلى انتشار موجات – من المفترض أن $\omega = 0$ (المجال ساكن).

## ٤-٦ الانعكاس والانكسار:

يمكن استنتاج القوانين المشهورة لانعكاس وانكسار الضوء بالبدء من مبدأ فيرمات Fermat's principle، الذي يثبت أنه في الانتشار بين نقطتين A وb، يتخذ الضوء مسارًا بحيث يكون الزمن المنقضي في حده الأدنى (أو في حده الأقصى) لو أن مسار شعاع ضوء لامس سطح وسط آخر انعكس عنه، من السهل جدًا إثبات أن الزمن الأدنى يناظر الحالة التي يكون خلالها قياس زاويتي السقوط والانعكاس بالنسبة للعمودي على السطح متساويين:

$$i = r. \quad (4.47)$$

دعنا ننظر في مستوى AOB يحتوي على النقطتين A وB (الشكل ٤-٢٢). بأخذ B' لتكون نقطة التماثل ل B بالنسبة لمستوى الانعكاس، من السهل رؤية أن AOB' = AOB هي المسار الأدنى. وأي نقطة أخرى C تعطي مسارًا أطول ACB'. ومن ثم، حيث أن سرعة الضوء ثابتة، كلما صغر المسار، يكون زمن الانتقال أقصر، ويكون المسار الفعلي AOB.

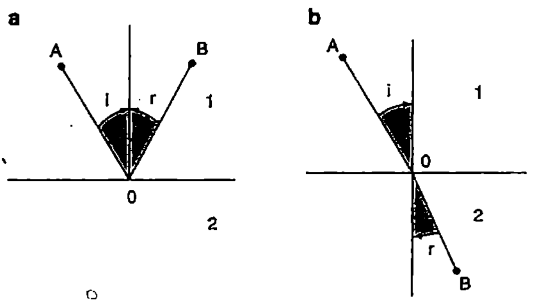
يحدث شيء مماثل في الانكسار. نظر في الحالة البسيطة لوسطين موحدي الخواص (في الأوساط متباينة الخواص لا تكون سرعة الضوء هي نفسها في كل الاتجاهات). لو كانت سرعة الضوء $\upsilon_1$ في الوسط 1 و$\upsilon_2$ في الوسط 2، نجد أن العلاقة التالية:

$$\text{Sin } i/\sin r = \upsilon_1/\upsilon_2 \quad (4.48)$$

هي التي تجعل زمن الانتقال حد أدنى بين النقطتين A وB (الشكل ٤-٢٢). ويمكن للقارئ إثبات ذلك بسهولة.

الكمية $n_{21} = \upsilon_1/\upsilon_2$ يُطلق عليها مؤشر الانعكاس index of refraction للوسط 2 بالنسبة للوسط 1. وعندما نتحدث عن مؤشر انعكاس وسط ما، من المفترض أن الوسط الأول هو الفراغ، أي النسبة بين سرعة الضوء في الفراغ c إلى سرعة الضوء في الوسط، أي $n = c/\upsilon$. في بعض المواد، يمكن للجسيمات المشحونة أن تنتقل أسرع من $\upsilon = c/n$، لكنها تظل أبطأ من c. وتنتج موجة صدمة يطلق عليها إشعاع شيرنكوف.

**الانعكاس الداخل الكلي.** دعنا نفرض شعاع ضوء ينتشر في الوسط 1 ويسقط على سطح الوسط 2، حيث ينعكس جزئيًا وينكسر نسبيًا. لو أن مؤشر انكسار الوسط الأول أكبر من مؤشر انكسار الثاني $n_1 > n_2$، فإن ذلك يعني أنه إذا كان $\sin i / \sin r = n_2/n_1$، فإنه يوجد زاوية سقوط $i_0$ بحيث $r = \pi/2$. بعبارة أخرى، $\sin i_0 = n_2/n_1$. بالنسبة إلى $i > i_0$ و$\sin r$ خيالية لا غير. تنتشر الموجة المنكسرة موازية فقط للسطح. ونسبة المتجهات الكهربائية للسقوط i إلى الموجات المنكسرة r' هي $Ei/Er' = 1$. بذلك فإن الطاقة الساقطة تساوي الطاقة المنكسرة. وحيث لا يوجد تدفق طاقة عبر السطح، يتم انعكاس موجة الطاقة كلها. ويتم استغلال الانعكاس الداخلي الكلي في عدة تطبيقات تقنية، على سبيل المثال، في الألياف الضوئية.




**الشكل ٤-٢٢**

مسار شعاع ضوء بين نقطتين A وB عندما ينعكس الضوء a وعندما ينتقل بواسطة الانكسار b. في الحالة الأولى يتحرك الضوء بنفس السرعة عبر المسار، حيث أنه في نفس الوسط 1، رغم أنه يلمس السطح أو السطح البيني الذي يفصل الوسط 1 عن الوسط 2. في الحالة الثانية، ينتقل الضوء على الجزء AO من مساره في الوسط الأول والجزء OB في الثاني، وتكون سرعته مختلفة في الوسطين.

## ٤-٧ تشتت الضوء:

أخيرًا، نشير باختصار إلى ظاهرة تشتت الضوء. بالنسبة لإشعاع ينتشر في الفراغ، يكون لدينا $c = \omega/k$ بالنسبة لكل الترددات. ولكن في وسط مثل الماء، والهواء، والزجاج..إلخ، تعتمد سرعة انتشار الموجة على التردد. ويكافئ ذلك القول بأن التردد الزاوي $\omega$ دالة أكثر تعقدًا ل $k$ من العلاقة الخطية السابقة التي تتحقق في الفراغ. في هذه الحالة، يقال إن الوسط مشتت، ولكل تردد سرعة انتشار مختلفة. والإشعاع ذو الترددات المختلفة الذي يمر من وسط ما إلى وسط آخر ينحرف بزاوية معينة بطريقة تؤدي إلى أنه كلما كانت السرعة اكبر في الوسط، لكما كانت زاوية الانحراف أكبر، كما رأينا من قبل. وهذا هو سبب أننا نلاحظ الألوان السبع للطيف عندما يمر الضوء خلال منشور أو خلال قطرات ماء في قوس قزح.

سرعة المجموعة group velocity هي عدد يميز سرعة انتشار سلسلة انتشار موجة في وسط مشتت:

$$v_g = \partial\omega/\partial k. \tag{4.49}$$

الكمية $\upsilon_p = \omega/k$ تسمى سرعة الطور.

دعنا نرى الفرق بين سرعة المجموعة وسرعة الطور بطريقة كيفية. سوف نلجأ إلى الشكل ٤-١٨. تناظر سرعة الطور الموجة الداخلة وسرعة المجموعة انتشار النبضة. ليس من الصعب تخيل نبضة تتحرك بسرعة معينة وتحمل داخلها موجة تتحرك بسرعة مختلفة قد تكون أكبر بكثير من سرعة النبضة. وتظهر هذه الموجة مع بداية النبضة وتختفي في النهاية.

بالنسبة لغاز له كثافة N، من النوع الذي يتواجد في الأيونوسفير في نموذج بالغ التبسيط، ترنيع مؤشر الانكسار ($n^2 = \epsilon_r$ حيث $\epsilon_r$ هي السماحية الكهربائية النسبية للوسط electric permittivity) يكون عددًا مركبًا:

$$n^2 = 1 + \frac{Ne^2}{m}\frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\omega\gamma}, \tag{4.50}$$

حيث m كتلة الإلكترون، و i وحدة خيالية و$\omega_0$ و$\gamma$ بارامتران مميزان للوسط. يمكن توضيح أنه، بالنسبة لقيم التردد $\omega < \omega_0$، يكون الجزء الحقيقي ل $n^2$ أكبر من الوحدة ويتزايد إلى الحد الأقصى عند نقطة $\omega \lesssim \omega_0$، ويكون صفرًا عند $\omega = \omega_0$، بينما بالنسبة إلى $\omega > \omega_0$، يكون أصغر من الوحدة. يحدث تشتت شاذ، حيث يتم خلاله امتصاص الإشعاع الكهرومغنطيسي. ونحصل على الامتصاص بواسطة الجزء التخيلي من $n^2$، الذي يكون متناسبًا مع $\omega\gamma$. ويزداد من $\omega \lesssim \omega_0$، وتكون له نهاية عظمى عند $\omega \gtrsim \omega_0$.

في هذه الفترة الزمنية لقيم $\omega$ حول $\omega_0$، لا تمثل سرعة المجموعة سرعة انتشار الإشارة التي تنقل الطاقة (في هذه المنطقة قد تصبح $v_g$ أكبر من c). أثبت ذلك أرنولد سومرفيلد وليون بريلوين، مما يلغي مزاعم أن سرعة المجموعة أكبر من c، عندما تكون $\omega$ قريبة من $\omega_0$، مما يعني أن نقل الطاقة عند سرعة أكبر من سرعة الضوء، وهو ما يتعارض مع نظرية النسبية الخاصة لأينشتاين. وأثبت سومرفيلد وبريلوين العكس على وجه الدقة: لا تتجاوز سرعة انتشار الإشارة (نقل المعلومات) القيمة c. ينطبق ذلك أيضًا على التجارب الأحدث بأشعة ليزر تنتشر خلال بعض الأوساط، حيث $v_g > c$.

## ٤-٨ إشعاع الجسم الأسود:

عندما يتم تسخين قطعة حديد بالنار، تبدأ في اكتساب لون محمر، ثم تصبح حمراء متوهجة، وأخيرًا بيضاء. نلاحظ أنه مع زيادة درجة الحرارة، يتغير لونها. يناظر ذلك حقيقة أن تردد الإشعاع المنبعث يزداد أيضًا.

ورغم ذلك، ليس من الصحيح القول بالتردد، حيث أنها تبعث بالفعل إشعاعًا خلال مدى واسع من الترددات. هناك تناسب بين تردد أعلى كثافة ودرجة الحرارة المطلقة. بعبارة أخرى، يظهر الحديد الأحمر المتوهج أحمرًا لأنه يبث ضوء أحمر أكثر من أي لون آخر.

ودرس انبعــاث إشعاع الجســم الأسود الــكثير من علمــاء فيزيــاء القــرن التاسع عشر، من بينهم يمكن الإشارة إلى جوستاف كيرشوف Gustav Kirchhoff (١٨٢٤-١٨٨٧)، لودفيــج بولتزمــان Ludwig Boltzmann (١٨٤٤-١٩٠٦)، جــون وليــام ستـــروت John William Strutt، لــورد رايــلي (١٨٤٢-١٩١٩)، ولهيلم وين Wilhelm Wien (١٨٦٤-١٩٢٨)، والــتر نيرنست Walther Nernst (١٨٦٤-١٩٤١)، وجيمس جينز James Jeans (١٨٧٧-١٩٤٦).

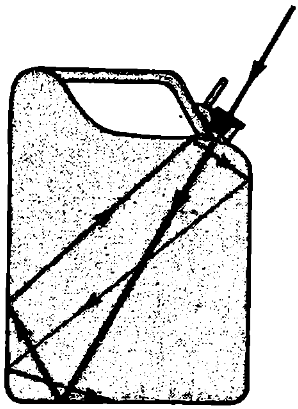
يمتص الجسم الأسود كل الإشعاع الساقط، أي لا يعكس أي إشعاع. على سبيل المثال، النموذج الجيد لجسم أسود هو تجويف مغلق داخل شيء ما، مثل وعاء بنزين. أي إشعاع يدخل خلال فتحته يعاني من الانعكاس الداخلي، ويتم امتصاصه أخيرا بواسطة الجدران (الشكل ٤-٢٣).

ودراسة الإشعاع المنبعث من جسم أسود عندما يتم تسخينه ذات أهمية نظرية، حيث أن الجسم الأسود مصدر انبعاث كامل أيضًا.

يسلك الجسم الأسود بشكل مماثل لقطعة حديد (التي يمكن اعتبارها إلى حد ما كجسم أسود)، بمعنى أن تردد الإشعاع المنبعث بأعلى كثافة يتناسب مع درجة الحرارة المطلقة.

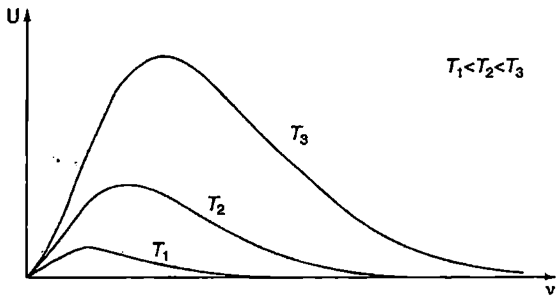
الشكل ٤-٢٤ يوضح كثافة الطاقة المنبعثة من جسم أسود كدالة لتردد درجات حرارة $T_1$ و$T_2$ و$T_3$. ومن الملاحظ أن أقصى طاقة تزداد مع درجة الحرارة، بطريقة تجعل الحد الأقصى يحدث عند ترددات متزايدة. ويتناسب التردد بالفعل مع درجة الحرارة المطلقة، أي $\nu_{max}/T = const.$، تبعًا لقانون وين.

يتضمن شكل المنحنى في الشكل ٤-٢٤ تناقض عميق مع النظريات التي كانت مقبولة في نهاية القرن التاسع عشر، رغم أنها من جانب آخر، أدت إلى نتائج إيجابية تمامًا.



الشكل ٤-٢٣

شيء يحتوي على فجوة، مثل، إناء بنزين، يعطي فكرة جيدة عن جسم أسود. يحدث للإشعاع الساقط انعكاسات متعددة وامتصاصات داخلية، ويتم امتصاصه في النهاية بشكل كامل.

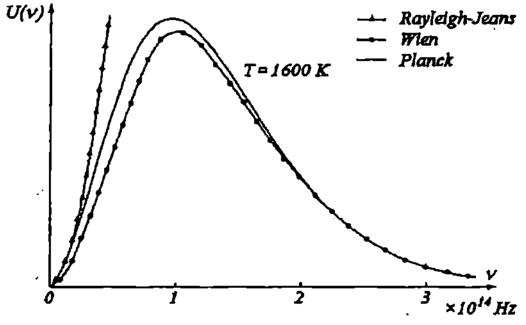



الشكل ٤-٢٤

كثافة طاقة جسم أسود عند درجات حرارة مطلقة مختلفة $T_1$ و$T_2$ و$T_3$. يتم الوصول إلى الحد الأقصى عند تردد ما يكون متناسبًا مع درجة الحرارة، تبعًا لقانون وين.

تفترض النظرية الراسخة أن إشعاع الجسم الأسود (باللغة المعاصرة، غاز الفوتون) كان نظامًا ديناميكيًا حراريًا، يشبه الغاز المثالي المتكون من متذبذبات.

ويضاف إلى ذلك، بتطبيق المبادئ الراسخة للديناميكا الحرارية (خاصة ما يسمى مبدأ تجزؤ الطاقة بالتساوي، والذي يساهم بطاقة متساوية E = kT/2 لكل درجة حرية)، ويتبع ذلك أن الطاقة الكلية لإشعاع الجسم الأسود قد تكون لانهائية.




**الشكل ٤-٢٥**

**تمثل الخطوط المنقطة قانوني رايلي- جينز ووين التجريبيين. ويمثل الخط الغامق قانون بلانك.**

كان ذلك عبثيًا، حيث أنه قد يعني أنه، بتسخين جسم ما، قد يجعله ذلك يبث كمية لانهائية من الطاقة، وهو أمر تم إثبات أنه خاطئ تجريبيًا. من جانب آخر، كانت نتائج النظرية الراسخة متحققة بالنسبة للترددات المنخفضة. بعبارة أخرى، تبعًا لنتائج تجريبية، كان هناك تطابق مع تنبؤات الديناميكا الحرارية التقليدية لإشعاع التردد المنخفض: تزداد كثافة طاقة إشعاع الجسم الأسود مع التردد (قانون رايلي-جينز). ورغم ذلك، مع زيادة التردد يحدث حد أقصى، ومن ثم تنخفض كثافة الطاقة (الشكل ٤-٢٥).

عين وين قانونًا تجريبيًا يصف السلوك عند الترددات العالية بشكل جيد جدًا. لإجراء توافق بين تنبؤات رايلي-جينز وتنبؤات وين، قدم ماكس بلانك Max Planck (١٨٥٨-١٩٤٧) فرضية ثورية: أن الإشعاع لا يتم بثه بشكل مستمر ويتم امتصاصه بواسطة الأجسام. بالنسبة لإشعاع ذي تردد v، يمكن بث الطاقة بكميات تتناسب مع hv، أي:

$$E = nh\nu, \tag{4.51}$$

حيث $n = 1, 2, ....$ و $h$ ثابت بلانك بقيمة $6.628 \times 10^{-27}$ erg. S.

انطلاقًا من هذه الفرضية، استنتج بلانك قانونًا يدمج بين قوانين رايلي–جينز ووين، وكان منسجم تمامًا مع النتائج التجريبية:

$$U(\nu, T) = \frac{8\pi}{c^3}\frac{h\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}. \tag{4.52}$$

ورغم ذلك، احتوت فرضية بلانك على سمة جديدة، تكميم طاقة الإشعاع، وهو ما لم يقبله بلانك نفسه، وأدى لاحقًا إلى عودة جزئية إلى فرضية الجسيمات في ما يتعلق بماهية الضوء. كانت هذه العودة الجزئية دافعًا لأينشتاين في شرحه للتأثير الكهروضوئي. يختص هذا التأثير بانبعاث الإلكترون بإضاءة معادن بإشعاع ذي تردد أكبر من أو يساوي عتبة تردد ما. بالنسبة لإشعاع أقل من عتبة التردد، لا يوجد تيار إلكترون، رغم أن كثافة الإشعاع قد تكون عالية. من جانب آخر، حتى مع كثافة ضعيفة جدًا للإشعاع الساقط، لو أن التردد أكبر من أو يساوي عتبة التردد، يكون هناك تيار إلكترون بسبب الإلكترونات المنبعثة بواسطة المعدن.

لتفسير هذا التأثير، افترض أينشتاين أن طاقة الإشعاع كانت مركزة على هيئة حبيبات أو كمات طاقة تبعًا للقانون $E = h\nu$، وهو ما يتبع فرضية بلانك في شكل أكثر تقدم. ومن ثم، يمكن للإلكترون فقط أن يمتص طاقة بمضاعفات $h\nu$.

إذا كان الشغل الضروري لاستخراج إلكترون هو $W$، عندئذ، حيث أن $E$ أكبر من أو تساوي $W$، يتحرك الإلكترون المقذوف بطاقة حركية:

$$T = h\nu - W. \tag{4.53}$$

عند زيادة كثافة الإشعاع، يزداد أيضًا عدد الإلكترونات المنبعثة طالما كان التردد أكبر من عتبة التردد $\nu_0 = W/h$. بالنسبة للترددات الأقل من $\nu_0$، حتى بالنسبة لإشعاع شديد جدًا، لا تنبعث إلكترونات، حيث قد تكون $T$ سالبة.

كانت فكرة أينشتاين العودة الجزئية إلى نموذج الجسيم للضوء، لأن جسيمات الضوء أو الفوتونات لها طاقة تتناسب مع ترددها. تعتبر ازدواجية الموجة- الجسيم خاصية متأصلة في النظرية الجديدة للعالم المجهري microscopic world الذي، بعد أعمال بلانك وأينشتاين، جاء بالنظرية الكمية إلى الوجود.

## ما كُتب في الموضوع


1. F.S. Crawford, *Waves, Berkeley Physics Course* (McGraw-Hill, New York, 1965). An excellent book devoted to wave motion
2. J.D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 3rd edn. (Wiley, New York, 1998). An updated and first-rate treatise on classical electrodynamics. The problem of classical electromagnetic radiation is discussed at an advanced level
3. M. Chaichian, I. Merches, A. Tureanu, *Electrodynamics* (Springer, Berlin Heidelberg, 2014). This book is recommended to complement several topics dealt with in the present chapter
4. B. Rossi, *Optics* (Addison Wesley, Reading, Massachusetts, 1956). An excellent treatise on optics
5. L.D. Landau, E.M. Lifshitz, *The Classical Theory of Fields* (Pergamon Press, Oxford, 1965). The important topics of optics are discussed in an original way
6. R.P. Feynman, *The Feynman Lectures on Physics, Definitive Edition* (Pearson, Addison Wesley, 2006). In the first volume, the discussion about wave interference and diffraction is a masterpiece

# الفصل الخامس
# نظرية النسبية الخاصة

وُلد ألبرت أينشتاين في أولم، بافاريا، في ١٤ مارس ١٨٧٩. والشيء المميز وثيق الصلة بالموضوع لعمل أينتشين من أجل العلم الحديث يمكن التعرف عليه في كلمات عالم الفيزياء الروسي إيجور إ. تام Igor E. Tamm:

ربما يكون اعتبار أينشتاين عالم الفيزياء الأكثر تميزًا في القرن العشرين إقلالاً من قدره. ولكي نكون منصفين، يمكن مقارنته فقط بنيوتن. يمثل نيوتن وأينشتاين قمم التقدم البشري في فهم الطبيعة، قمم هيمنت على فترة ٣٠٠ سنة من التطور في العلوم الدقيقة. وعلى الرغم من المسافة الزمنية، هناك تشابه قريب بينهما.

يصاحب اسم أينشتاين في الغالب نظرية النسبية. ورغم ذلك، ندين له بالكثير من الأعمال الأخرى التي أثرت إلى حد كبير على تطور الفيزياء خلال مجمل القرن العشرين. وقام بحثه النظري حول الحركة البراونية بدور الأساس للعمل التجريبي الذي أجراه جان بيرين Jean Perrin (١٨٧٠-١٩٤٢) لتحديد رقم أفوجادرو بدقة. وقدم ذلك بدوره دليلاً محددًا لصالح النظرية الحركية لماكسويل-بولتزمان. وقدمت نظرية أينشتاين عن التأثير الكهروضوئي الفكرة الثورية بأن الإشعاع الكهرومغنطيسي له سلوك مزدوج كموجة-وجسيم، لتأخذ أول خطوة تجاه النظرية الكمية. والأبحاث التي تعاملت مع هذه الموضوعات الثلاثة الرئيسية نشرها هو نفسه في ١٩٠٥. وفي ٢٠٠٥، احتفل المجتمع العلمي بمناسبة مرور مائة سنة على هذا "العام المذهل".

في ١٩١٧، بعد عام من نشر أكثر أعماله شهرة، نظرية النسبية العامة، بحث في انبعاث وامتصاص الإشعاع بواسطة المادة، مقدمًا مساهمة مهمة لنظرية الكم في مجال الإشعاع.

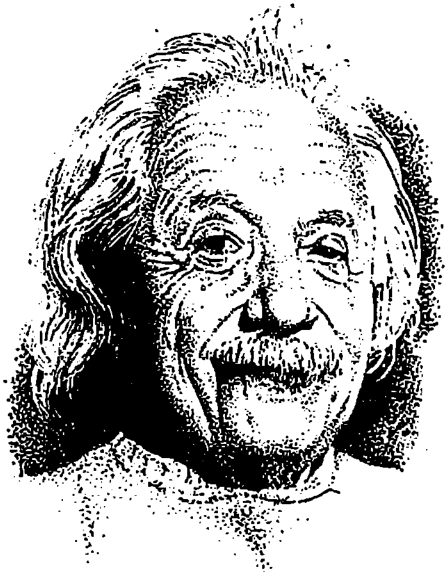
وكان العمل العلمي لأينشتاين في سنواته الأخيرة (توفي في ١٨ إبريل ١٩٥٥) مكرسًا لإبــداع نظرية موحدة للمجــالات الكهرومغنطيسية والجاذبية. رغــم عدم تحقق هدفه الأولي، وُلدت فكرة التوحيد بنجاح من جديد في نظرية الكم الحديثــة حول المجالات.

M. Chaichian et al., Bacic Concepts in Physics, Undergraduate Lectur Notes in Physics, DOI 10. 1007/978-3-642-19598-3_5,



## ٥-١ مسلمات النسبية الخاصة:

عندما كان أينشتاين في عمر ١٥ عامًا، كان يتساءل غالبًا حول ما الذي يحدث إذا حاول شخص الإلحاق بشعاع ضوء. ربما أنشأ أينشتاين الشاب ما يوازي سؤال آخر كانت إجابته أكثر سهولة: ما الذي يحدث لو حاول شخص الإلحاق بطلقة صادرة عن بندقية؟



الشكل ٥-١

ألبرت أينشتاين.

الإجـابة عن هذا السؤال قد تكون: لفعل ذلك، على الشخص أن يسافر في مركبة تتحرك بنفس سرعة القذيفة. بهذه الطريقة، يمكن أن يتحرك بجانبها، ويكون في حالة سكون بالنسبة للقذيفة. عندئذ قد يكون كافيًا أن يمد ذراعه ويأخذ القذيفة في يده، بينما تستمر حركته ولا تتغير. ورغم ذلك، بالنسبة لشعاع ضوء، حصل أينشتاين على الإجابة بعد ١٠ سنوات لاحقًا، في ١٩٠٥، وكانت سلبية: لا يمكن لشخص أبدًا أن يصل إلى مثل هذه السرعة، حتى لو تحرك بسرعة عالية جدًا، مثلاً ١٥٠ ألف كيلومتر/ ثانية، سيستمر الضوء يتحرك دائمًا بنفس السرعة C = 300,000 Km/S، بالنسبة إليه.

قد يتساءل القارئ حول ما إذا كان معنى ذلك أن حقيقة التحرك بالنسبة لمصدر ضوئي لا ينتج عنه أي تأثير فيزيائي على الضوء المرصود. الإجابة هي أن هناك بالفعل بعض التأثير. لو أن المصدر يتحرك مبتعدًا عن الراصد، يتغير لون الضوء: ينزاح الضوء نحو الأحمر أو، بتوضيح الأمر بطريقة أخرى، يتضاءل التردد المرصود للموجة. لو اقترب المصدر منه، ينزاح الضوء نحو البنفسجي، أي يزداد تردده.

لكن الإجابة التي قدمها أينشتاين عن السؤال الذي طرحه هو نفسه في سن مراهقته كانت لها تضمينات بعيدة المدى، حيث نتج عنها تعديلات عميقة على مفاهيم المكان والزمن التي كان الجميع يقبلونها منذ نيوتن، وأنهت على مجموعة من التناقضات الداخلية في فيزياء القرن التاسع عشر. وكان سببها من الناحية الأساسية الوجود الافتراضي لما أُطلق عليه الأثير المضيء، الذي كان من المفترض أن يكون سائلاً غير قابل للوزن بدقة يملأ الفضاء الفارغ بين الأجسام، ويفترض أن يكون وسطًا يدعم انتشار موجات الضوء.

دعنا نتذكر أهمية إطارات القصور للإسناد في الميكانيكا التقليدية ونعيد التفكير في مصداقية مبدأ جاليليو للنسبية، الذي يثبت أن قوانين الميكانيكا هي نفسها في كل إطارات القصور، وهذا يعني أن ذبذبات البندول، على سبيل المثال، في إطار قصوري، متماثلة في أي إطار آخر يتحرك بسرعة ثابتة بالنسبة إليه. وما ينتج عن مبدأ جاليليو

للنسبية ومفاهيم الزمن والمكان المطلقين هو تحويلات جاليليو (١-٢٤). ومعادلات الميكانيكا، مثل تلك التي تحكم حركة كوكب حول الشمس تحت تأثير قوة جاذبية نيوتن، لا تتغير في الشكل، أي، يقال أنها موافق تغير covariant تحت تأثير هذا التحويل. وينتج عن ذلك أنه، لو تحرك شيء بسرعة V بالنسبة لإطار قصور، ولو أن هذا الإطار بدوره يتحرك بسرعة 'V بالنسبة لإطار قصور آخر، فإن سرعة هذا الشيء بالنسبة لهذا الإطار الثاني تخضع لقانون جمع السرعة $V'' = V + V'$، أي مبدأ النسبية لجاليليو يتضمن تجميعية السرعات عندما يتم اعتبار التحركات مستندة إلى عدة إطارات قصور.

من جانب آخر، في حالة الظواهر الكهرومغنطيسية، لا يتحقق مبدأ جاليليو للنسبية. وبشكل خاص، لا يتحقق بالنسبة لانتشار الضوء. ولا تكون معادلات ماكسويل ومعادلة الموجة الكهرومغنطيسية موافق تغير تحت تحولات جاليليو. لهذا السبب، فإن وجود إطار مطلق للإسناد كان افتراضيًا، وتم افتراض أن الموجات الكهرومغنطيسية تتحرك في أثر مضيء بسرعة ٣٠٠ ألف كيلومتر/ ثانية. كان من المتوقع أن الضوء له سرعات مختلفة إذا تم قياسه في إطار ساكن أو متحرك بالنسبة للأثير، وأيضًا أن النتيجة تكون مختلفة لو أن سرعة الضوء تم قياسها براصد متحرك في نفس اتجاه دوران الأرض أو على اتجاه عمودي.

تم إجراء تجارب من هذا النوع في نهاية القرن التاسع عشر، وكان أكثرها شهرة تجربة مايكلسون-مورلي، ابتكرها ألبرت أ. مايكلسون Albert A. Michelson (١٨٥٢-١٩٣١) وإدوار و. مورلي Edward W. Morley (١٨٣٨-١٩٢٣)، لكنها أدت إلى نتائج سلبية: لم يتم العثور على التأثير الناتج عن الاختلاف المتوقع في سرعتي الضوء في اتجاه دوران الأرض والعمودي عليه. وكان على مجتمع الفيزياء أن يوطن نفسه على الحقائق التالية:

١- ميكانيكا نيوتن ومبدأ جاليليو ساريان المفعول (تم التحقق منهما في التجارب الميكانيكية والأرصاد الفلكية)،

٢- القوانين التي تحكم الظواهر الكهرومغنطيسية (التي تصفها معادلات ماكسويل) سارية المفعول أيضًا، وتم التحقق منها تجريبيًا. لكن تلك المعادلات لا تؤكد مبدأ النسبية لجاليليو ومن ثم كان من المتوقع أن سرعة الضوء قد تختلف بين راصد في حالة سكون وراصد يتحرك،

٣- التجارب التي تم إجراؤها لقياس هذا الاختلاف في السرعات قدمت إجابات سالبة، كما لو أن سرعة الضوء كانت هي نفسها بالنسبة لكلا الراصدين.

من الواضح أن التعبيرات ١، و٢، و٣ السابقة لم تكن تتحقق كلها في نفس الوقت في الإطار النظري لتلك الحقبة، واقترح أينشتاين لحل هذا التناقض في ١٩٠٥ بصياغة مبدأين أساسيين أو مسلمتين:

١- سرعة الضوء المنبعث من مصدر هي نفسها لكل الراصدين، أيًا كانت حالة حركتهم،

٢- قوانين الفيزياء (متضمنة الظواهر الكهرومغنطيسية) تتحقق في كل إطارات القصور.

في آرائه أجاز أينشتاين ضمنيًا مسلمة أخرى، ليست أقل أهمية: يجب أن تكون تحويلات إحداثيات الزمكان بين إطارات القصور تحويلات خطية، مثل تحويلات جاليليو.

ومن ثم، قام أينشتاين بتعميم مبدأ جاليليو للنسبية على كل الظواهر الفيزيائية، بما في ذلك الظواهر الكهرومغنطيسية، وبهذه الطريقة أصبح من الواضح أنه بافتراض سريان مفعول مسلمتيه، تختفي كل التناقضات السابق الإشارة إليها.

توصل أينشتاين إلى هذه النتائج بناءًا على حجج نظرية تمامًا. في ذلك الوقت كان يعمل في مكتب براءات الاختراع في برن، في سويسرا. وذات مرة أعلن عن أنه لم يكن يعرف في ذلك الوقت شيئًا عن نتائج تجربة مايكلسون- مورلي.

كان للاختلافات بين مبادئ أينشتاين وجاليليو للنسبية نتائج لافتة للنظر. ليس فقط أن الأثير المضيء المثير للجدل لم يعد ضروريًا، ولكن لم يكن هناك سبب لافتراض وجوده. يضاف إلى ذلك، تضمنت مَصداقية مسلماته اختفاء مفاهيم المكان المطلق والزمن المطلق كهويتين مستقلتين في ميكانيكا نيوتن: ويشكل المكان والزمن الآن هوية موحدة، تسمى الزمكان، حيث يرتبطان فيها بشكل جوهري، ويمكن كتابة القوانين الأساسية للفيزياء كتعبيرات رياضية في مكان رباعي الأبعاد.

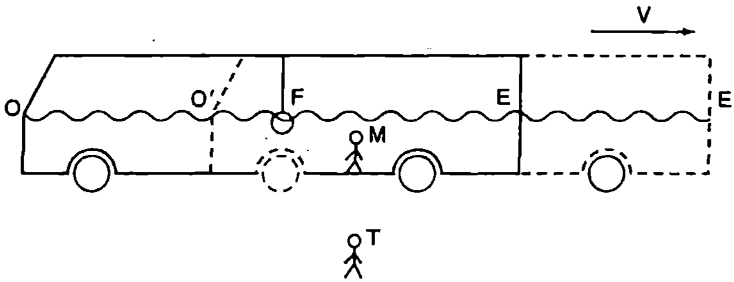
ابتكر أينشتاين ميكانيكا جديدة بحيث، عندما تكون سرعات الجسيمات صغيرة مقارنة بسرعة الضوء c، فإنها تتطابق مع ميكانيكا نيوتن بينما تختلف إلى حد كبير في ما يخص السرعات القريبة من c. وتم رفض هذه الأفكار في البداية من قبل الكثير من علماء الفيزياء، لكنها أصبحت مقبولة في النهاية عندما واجهت دليل إثباتها تجريبيًا.

إحدى النتائج الحاسمة لمسلمات أينشتاين هو نسبية حدوث الأشياء في وقت واحد. لتوضيح ذلك، دعنا ننظر في قطار افتراضي يسافر عند سرعة عالية جدًا (لكي يكون التأثير قابل للملاحظة، يجب أن يتحرك القطار بسرعة تماثل سرعة الضوء c). وهذا موضح في الشكل ٥-٢، حيث يوجد راصدان، تكون سرعة الضوء بالنسبة إليهما هي نفسها، داخل وخارج القطار.

بالنسبة للراصد M الجالس داخل القطار، تصل إشارة الضوء المنبعثة من المصباح F الموضوع في منتصف القطار إلى كلا طرفي القطار في نفس الوقت. أي، بتوافر مكشاف مناسب لديه، يمكنه التأكد من أن الضوء يصل في نفس اللحظة عند النقطتين O وE.

لكن بالنسبة للراصد T الموجود على محطة السكك الحديدية، تحدث الأمور بطريقة مختلفة. عندما يصل الشعاع المتحرك نحو اليمين إلى نهاية القطار، ستكون تلك النقطة عند الموقع 'E، والضوء المتحرك نحو اليسار سوف يصل عند النهاية الأخرى عند نقطة 'O. مع وضعنا في الاعتبار أن المسافة 'FE أكبر من 'FO، بالنسبة للراصد T

سوف يصل الضوء أولاً عند 'O، ثم عند 'E. أي، بالنسبة إليه لا يكون الحدثان في نفس الوقت.




الشكل ٥-٢

**بالنسبة للراصد T الضوء المتحرك نحو اليسار سوف يصل أولاً عند النهاية 'O، ثم عند 'E. بالنسبة للراصد M يصل عند كلا النقطتين E وO، في نفس الوقت. من ذلك، نستنتج أن الزمن ينقضي بشكل مختلف بالنسبة للراصدين.**

## ٥-٢ تحويلات لورنتز:

لقد رأينا بالفعل في الفصل الأول أن إطار الإسناد يتم تحديده بنظام محاور الإحداثيات الثلاثة، لتحديد موقع الشيء بالنسبة لها، وساعة لقياس الزمن الذي تحدث الأحداث خلاله. في الميكانيكا التقليدية، تناسب ساعة واحدة كل إطارات الإسناد. في الميكانيكا النسبوية relativistic، يتطلب كل إطار الساعة المناسبة. وتعمل الساعات في إطارات الإسناد المختلفة بشكل مختلف.

دعنا نفترض إطار إسناد k، وننظر في حدثين: انطلاق إشارة ضوء من النقطة A ووصول هذه الإشارة عند نقطة أخرى B. إحداثيات الحدث الأول في إطار الإسناد هذا ستكون (متضمنة الزمن كإحداثي رابع):

$$x_1, y_1, z_1, t_1,$$

وبالنسبة للحدث الثاني:

$$x_2, y_2, z_2, t_2,$$

من ثم يجب أن تحقق هذه الأرقام:

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2 (t_2 - t_1)^2 = 0 \quad (5.1)$$

يمكن أن نرى ذلك بسهولة، حيث أن المسافة بين A وB هي:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}, \quad (5.2)$$

والفترة الزمنية بين الحدثين هي:

$$\Delta t = t_2 - t_1. \quad (5.3)$$

ومع انتشار الإشارة بسرعة الضوء، يكون لدينا:

$$d = c\Delta t. \quad (5.4)$$

وهو ما يمكن إعادة كتابته على هيئة (٥-١).

لو أنه تم الآن قياس الحدثين في إطار إسناد آخر 'k يتحرك بالسرعة V بالنسبة ل k، ففي هذا الإطار الجديد سيكون للحدثين إحداثيات:

$$x'_2, y'_2, z'_2, t'_2 \text{ و } x'_1, y'_1, z'_1, t'_1$$

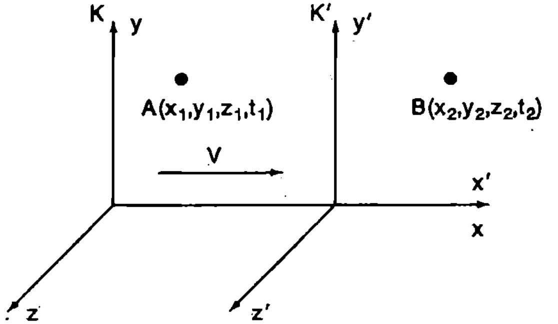
ويجب أن تحقق المعادلة:

$$(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 + (z'_2 - z'_1)^2 - c^2(t'_2 - t'_1)^2 = 0. \quad (5.5)$$

دعنا نفترض أن 'K يتحرك موازيًا للمحور x بسرعة ثابتة V بالنسبة للإطار K (الشكل ٥-٣). لكي تتحقق العلاقتان (٥-١) و(٥-٥) بإحداثيات الحديثين في

الإطارين K وK'، يجب أن ترتبطان بتحويل خطي، وهو ما يسمى تحويل لورنتز (أو تحويل فيتزجرالد – لورنتز)، وتم اقتراح صيغته الأولية بواسطة جورج ف. فيتزجرالد George F. FitzGrald (١٨٥١–١٩٠١) وهندريك أ. لورنتز Hendrik A. Lorentz (١٨٥٣–١٩٢٨)، في محاولة لتفسير تجربة مايكلسون–مورلي باعتبارها تقلصا لكل الأجسام الموازية لاتجاه حركتها:

$$
\begin{aligned}
x' &= \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \\
y' &= y, \\
z' &= z, \\
t' &= \frac{t - (V/c^2)x}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}.
\end{aligned}
\qquad (5.6)
$$




الشكل ٥–٣

إطاري إسناد قصوريين K وK' لهما اتجاهان بحيث يتطابق محوريهما x وx'. يتحرك الإطار K' بسرعة ثابتة V بالنسبة ل K. وللحدثين A و B الإحداثيات $(x_1, y_1, z_1, t_1)$ و$(x'_1, y'_1, z'_1, t'_1)$ و$(x'_2, y'_2, z'_2, t'_2)$.

وهذا التحويل يحل محل تحويل جاليليو (١–٢٤) في نظرية النسبية لأينشتاين.

لو تم استبدال $x'_1, y'_1, z'_1, t'_1$ و$x'_2, y'_2, z'_2, t'_2$ بتعبيراتها بالنسبة ل$x_1, y_1, z_1, t_1$ و$x_2, y_2, z_2, t_2$ تبعًا ل (٥–٦)، عندئذ (٥–٥) تتحول إلى (٥–١). وهذا يعني أن

التعبير (٥-١) لا متغيـــر invariant تحت تأثير التحويلات (٥-٧)، وهو ما يعتمـــد على السرعة V.

بالنسبة للسرعات الصغيرة مقارنة بسرعة الضوء، يمكن تقريب تحويل لورنتز (٥-٦) بواسطة تحويل جاليليو:

$$x' = x - Vt,$$

$$y' = y,$$

$$z' = z,$$

$$t' = t.$$

تحويلات لورنتز هي نتيجة لعدم تغير سرعة الضوء في كل الإطارات القصورية، ولخطية إحداثي التحويل.

لو أن هناك حدثان، وهما ما سوف نطلق عليهما 1 و2، لا يرتبطان بمغادرة ووصول إشارة ضوئية، عندئذ لن تحقق إحداثياتهما التساوي (٥-١)، وسيكون لدينا أحد احتمالين:

$$S_{12}^2 > 0, \quad \text{or} \quad S_{12}^2 < 0, \qquad (5.7)$$

حيث:

$$S_{12}^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2$$

يسمى فترة الزمكان spacetime interval. لو حسبنا الفترة بين الحدثين اللذين يتم رصدهما من الإطار 'K، ستكون قيمتها هي نفسها التي يتمّ حسابها للإطار K.

بتطبيق تحويل لورنتز على إحداثيات الحدثين 1 و2، يمكننا التحقق من أن $S_{12}$ لا تتغير. والفترة بين الحدثين هي نفسها لكل إطارات القصور. إنها لا متغير نسبوي relativistic invariant.

لو كان لدينا حدثين 1 و2، إذا كان $S^2_{12} > 0$، وهو ما يطلق عليه فترة شبه زمن، ويمكن للحدثين أن يكونا مترابطين سببيًا، أي يمكن أن يرتبطا كل منهما بالآخر بواسطة إشارة تتحرك بسرعة أقل من سرعة الضوء. وبشكل خاص، من الممكن دائمًا العثور على إطار إسناد حيث يقع الحدثان عند نفس النقطة في المكان.

كمثال لذلك، دعنا نفترض أن مسافرًا قذف بشيء ما من نافذة قطار، وبعد خمس ثوان، قذف بشيء آخر من نفس النافذة. بالنسبة لراصد خارجي، وقع الحدثان عند نقطتين مختلفتين في المكان وعند زمنين مختلفين. بالنسبة للمسافر، وقع الحادثان عند نفس النقطة في المكان، ولكن في زمنين مختلفين. المسافة بين الحدثين تشبه الزمن.

لو أن $S^2_{12} < 0$، يقال إن المسافة شبه مكان space-like. ولا يمكن عندئذ الربط بين الحدثين سببيًا، حيث أن المسافة المكانية بين النقطتين حيث حدثا أكبر من حاصل ضرب سرعة الضوء في الفرق في الزمن بينهما:

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 > c(t - t_1)^2. \qquad (5.8)$$

عندما تكون المسافة بين الحدثين شبه مكان، من الممكن دائمًا العثور على إطار إسناد حيث يقع الحدثان في نفس اللحظة الزمنية، رغم إنهما وقعا في نقطتين مختلفتين.

يظل هناك احتمال أن تكون $S_{12} = 0$، وفي هذه الحالة تسمى المسافة شبه ضوء light-like، حيث أن النقطتين في الزمكان يمكن الربط بينهما بإشارة ضوء.

المسافة بين الحدثين في الزمكان هي تعميم للمسافة بين نقطتين في المكان العادي. في هندسة إقليدس، يتم التعبير عن المسافة $|PQ|$ بين النقطتين $P = (x_1, y_1)$ و $Q = (x_2, y_2)$ في مستوى باعتبارها مجموع مربعات بفرضية فيثاغورس:

$$(PQ)^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2. \qquad (5.9)$$

والتعميم لأبعاد أكثر هو أيضًا تجميع لمربعات. على سبيل المثال، بالنسبة لنقطتين $P = (x_1, y_1, z_1, w_1)$ و $Q = (x_2, y_2, z_2, w_2)$ في أربعة أبعاد في مكان إقليدس:

$$(PQ)^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2 + (w_1 - w_2)^2 \quad (5.10)$$

في الزمـــكان، تكون صيغـة المسافـــة أو الفترة بين نقطتين $P = (x_1, y_1, z_1, ct_1)$ و $Q = (x_2, y_2, z_2, ct_2)$ كما يلي:

$$(PQ)^2 = S_{12} = c^2(t_1 - t_2)^2 - (x_1 - x_2)^2 - (y_1 - y_2)^2 - (z_1 - z_2)^2.$$

ويقال إن المكان شبه إقليدسي pseudo-Euclidean. لهذا السبب يمكن للفترة إما أن تكون موجبة أو سالبةأو صفر.

في حالة المستوى الإقليدسي، لو ثبتنا النقطة P وغيرنا النقطة Q، بحيث تكون $(PQ)^2 = const \neq 0$ سيكون المنحنى الناتج قطع زائد يتحدد بالمعادلة:

$$(PQ)^2 = c^2(t_1 - t_2)^2 - (x_1 - x_2)^2 = const \neq 0.$$

## ٥-٣ مخروط الضوء والسببية:

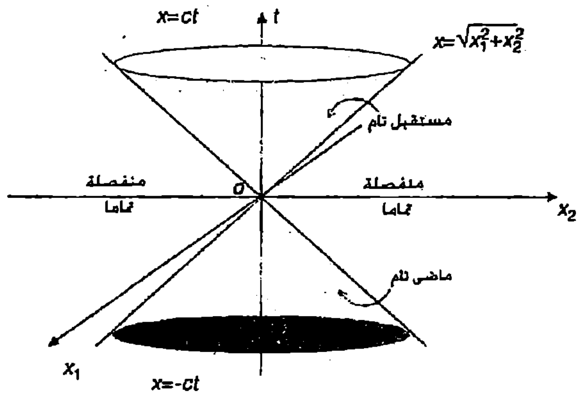
لو اخترنا حدث ما كإحداثي أصل (قدمنا فقط إحداثيي مكان في الشكل ٥-٤ للتبسيط)، فإن الأحداث المنفصلة عن هذا الحدث بفترة $S^2 = 0$، سوف تحقق المعادلة:

$$x^2 = x^2{}_1 + x^2{}_2 \text{ حيث } x^2 - c^2t^2 = 0 \quad (5.11)$$

أي:

$$\sqrt{x_1^2 + x_2^2} = \pm ct, \quad (5.12)$$

وهو ما يعطي مخروط يمر خلال إحداثي الأصل. في الزمكان رباعي الأبعاد، يكون لدينا مخروط ذي أبعاد أكثر، يسمى مخروط الضوء. كل الأحداث التي يمكن ربطها ب O بواسطة إشارة ضوء تقع على سطح هذا المخروط. مسارات الزمكان لكل الجسيمات التي لا كتلة لها، مثل الفوتونات، والجرافيتونات..إلخ، تقع كلها على هذا المخروط.



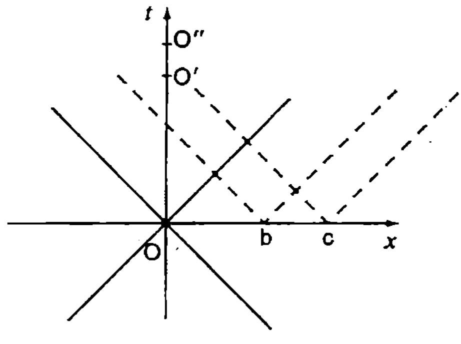

الشكل ٥-٤

**تمثيل مخروط الضوء بالنسبة للحدث 0 في نظام مكان ذي إحداثيات ثنائية $(x_1, x_2)$ وزمن واحد t. يتم تقسم الأحداث في مخروط الضوء إلى فئتين: الماضي التام والمستقبل التام. والأحداث التي تقع خارج المخروط منفصلة تمامًا عن 0. وفتراتها بالنسبة ل 0 تشبه المكان space-like.**

الأحداث داخل المخروط منفصلة عن O بفترات تشبه الزمن. وبالنسبة إليها $x^2 - c^2t^2 < 0$ ومن الممكـــن وجود علاقة سببية بينهـــا وبين الأصل. وتلك المناظـــرة ل $t > 0$ تشكل المستقبل التام، ولا يوجد إطار إسناد يمكن لها أن تحدث من خلاله في نفس وقت الحدث الذي يقع عند $(t = 0)$ O. بالنسبة إلى $t < 0$ يكون لدينا الأحداث المناظرة للماضي التام.

مفهوما المستقبل التام والماضي التام لم يتم استنتاجهما على وجه الدقة من مسلمات أساسية للنسبية الخاصة، لكنهما قادمان من الخارج مع المفهوم الضمني لسهم الزمن، الذي قابلناه بالفعل في دراسة حل معادلات الموجة الكهرومغنطيسية، عندما تخلصنا من الحلول المتراجعة regressing solutions (انظر الفصل ٤). ويتضمن وجود هذا الاتجاه في الزمن أن الزمن له سمة خاصة، مقارنة بالإحداثيات المكانية.

النقاط خارج مخروط الضوء منفصلة عن O بواسطة فترات تشبه المكان. لو أن x و t هما إحداثي مثل هذه النقطة، عندئذ $c^2t^2 - x^2 < 0$. وهي تناظر أحداث منفصلة تمامًا عن O. من المحتمل أن نجد إطار إسناد حيث الأحداث المنفصلة شبه المكانية تحدث معًا مع O. في الشكل ٥–٥ على سبيل المثال، الحدثان b و c يحدثان مع O. افترض أن الحدث O يناظر "أنا هنا الآن". ليس من المحتمل بالنسبة لي أن أعرف عن الأحداث b، c...إلخ، التي تحدث معي الآن. لكن O يمكن أن يعرف عن نتائجها، حيث أن مخروط الضوء العائد أصله، مثلاً، عند b يتقاطع مع مخروط الضوء الخاص بي، وكل الأحداث التي تعتبر نتائج ل b وتناظر لهذه المنطقة من التقاطع يمكن أن ترتبط سببيًا بمواقعي في المستقبل في الزمكان 'O و"O..إلخ، لذلك يمكن أن أعرف عن مثل هذه الأحداث.




الشكل ٥–٥

رغم أن الحدثين b وc منفصلان تمامًا عن O، فإن مخروطي ضوئهما يتقاطع مع O، لذلك يمكن أن يعرف O نتائج b وc عند أزمنة مستقبل تناظر الحدثين 'O و"O.

لقد أشرنا بشكل متكرر إلى فكرة الاتصال السببي بين حدثين: يمكن لحدثين أن يتصلا سببيًا لو أنهما يقعان داخل أو على سطح مخروط الضوء الخاص بكل منهما. وبذلك: فإن فكرة السببية تمت صياغتها بصرامة في النسبية الخاصة. أي عملية قابلة للرصد يجب أن تخضع للسببية. وفي هذه الصياغة النسبوية للنظرية الكمية، تعتبر السببية إحدى المتطلبات الأساسية.

## ٥-٤ تقلص الأطوال:

خذ قضيب له طول ثابت $\ell'$ بالنسبة للإطار 'K، الذي يتحرك بالنسبة ل K بسرعة V (الشكل ٥-٦). يقع القضيب موازي للمحورين x و'x. نرمز ب 1 لحدث رصد النهاية اليسري للقضيب من الإطار K. الإحداثيات هي $x_1, y_1, z_1, t_1$. حدث رصد النهاية اليمنى للقضيب من K يرمز له ب 2. وستكون الإحداثيات $x_2, y_1, z_1, t_1$. يتم إجراء الرصدين معًا في K، حيث نرغب في معرفة طول القضيب في هذا الإطار.

تبعًا ل (٥-٦)، يكون لدينا:

$$x_1' = \frac{x_1 - Vt_1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}},$$
$$x_2' = \frac{x_2 - Vt_1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \quad (5.13)$$

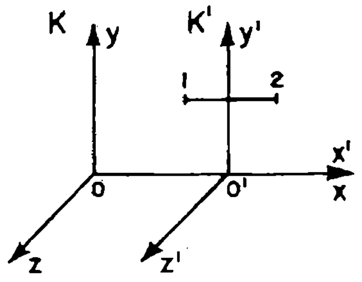
بطرح العلاقة الثانية من الأولى، نجد أن:

$$x_2' - x_1' = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \quad (5.14)$$

ولكن $x_2' - x_1' = \ell'$ هي طول القضيب في الإطار 'K، لذلك يكون الطول المرصود في الإطار K أقصر:

$$x_2 - x_1 = \ell = \sqrt{1 - V^2/c^2}\,\ell', \quad (5.15)$$

حيث أن $\sqrt{1 - V^2/c^2} < 1$. نلاحظ أن طول القضيب المتحرك يبدو متقلصًا عبر اتجاه الحركة.




الشكل ٥-٦

**قضيب له نهايتين 1 و2 مثبت بالإطار 'K. لقياس طوله من K، يتم رصد نهايتيه 1 و2 في نفس اللحظة تبعًا لساعة K. استنتاج الراصدون في K أن طول القضيب أقصر من طوله عندما كان ساكنًا. ورغم ذلك، أي راصد في 'K يمكنه إثبات هذه النتيجة بالحجة التالية: بالنسبة إليه لم يكن إجراء عمليتا القياس، تبعًا لساعات 'K، في نفس الوقت.**

## ٥-٥ تمدد الزمن: الزمن الحقيقي:

والآن اعتبر ساعة مثبتة في الإطار 'K، ويتم مقارنتها بساعات أخرى متنوعة في الإطار K (الشكل ٥-٧). بواسطة تحويل لورنتز عكسي، نجد أن:

$$t = \frac{t' + (V/c^2)x'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \qquad (5.16)$$

افترض ساعة مثبتة بالنسبة ل 'K، ولها إحداثيات مكان $x'_1, 0, 0$، ونرصدها عند الزمن $t'_1$. في K، سوف يناظر هذا الزمن $t_1$ الذي نحصل عليه من:

$$t_1 = \frac{t'_1 + (V/c^2)x'_1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \qquad (5.17)$$

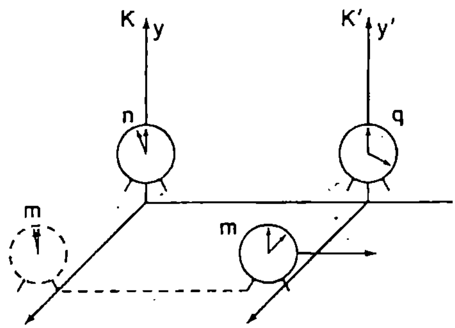
عندما تشير الساعة في 'K إلى الزمن $t'_2$، سوف نحصل في K على:

$$t_2 = \frac{t'_2 + (V/c^2)x'_1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \qquad (5.18)$$

بطرح تعبير من الآخر، ينتج أن:

$$t_2 - t_1 = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \qquad (5.19)$$

الفترة الزمنية $t_2 - t_1$ أكبر من $t'_2 - t'_1$. لو أن $t'_1$ تناظر الحدث الذي تشير إليه الساعة في 'K الساعة ١٢ ظهرًا و$t'_2$ إلى حدث تشير إليه الساعة في 'k ١٢.٠٥ بعد الظهر، عندئذ يتم تقدير الفترة الزمنية بخمسة دقائق في 'K بواسطة الراصد في K بأنها تتفق مع فترة أطول. لو أن: $\sqrt{1 - V^2/c^2} = 1/2$, i.e., $V \sim 0.87c$, أي $V \sim 0.87c$، سوف تكون عشر دقائق في K. استنتاج الراصدون في K هو أن الساعات المتحركة تعمل أبطأ من تلك الموجودة في حالة سكون.




الشكل ٥-٧

**الراصد في K يستنتج أن الساعة المتحركة m في 'K تعمل بشكل بطيء. ويحدث ذلك لأنه عندما تبدأ الساعة المتحركة، فإنه تم جعلها متزامنة مع الساعة n الثابتة في K. بعد المرور على ساعة أخرى q ثابتة في K، تستنتج الأخيرة أن الساعة المتحركة تؤخر. ويعتبر الراصد في 'K أن الساعتين n وq في K اللتان تم مقارنتهما بزمن تحرك الساعة المتحركة قد تم جعلهما متزامنتين بشكل خاطئ.**

بالنسبة للراصدين في K، تكون أطوال الأشياء الموازية لاتجاه الحركة في الإطار المتحرك قد تقلصت وتؤخر الساعات. ولكن بالنسبة للراصدين في الإطار المتحرك

'K، تكون ساكنة ويكون الإطار المتحرك هو K، لذلك من المتوقع أن يصلا إلى استنتاجات مماثلة، حيث أن كلاهما إطارات قصورية. كيف يمكن تفسير هذا التناقض الواضح؟

دعنا ننظر في حالة تقلص الطول. الأحداث المطابقة للرصد عند طرفي القضيب المتحرك بواسطة الراصدين في الإطار K هي $(x_1, y_1, z_1, t_1)$ و$(x_2, y_1, z_1, t_1)$. وتحدد فترة شبه مكانية:

$$S_{12}^2 = -(x_2 - x_1)^2. \qquad (5.20)$$

لكن الحدثين لا يتزامنان بالنسبة لراصد موجود في الإطار 'K. ويحدثان في لحظتين مختلفتين $t'_1$ و$t'_2$، نحصل عليهما من:

$$\begin{aligned} t'_1 &= \frac{t_1 - (V/c^2)x_1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \\ t'_2 &= \frac{t_1 - (V/c^2)x_2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \end{aligned} \qquad (5.21)$$

حيث أن $x_2 > x_1$، ينتج أن $t'_1 > t'_2$ وبالنسبة لراصدين في الإطار 'K، يبدو أن موقع الطرف 1 للقضيب قد تم قياسه بعد موقع الطرف 2. إذا تمت الرؤية من الإطار 'K، تكون مواقع الراصدين في الإطار K

$$\begin{aligned} x'_1 &= \frac{x_1 - Vt_1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \\ x'_2 &= \frac{x_2 - Vt_1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \end{aligned} \qquad (5.22)$$

ويتضح ان الفترة بين الحدثين، كما يتم قياسها في 'K هي:

$$S'^2_{12} = c^2(t'_2 - t'_1)^2 - (x'_2 - x'_1)^2 = -(x_2 - x_1)^2 = S_{12}^2. \qquad (5.23)$$

من هذا نستنتج أن الراصدين في كلا الإطارين يحصلان على نفس القيم لقياسات اللامتغيرات النسبوية (في هذه الحالة، الفترة). لكن الطول والزمن منفصلين ليسا لامتغيرات نسبوية، ولا يعطيان نفس القيم إذا تم قياسهما من الإطارين.

يحدث شيء مماثل بالنسبة لتمدذ الزمن. في هذه الحالة من المهم ملاحظة أن عدم تماثل القياس في كلا الإطارين يوجد في حقيقة أن ساعة واحدة متحركة في 'K يتم مقارنتها بساعات متعددة موجودة في K. والراصد المتحرك مع الساعة المتحركة 'K يستنتج أن التباين في قياس الزمن بالنسبة للساعات في الإطار K يحدث لأن الساعات لا يتم جعلها متزامنة بشكل صحيح.

لو أنه تم إيقاف الإطار المتحرك 'K حيث توجد الساعة المتحركة، قد يبدو بالفعل أنها متأخرة بالنسبة للساعات في الإطار K. ولا يكون ذلك متعارضًا مع تكافؤ الإطارين القصوريين المذكوران سابقًا. عندما يبطئ الإطار 'K لكي يتوقف، يتوقف عن أن يكون إطارًا قصوريًا ولا يعود هناك تكافؤ بينه وبين الإطار K. لكي تتم مقارنة ساعتين عند نفس النقطة وعند نفس الزمن، من الضروري إحداث تسارع ل K بشكل موجب أو 'K بشكل سالب، وبذلك تفقد الساعتين تزامنهما.

الزمن الذي يتم قياسه في إطار الإسناد حيث تكون الساعة ساكنة يُطلق عليه الزمن الحقيقي. لاحظنا في المثال الأخير أن فترة الزمن الحقيقي أقصر من الفترة التي يتم قياسها بواسطة راصد ثابت. وهذا يؤدي إلى متناقضة التوأم: لو غادر أحد التوأمان الأرض بسرعة قريبة من سرعة الضوء، فعندما يعود بعد عدة سنوات، سوف يبدو أكثر شبابًا من أخيه الذي بقي على الأرض.

لم يتم إثبات ظاهرة تمدد الزمن بالنسبة للكائنات الإنسانية، ولكن بالنسبة للجسيمات الأولية. على سبيل المثال، بالنسبة لميزونات μ (أو ميوئات muons)، يكون متوسط مدى العمر نحو $2 \times 10^{-6}$ s. لو تحركت بسرعات قريبة من c، يصبح متوسط مدى العمر أطول بمقدار عدة أضعاف. لو نتجت عن أشعة كونية في الغلاف الجوي العلوي ولو كانت طاقتها كبيرة بما يكفي، يمكن رصدها عند مستوى البحر نتيجة تمدد الزمن. وسمح ذلك باكتشافها في ١٩٣٦، في تجارب الأشعة الكونية.

## ٥-٦ جمع السرعات:

استحالة تخطي سرعة الضوء هي نتيجة مسلمات أينشتاين. ويمكن استنتاجها بسهولة من قانون جمع السرعات في الميكانيكا النسبوية. بأخذ هاتين العلاقتين:

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \qquad t = \frac{t' + (V/c^2)x'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \qquad (5.24)$$

بعد أجراء التفاضل لها بالنسبة ل (x', t')، دعنا نقسم المعادلة الأولى على الثانية. ينتج أن:

$$V_x = \frac{V'_x + V}{1 + VV'_x/c^2}, \qquad (5.25)$$

حيث $V_x = \frac{dx}{dt}$ تمثل سرعة الجسيم بالنسبة للإطار الساكن K، بينما $V'_x = \frac{dx'}{dt'}$ تمثل سرعة نفس الجسيم، لكن إذا تم قياسه من الإطار المتحرك K'.

بالنسبة لـ $V \ll c$ يقترب المقام من الوحدة ونحصل تقريبًا على:

$$V_x \approx V'_x + V. \qquad (5.26)$$

هذا هو قانون تركيب السرعات في الميكانيكا التقليدية. ولكن من (٥-٢٥)، لو تحرك جسيم بسرعة عالية بالنسبة ل K'، على سبيل المثال $V'_x = c/2$، وتحرك الإطار K' بدوره أيضًا بنفس السرعة $V = c/2$ بالنسبة ل K، يكون لدينا:

$$V = \frac{c/2 + c/2}{1 + 1/4} = \frac{4}{5}c, \qquad (5.27)$$

وهي أصغر من c.

لكن حتى لو أخذنا $V'_x = c$ و $V = c$، لن يكون من المحتمل تخطي سرعة الضوء. وستكون النتيجة:

$$V_x = \frac{c + c}{1 + c^2/c^2} = c. \qquad (5.28)$$

أي، حتى لو تحرك 'K بسرعة الضوء بالنسبة ل K وتحرك الجسيم أيضًا بسرعة الضوء بالنسبة ل 'K، ستكون سرعته بالنسبة ل K على وجه الدقة هي سرعة الضوء. نرى أنه ليس من المحتمل بواسطة القانون النسبوي لتركيب السرعات تجاوز سرعة الضوء c بجمع السرعات التي تعتبر أصغر من أو تساوي c.

## ٥-٧ نسبوية المتجهات الأربعة:

أحد النتائج الهندسية الأكثر إثارة لتحويلات لورنتز هو أن تحويلات إحداثيات المكان والزمن متكافئة هندسيًا لدوران مكان من أربعة أبعاد يسمى الزمكان أو مكان مينكوفسكي، تكريمًا لهيرمان مينكوفسكي Hermann Minkowski (١٨٦٤-١٩٠٩) الذي كان أول من لاحظ أن نظرية النسبية لأينشتاين تتطلب منا أن نضع في اعتبارنا الزمن كبعد رابع.

في الهندسة الإقليدسية للمستوى، لو أن متجه له مركبتين (a, b) في إطار إحداثيات (x, y)، في إطار آخر (x', y') له زاوية α مع الأول، سيكون له الإحداثيات a', b' التي نحصل عليها من:

$$\begin{aligned} a' &= a\cos\alpha + b\sin\alpha, \\ b' &= -a\sin\alpha + b\cos\alpha. \end{aligned} \qquad (5.29)$$

لذلك $a'^2 + b'^2 = a^2 + b^2$.

في نظرية النسبية، يعني تغيير وصف فترة بين حدثين من إطار إسناد K إلى آخر 'K تغيير فترة لها مركبات $(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1, c(t_2 - t_1))$ إلى فترة أخرى لها مركبات $(x'_2 - x'_1, y'_2 - y'_1, z'_2 - z'_1, c(t'_2 - t'_1))$ بتحويل مماثل ل (٥-٢٩). لفعل ذلك، دعنا نحدث تغييرًا للمتغير $\tau = ict$ ونعتبر الزاوية:

$$\begin{aligned} \cos i\alpha &= \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \\ \sin i\alpha &= \frac{iV/c}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \end{aligned} \qquad (5.30)$$

عندئذ

$$
\begin{aligned}
x_2 - x_1 &= (x'_2 - x'_1)\cos i\alpha + (\tau'_2 - \tau'_1)\sin i\alpha, \\
y_2 - y_1 &= y'_2 - y'_1, \\
z_2 - z_1 &= z'_2 - z'_1, \\
\tau_2 - \tau_1 &= -(x'_2 - x'_1)\sin i\alpha + (\tau'_2 - \tau'_1)\cos i\alpha\ .
\end{aligned}
\tag{5.31}
$$

والتحويلان بالنسبة ل $x_2 - x_1$ و $\tau_2 - \tau_1$ في (٥-٣١) يماثلان تلك الموجودة في (٥-٦). ويكون الاختلاف في الصفة المتخيلة للمتغير $ict = \tau$ وفي حقيقة أن $\cos i\alpha$ ليس دوال مثلثية trigonometric بالفعل، لكنها دوال زائدية hyperbolic. عندئذ يمكننا كتابة:

$$\cos^2 i\alpha - \sin^2 i\alpha = 1. \tag{5.32}$$

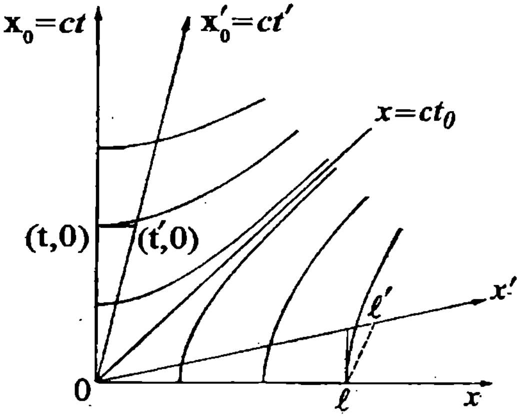
لكن من الأفضل كتابة هذه العلاقة بالنسبة للدوال الزائدية كما يلي:

$$\cosh^2 \alpha - \sinh^2 \alpha = 1,$$

مع تذكر تعريفي $\cosh \alpha = (e^{\alpha} + e^{-\alpha})/2$ و $\sinh\alpha = (e^{\alpha} - e^{-\alpha})/2$.

والتحويلات (٥-٣١) التي هي طريقة أخرى لكتابة تحويل لورنتز، تجعل الفترة $S_{12}$ لامتغيرة invariant، ويكون لدينا دوران خلال زاوية متخيلة في مكان مينكوفسكي (الشكل ٥-٨).

كل الكميات الفيزيائية في نظرية النسبية يجب أن يكون لها خواص تحويل محددة، أن تكون لاموجهة scalars، متجهات vectors، ممتدة tensors..إلخ، تحت تأثير تحويلات لورنتز. وهذا يعني علاقات جديدة بين الكميات التي كانت مستقلة ظاهريًا في الفيزياء غير النسبوية، تمامًا مثل العلاقات الجديدة بين المكان والزمان، التي كانت غير موجودة في ميكانيكا جاليليو ونيوتن.




الشكل ٥-٨

مخطط مينكوفسكي. تحويل لورنتز من النظام K إلى النظام K' يمكن تمثيله هندسيًا كدوران للمحورين x وct بالزاوية $\alpha = \arctan V/c$، كما هو موضح في الشكل. وهنا، V هي السرعة النسبية بين نظامين، في اتجاهي x. شبكة القطاعات الزائدة تمثل منحنيات بالخاصية $c^2t^2 - x^2 = const.$، بقيم مختلفة للثابت. الخطوط المستقيمة $x' = const.$ تكون موازية للمحور ct'، والخطوط المستقيمة $ct' = const.$، تكون موازية للمحور x' في نظام الزاوية المائلة oblique-angled للإحداثيات.

## ٥-٨ الديناميكا الكهربائية في شكلية موافق التغير نسبويًا:

على ضوء هذه المفاهيم من النسبية الخاصة، نعود الآن إلى نقاط من الفصل ٣: في المقام الأول، علينا ملاحظة أهمية مجال المتجهات الأربعة الكهرومغنطيسي. وبذلك، بالنسبة لشحنات كهربائية في فراغ، يمكننا تحديد متجه، متجه الوضع A، ومن خلاله يتم الحصول على مجال مغنطيسي B بتطبيق مؤثر متجه vector operator عليه، يسمى دوران دالة متجهية curl أو دوار rotor.

يمكن تعريف دوران دالة لمتجه بالبدء بعامل التفاضل $\nabla$، والذي يتكون من خلال أخذ مشتقات جزئية بالنسبة للإحداثيات x, y, z مع ضربها على التوالي

بمتجهات واحدية $e_1, e_2, e_3$ عبر هذه المحاور، وجمعها بعد ذلك. عندئذ يكون حاصل ضرب المتجه لهذا العامل في المتجه **A** هو المجال المغنطيسي **B**. أي إذا بدأنا بما يلي:

$$\nabla = \mathbf{e}_1 \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{e}_2 \frac{\partial}{\partial e} + \mathbf{e}_3 \frac{\partial}{\partial z}$$

و

$$\mathbf{A} = \mathbf{e}_1 A_x + \mathbf{e}_2 A_y + \mathbf{e}_3 A_z,$$

نحدد ما يلي:

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \operatorname{rot} \mathbf{A} = \nabla \times \mathbf{A} \\ &= \mathbf{e}_1 \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \mathbf{e}_2 \left( \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \mathbf{e}_3 \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right). \end{aligned} \quad (5.33)$$

من المهم أيضًا تذكر مفهوم ميل الدالة اللاموجهة، حيث يتم تعريف المجال الإلكتروستاتي electrostatic باعتباره ميل الوضع اللاموجه $\phi$، أي:

$$\operatorname{grad} \phi = \nabla \phi = \mathbf{e}_1 \frac{\partial \phi}{\partial x} + \mathbf{e}_2 \frac{\partial \phi}{\partial y} + \mathbf{e}_3 \frac{\partial \phi}{\partial z}. \quad (5.34)$$

عندئذ يتم تعريف المجال الكهربائي بشكل عام باعتباره:

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi . \quad (5.35)$$

في الديناميكا الكهربائية، يشكل الوضعين **A** و$\phi$ المتجه الرباعي للمجال الكهرومغنطيسي، بمركبات $A_1 = A_x, A_2 = A_y, A_3 = A_z, A_4 = i\phi$. عندئذ يمكننا كتابة **E** على هيئة:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{i} \left[ \mathbf{e}_1 \left( \frac{\partial A_1}{\partial \tau} - \frac{\partial A_4}{\partial x} \right) + \mathbf{e}_2 \left( \frac{\partial A_2}{\partial \tau} - \frac{\partial A_4}{\partial y} \right) + \mathbf{e}_3 \left( \frac{\partial A_3}{\partial \tau} - \frac{\partial A_4}{\partial z} \right) \right]. \quad (5.36)$$

التعبيـــر (٥-٣٦) طريقـــة لكتابة (٥-٣٥) بحيث يكون له شـــكل مشابـــه ل (٥-٣٣). بهذه الطريقة نوضح حقيقة أن مركبات المتجهين E وB هي عناصر هوية

رياضية أكثر تعقدًا، تسمى كمية ممتدة لمجال كهرومغنطيسي، وهو ما نمثله بواسطة مصفوفة لاتماثلية بأربعة أبعاد:

$$F_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -B_z & B_y & iE_x \\ B_z & 0 & -B_x & iE_y \\ -B_y & B_x & 0 & iE_z \\ -iE_x & -iE_y & -iE_z & 0 \end{pmatrix}, \qquad (5.37)$$

حيث $\mu, \nu = 1, 2, 3, 4$. وهذه الكمية الممتدة هي الكمية الفيزيائية الأساسية التي تصف المجال الكهرومغنطيسي في الفراغ. المجال الكهربائي **E** هو المتجه المكاني بمركبات $E_j = iF_{4j}$، حيث المجـال المغنطيسـي **B** هو شبه المتجـه بمركبـات $B_i = \frac{1}{2}\epsilon_{ijk}F_{jk}$ حيث $j, k = 1, 2, 3$. من خواص $F_{\mu\nu}$ تحت تأثير تحويلات لورنتز، يمكن العثور على الاعتماد المتبادل بين المجالات الكهربائية والمغنطيسية. بالفعل، تتصف هذه المجالات بشكل عام باللامتغيرات النسبوية:

$$\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2 = \text{invariant}, \qquad \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = \text{invariant}. \qquad (5.38)$$

على سبيل المثال، لو أن **E** و**B** متعامدان في إطار إسناد ما (بحيث $\mathbf{E}.\ \mathbf{B} = 0$)، سوف يكونان متعامدين في أي إطار إسناد آخر.

من جانب آخر، لو أنه في إطار واحد يوجد مجال كهربائي فقط $\mathbf{E} \neq 0$ و $\mathbf{B} = 0$، قد تظهر أيضًا في إطار إسناد آخر مجال مغنطيسي **'B**، ولكن في إطار جديد، ويجب أن يحقق المتجهان الجديدان **'E** و**'B** الشرط:

$$\mathbf{E}'^2 - \mathbf{B}'^2 = \mathbf{E}^2. \qquad (5.39)$$

بالمثل، لو أنه في الإطار الأولي كان هناك مجال مغنطيسي فقط **B**، سنلاحظ في إطار إسناد آخر مجالين كهربائي ومغنطيسي 'E و 'B، لكنهما يحققان الشرط:

$$\mathbf{E}'^2 - \mathbf{B}'^2 = -\,\mathbf{B}^2. \qquad (5.40)$$

المتجـه الرباعي $A_\mu = (A_1, A_2, A_3, A_4)$ غير قابـل للملاحظـة عادة، لكن مركبات الكمية الممتدة للمجال $F_{\mu\nu}$، أي **E** و**B**، قابلة للملاحظة. لو أضفنا إلى المتجه

الرباعي $A_\mu$ الميل الرباعي لدالة لورنتز اللاموجهة $f$ للإحداثيات والزمن، فإن قيمة $F_{\mu\nu}$، أي قيمتي **E** و**B**، لا تتغيرا. وهذا يعني أننا إذا أنجزنا التحويل:

$$\begin{aligned}
A_1' &\to A_1 + \frac{\partial f}{\partial x}, \\
A_2' &\to A_2 + \frac{\partial f}{\partial y}, \\
A_3' &\to A_3 + \frac{\partial f}{\partial z}, \\
A_4' &\to A_4 + \frac{\partial f}{\partial x_4} = i\left(\phi - \frac{1}{c}\frac{\partial f}{\partial t}\right),
\end{aligned} \qquad (5.41)$$

واستبدلنا $A'_1, A'_2, A'_3, A'_4$ في (٥-٣٣) و(٥-٣٦)، نحصل على نفس قيمتي **E** و**B** باستخدام $A_1, A_2, A_3, A_4$.

يطلق على هذه الخاصية لامتغير المقياس gauge invariance، وهي مهمة جدًا في الفيزياء الحديثة.

دعنا نلاحظ عند هذه النقطة أن هناك طريقة أخرى لتعريف المتجهات الأربعة والكميات الممتدة في النسبية الخاصة. نتجنب طريقة المركبة الرابعة التخيلية باستخدام ما يطلق عليه كميات موافقة التغير ومخالفة التغير (سوف نقابلها مرة أخرى في الفصل ١٠ في حالة أكثر عمومية). تتم كتابة متجه رباعي مخالف التغير باعتباره

$A^\mu = (A^0, A^1, A^2, A^3) = (A^0, \mathbf{A})$. وشريكه موافق التغير هو $A_\mu$، بخاصية $A_0 = A^0$ و$A_i = -A^i$، مع $i = 1, 2, 3$. ويتم الحصول على حاصل الضرب اللاموجه لثنائي أربع متجهات $A^\mu$ و$B^\mu$ بواسطة:

$$A^\mu B_\mu = A^0B_0 + A^1B_1 + A^2B_2 + A^3B_3 = A^0B^0 - A^1B^1 - A^2B^2 - A^3B^3.$$

يتم الحصول على موافق التغير لأربع متجهات من التعبير عن مخالف التغير الخاص به بضربة في الكمية الممتدة المسافية metric tensor $g_{\mu\nu}$ حيث $g_{00} = 1, g_{22} = g_{33} = -1$ و$g_{\mu\nu} = 0$ بالنسبة إلى $\nu\mu \neq$ ، وبذلك،

$$A_\mu = g_{\mu\nu}A^\nu.$$

حيث تم افتراض جمع الأسس المتكررة. بالمثل يمكننا تعريف كيفية الحصول على المتجهات الأربع مخالفة التغير من تلك الموافقة للتغير. ويمكن كتابة حاصل الضـــرب اللاموجـه كما يلي: $A^{\mu}B_{\mu} = g_{\mu\nu}A^{\mu}B^{\nu}$. والتناظر مع المركبـــات التخيليـــة بسيـط: $A^0\ A_0 = A_4/i$، حيث المركبات المكانية هي نفسها مثل تلك المخالفة للتغيـر $A^{1,2,3} = A_{1,2,3}$.

المتجهات الأربعة والكميات الممتدة في رموز المركبات الأربعة يكون من الأسهل أحيانًا التعامل معها. وتظهر أيضًا في نظريات المجال الإقليدسي (مثل درجة حرارة المجال الكمي)، ومن المفيد أن تكون مجموعتا الرموز مألوفة لدينا.

## ٥-٩ الطاقة وكمية الحركة:

يتم تعريف كمية حركة جسيم حر كتلته m يتحرك بسرعة V في نظرية النسبية الخاصة على أنها:

$$\mathbf{p} = \frac{m\mathbf{V}}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \qquad (5.42)$$

وطاقته هي:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \qquad (5.43)$$

والكميتين من المتجه الرباعي، مع $P_{\mu} = \left(p_x, p_y, p_z, i\frac{E}{c}\right)$:

$$P_{\mu}^2 = p^2 - \frac{E^2}{c^2} = -m^2c^2, \qquad (5.44)$$

ومنها نحصل على:

$$E = c\sqrt{p^2 + m^2c^2}. \qquad (5.45)$$

بالنسبة للسرعات المنخفضة $V \ll c$، بحيث $\sqrt{1-V^2/c^2} \approx 1$، ويعطي التعبيران (٥-٤٢) و(٥-٤٣) كمية الحركة غير النسبوية:

$$P = mV,$$

والطاقة:

$$E = mc^2 + \frac{mV^2}{2}, \qquad (5.46)$$

أي، طاقة السكون $mc^2$ إضافة إلى التعبير عن الطاقة الحركية لميكانيكا نيوتن. بالنسبة إلى $V = 0$، نحصل على التعبير:

$$E = mc^2, \qquad (5.47)$$

التي تربط كتلة جسم ساكن بمحتوى طاقته. ربما يكون هذا التعبير هو النتيجة المعروفة الأكثر انتشارًا لنظرية النسبية.

أكبر كمية طاقة يمكن لجسم إنتاجها (على سبيل المثال، عندما يتم تحويله بالكامل إلى إشعاع) تساوي حاصل ضرب كتلته ومربع سرعة الضوء. تفسر هذه العلاقة إنتاج كميات هائلة من الطاقة في عمليات الانشطار النووي (انقسام نواة ذرية)، الذي من خلاله تتحول زيادة في الكتلة الأولية للنواة عند مقارنتها بمجموع كتل النوى النهائية، بالكامل إلى طاقة إشعاع.

لكن هناك بعض العمليات الأخرى، مثل توليد زوج جسيم - جسيم مضاد، وهو ما سوف نشير إليه لاحقًا بمزيد من التفاصيل، حيث يختفي فوتون، وهو منعدم الوزن، لكنه له طاقة عالية بما يكفي، عند مروره بالقرب من نواة ذرية أو خلال مجال مغنطيسي، بينما ينتج عنه جسيمان جديدان، إلكترون وبوزترون. لكي تحدث العملية، يجب أن تكون طاقة الفوتون أكبر من أو تساوي ضعف طاقة السكون rest energy للإلكترون (كتلة البوزترون تساوي كتلة الإلكترون، ولذلك، تكون طاقة سكونه مساوية لتلك الخاصة بالإلكترون)، أي:

$$E_{photon} \geq 2mc^2, \qquad (5.48)$$

حيث m هي كتلة الإلكترون.

## ٥-١٠ الفوتونات:

من التعبيرين (٥-٤٢) و(٥-٤٣) لطاقة وكمية حركة جسيم في الميكانيكا النسبوية، نستنتج العلاقة:

$$\mathbf{p} = \frac{E}{c^2}\mathbf{V}. \qquad (5.49)$$

هذا التعبير يشبه التعبير غير النسبوي:

$$\mathbf{P} = m\mathbf{V}, \qquad (5.51)$$

بكتلة m حلت محل النسبة $E/c^2$. إذا تحرك الجسيم بسرعة الضوء، يكون لدينا:

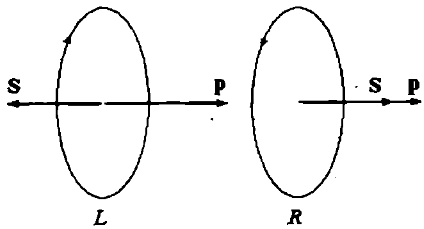
$$\mathbf{p} = \frac{E}{c}\mathbf{n}, \qquad (5.51)$$

حيث **n** هي متجه واحدي في اتجاه الحركة. بإضافة (٥-٥١) إلى (٥-٤٤)، نلاحظ أن $m = 0$ لجسيم يتحرك بسرعة الضوء. هذا أمر يمكن فهمه، لو تذكرنا أن الجسيم يتحرك بأقصى سرعة ممكنة. لو كانت له كتلة غير صفرية، عندئذ كلما كانت سرعته أكبر، كلما كان من الأكثر صعوبة جعله يتسارع، أي، لرفع سرعته، وفي الحقيقة فإنه لا يستطيع الوصول إلى سرعة الضوء.

ولقد أشرنا بالفعل إلى سلوك الإشعاع الكهرومغنطيسي كموجات وكجسيمات، وهو ما أطلقنا عليه فوتونات. الجسيم المشحون يمكن ملاحظته بشكل أكثر سهولة بالنسبة للترددات العالية، كما هو الحال في الأشعة السينية وأشعة جاما.

الفوتونات جسيمات نسبوية نموذجية، كتلتها صفر. لكن صفتها الجسيمية نسبية، حيث أن تردد الإشعاع الصادر عن مصباح، مقاس بواسطة راصد خارجي،

يعتمد على سرعة المصباح بالنسبة للراصد. على سبيل المثال، لو أنه يبعث ضوء أحمر، ويقترب من الراصد بسرعة عالية، يمكن أن يظهر الضوء أصفر، أزرق..إلخ، اعتمادًا على سرعته. لو أن المصباح يقترب من الراصد بسرعة الضوء تقريبًا، سوف يكتشف الراصد فوتونات أشعة سينية وأشعة جاما. هذه ظاهرة نسبوية، ويمكن رؤية إشعاع ذي تردد منخفض ينبعث من مصباح بواسطة راصد وهو يكتسب تردد مرتفع جدًا (حيث تسود صفة الجسيمية) لو أن المصباح يقترب من الراصد بسرعة قريبة من c. تحدث الظاهرة العكسية لو أن المصباح يتحرك مبتعدًا عن الراصد.




الشكل ٥-٩

**على اليمين R واليسار L استقطابان دائريان لفوتون. في الحالة الأولى، اتجاه اللف موازي لكمية حركته k. في الثانية، يكونان معكوسي التوازي.**

دعنا نحلل صفات الفوتون في الفراغ بمزيد من التفاصيل. حالة لامتغير القياس gauge invariance، إذا أضيف إليها حقيقة أنه يتحرك بسرعة الضوء، تتضمن أن للفوتون درجتي حرية مستعرضة فقط، وهو ما يناظر استقطابين ممكنين (على سبيل المثال، يسار ويمين دائري) لموجة كهرومغنطيسية، من نوع موجة ظاهرة إشعاع كهرومغنطيسي (الشكل ٥-٩).

من جانب آخر، للفوتون كمية حركة زاوية حقيقية أو لف يساوي 1 (بوحدات ثابت بلانك $\hbar$، كما تمت الإشارة إليه قبل الآن). بالنسبة لأي جسيم، يمكن تعريف

كمية تتناسب مع إسقاط اللف على اتجاه كمية الحركة، وهو ما يسمى مسقط الالف في اتجاه كمية الحركة helicity:

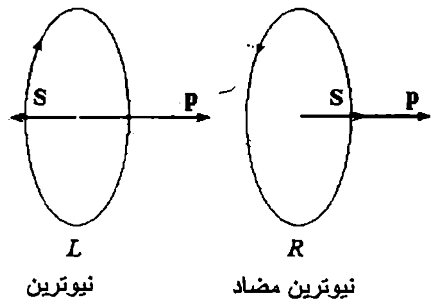
$$H = \frac{\mathbf{S} \cdot \mathbf{p}}{|\mathbf{p}|}.$$

بالنسبة للجسيمات بدون كتلة، مسقط اللف في اتجاه كمية الحركة لامتغير نسبوي. عندما يكون للجسيم النسبوي كتلة صفر، يمكن لاتجاه كمية حركته ولفه أن يكون فقط موازيًا أو معكوس التوازي. وهذا يعني أن مسقط اللف في اتجاه كمية الحركة يمكن أن يكون لها قيمتين فقط، ونفسرهما باعتبارهما تصفان درجتي حرية. بالنسبة لفوتون، يتم تحديد ذلك باستقطابين دائريين عرضيين. الجسيم المشابه للفوتون، لكن بكتلة مختلفة عن الصفر، يمكن أن يتحرك بسرعة أقل من c، وبالإضافة إلى درجتي الحرية العرضيين، وقد يكون له درجة حرية ثالثة، تناظر استقطابًا طوليًا.

لو أن الإشعاع ينتشر في وسط، البلازما على سبيل المثال، قد تظهر هذه الذبذبات الطولية، حيث أن الإشعاع يكتسب كتلة فعالة، وتكون سرعة انتشار الموجات أقل من سرعة الضوء في الفراغ.

## ٥-١١ النيوترينات:

لسنوات تم اعتبار النيوترينات جسيمات نسبوية تمامًا، أي، بكتلة سكون صفر. وهي تختلف عن الفوتونات، وهي بوزونات (لها لف عدد صحيح $\hbar$)، لأن النيوترينات هي فرميونات (لها لف نصف عدد صحيح $\hbar/2$). ورغم ذلك، في السنوات الحديثة توحي أرصاد ما يطلق عليه ذبذبات النيوترينات أنها قد يكون لها كتلة صغيرة جدًا.




الشكل ٥-١٠

بالنسبة للنيوترين يرتبط اللف باتجاه كمية الحركة كما في لولب اليد اليسرى L، بينما بالنسبة للنيوترين المضاد تكون العلاقة كما في لولب اليد اليمنى R.

تم قياس هذه الذبذبات تجريبيًا، وهي تشير إلى كتلة نحو $10^{-5}$~ من كتلة الإلكترون (انظر الفصل ١١). ورغم ذلك، في الوقت الراهن يمكننا اعتبار النيوترينات منعدمة الكتلة، كما يتم فعله في النموذج المعياري لفيزياء الجسيمات. يرتبط لف النيوترين بكمية حركته كما هو موضح في الشكل ٥-١٠. ويقال إن النيوترين له مسقط لف في اتجاه كمية الحركة helicity يساري L، بينما النيوترين المضاد له مسقط لف في اتجاه كمية الحركة يميني R. بالنسبة للدوارات spinors، أو فرميونات لف ١/ ٢ـ يمكن لقيم مسقط اللف في اتجاه كمية الحركة أن تكون $H = \pm\hbar/2$. والإشارة الموجبة تناظر R والسالبة L.

من السهل فهم أن مثل هذا النيوترين منعدم الكتلة يمكنه تغيير مسقط اللف في اتجاه كمية الحركة الخاص به، حيث أن هذا يكافئ انعكاس اتجاه حركته، ولكي يفعل ذلك، قد يكون من الضروري أن يكون ساكنًا في لحظة ما، أو في إطار إسناد ما. توجد النيوترينات في الطبيعة فقط بمسقط لف في اتجاه كمية الحاركة سالب، أو في اتجاه اليد اليسرى. وهي جسيمات لها اتجاه يد إنسانية chiral particles. وسوف نعود بمزيد من التفاصيل لاتجاه اليد chirality في الفصل ١١.

تنتج النيوترينات المضادة من تحلل بيتا ويرتبط مسقط اللف في اتجاه كمية الحركة الخاص بها بتكافؤ parity عدم الحفظ، وهو ما سوف نناقشه في الفصل ٩.

## ٥-١٢ التاكيونات والإشارات الضوئية الفائقة:

هل من الممنوع بالفعل في النظرية النسبية الخاصة على الجسيمات أن تتحرك أسرع من الضوء؟ لقد رأينا أن الجسيمات التي تتحرك بسرعات أقل من c سيكون لها سرعة أقل من c في أي إطار إسناد. تلك نتيجة لقانون تركيب السرعات (٥-٢٥). لو أن $v > c$، يمكن أن يكون التعبيران عن الطاقة وكمية الحركة (٥-٤٣) و(٥-٤٢) حقيقيان لو أن الكتلة m عدد تخيلي تمامًا $m = iM$.

في نهاية خمسينيات القرن الماضي، تم اقتراح أن وجود جسيمات ضوئية فائقة superluminal، تسمى تاكيونات tachyons، لن يتناقض مع النسبية الخاصة.

ورغم ذلك، لا يوجد دليل على التاكيونات كجسيمات يمكن رصدها. سوف نرى في الفصل ٧ أن النظرية الكمية تفترض وجود جسيمات افتراضية لا يمكن رصدها والتي ليس من الضروري أن تتقيد بمخروط الضوء؛ وتناظر علاقتها كمية حركة/ طاقة سرعة أعلى من c. لكن الجسيمات الافتراضية لا تحمل طاقة بأية سرعة قابلة للرصد أكبر من c.

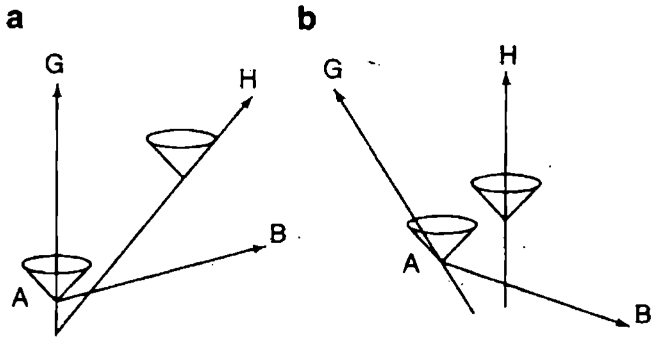
ورغم ذلك، لو افترضنا وجود "إشارة" ضوئية فائقة، قد ينقل ذلك معلومات إلى الماضي، وهو ما يخرق السببية. وهذا الأمر ناقشه بشكل مقنع روجر بنروز Roger Penrose (مولود في ١٩٣١). افترض راصد G يبث إشارة ضوئية فائقة عند النقطة A لخط عالمه world line. وراصد آخر H، يتطابق مع G قبل إرسال الإشارة ويتحرك بعد ذلك بسرعة $V \leq c$ (الشكل ٥-١١a) يمكن أن يرصد وصول الإشارة عند B قبل بثها، وبذلك يسافر عائدًا في الزمن. من وجهة نظر الراصد H، يكون الرسم البياني كما هو موضح في الشكل ٥-١١ b).

والآن لو أن راصد ثالث F، يتحرك في الاتجاه المعاكس ل G (الشكل ٥-١٢)، يبث أيضًا إشارة ضوئية فائقة تمامًا في لحظة استقبال B للإشارة المرسلة بواسطة G ولكن في الاتجاه المعاكس، ستصل هذه الإشارة عند النقطة C على خط عالم G قبل بثها عند A. بهذه الطريقة قد يؤثر G في ماضيه الخاص.

دعنا نثبت بعض هذه النتائج باستخدام تعبيرات لتحويلات لورنتز عن إحداثيات الزمكان. نفترض أن الراصد H يرى G وهو يتحرك إلى اليسار بسرعة V – وF وهو يتحرك إل اليمين بسرعة V. نفترض أيضًا أنه، في لحظة إرسال الإشارة الضوئية الفائقة بسرعة $V_g > c$ بواسطة G من النقطة A، تتطابق أصول إحداثي الزمكان للإطارات الثلاثة. بالنسبة ل G، يكون للنقطة A احداثيين (0, 0). دعنا نرمز لإحداثيات وصول الإشارة عند B ب $(x,\ t = x/V_g)$ . للحدثين (اللذان يفصل بينهما فترة شبه مكانية) إحداثيات (0, 0) و$(x', t')$ في إطار H، حيث يتم تحديد: $\gamma = 1/\sqrt{1 - V^2/c^2}$، ،

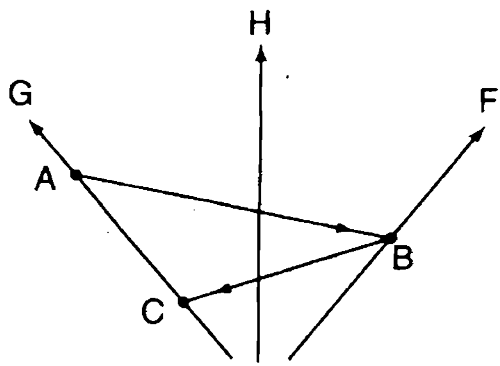
$$x' = \gamma x \left(1 - \frac{V}{V_g}\right), \qquad t' = \gamma \frac{x}{V_g}\left(1 - \frac{V V_g}{c^2}\right). \ (5.52)$$

لو إفترضنا $VV_g > c2$، عندئذ $t' < 0$. عندئذ تتضمن H أن الإشارة الضوئية الفائقة تصل إلى B قبل بثها. لو أن الراصد F يرسل إشارة ضوئية فائقة من B في اتجاه مكاني معاكس، وكذلك السرعة $V_g$، من السهل التوضيح بمنطق مشابه أنه يتم استقبالها عند C عند زمن ما $t < 0$، قبل إرسالها من A. بهذه الطريقة، يمكن ل G أن يؤثر على ماضيه الخاص. يمنع ذلك إمكانية رصد الإشارات الضوئية الفائقة، لأنها تخرق سببية أينشتاين. وتظهر مشكلة مماثلة في النسبية العامة مع الإشارات الضوئية الفائقة، مرتبطة بالثقوب الدودية الافتراضية، لكن هذا الموضوع تأملي بحت.




الشكل ٥-١١

(a) لو أن ل G مصدر ضوئي فائق، فإن الإشارة المرسلة في A تتم رؤيتها بواسطة H كما لو أنها تسافر إلى الماضي عند استقبالها عند B. (b) الأحداث كما يراها H.




الشكل ٥-١٢

لو أن ل F أيضًا مصدر ضوئي فائق، وعندما يتم استقبال إشارة أرسلها G من A عند B، يرسل إشارة في الاتجاه المعاكس، سوف يتم استقبال الأخيرة بواسطة G قبل بث الإشارة من A. وبذلك يمكن ل G أن يؤثر على ماضيه.

## ما كُتب في الموضوع


1. E.F. Taylor, J.A. Wheeler, *Spacetime Physics* (W.H. Freeman and Co., San Francisco, 1966). An excellent introductory book for special relativity
2. C. Kittel, C. Knight, M.A. Ruderman, *Mechanics, The Berkeley Physics Course* (McGraw-Hill, New York, 1973). Contains a very good introduction to special relativity
3. L.D. Landau, E.M. Lifschitz, *The Classical Theory of Fields* (Pergamon, Oxford, 1975). The part of this book devoted to the electromagnetic field is a masterpiece. An excellent introduction to special relativity at an advanced level
4. R. Penrose, *The Emperor's New Mind* (Penguin Books, New York, 1991). This interesting and deep essay discussed the compatibility between special relativity and quantum mechanics, as well as other topics

# الفصل السادس
# الذرات ونظرية الكم

في القرن التاسع عشر بدأ عصر جديد للفيزياء بتعديل أفكار رسخت في القرون السابقة. تم تغيير مفهومي المكان والزمن بشكل جذري بواسطة النسبية الخاصة، بينما تم اكتشاف السلوك الكمي والطبيعة المزدوجة للإشعاع. في الفصل ٤ تم تقديم وصف حول كيف فتحت أبحاث إشعاع الجسم الأسود والظاهرة الكهروضوئية الطريق إلى فهم الخواص الكمية للعالم الذري، والتي تم اكتشافها في البداية بدراسة انبعاث وامتصاص الإشعاع الكهرومغنطيسي.

بينما تمت البرهنة على الطبيعة الموجية للضوء بما لا يحتمل الشك في عدد كبير من التجارب، بدى في بعض الظواهر الجديدة أن للضوء طبيعة جسيمية. وتحول الموقف برغم ذلك فصار أكثر تناقضًا عندما أصبح من الواضح أنه، بالعكس، كشفت الجسيمات المكونة للبنية الذرية، مثل الإلكترونات، خواص موجة بوضوح. كانت ازدواجية الموجة- الجسيم صفة للعالم الذري.

أصبح واضحًا بعد ذلك أنه لم يكن من الممكن تحديد كمية حركة وموضع الجسيم الذري، الإلكترون مثلاً، في نفس الوقت وبدقة عالية انتقائية. كان يجب ابتكار شكل جديد من الميكانيكا: ميكانيكا الكم.

## ٦-١ حركة الجسيم:

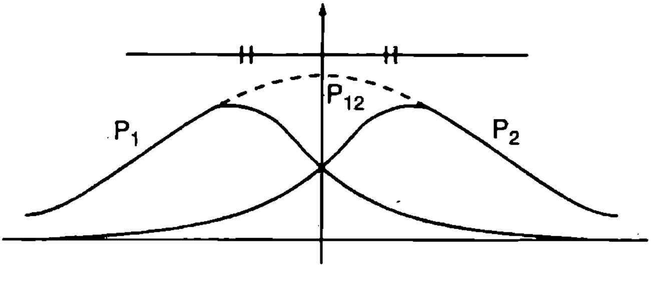
بشكل تقليدي كان يتم وصف حركة الجسيم بإعطاء موقعه وسرعته (أو كمية حركته) عند أي لحظة زمنية و، من حيث المبدأ، لا يوجد شيء يمنعنا من معرفة أين هو

M. chaichian et al., Concepts in Physics, Undergraduate Lecture Notes in Physics, DOI 10.1007/978-3-642-19598-3_6,



وكمية ما له من كمية حركة في كل لحظة زمن. ولكن بالنسبة لجسيم في العالم الذري، هذا غير ممكن. لتوضيح هذه النقطة، من المفضل البدء من تجربتين.

**التجربة الأولى.** افترض أن لدينا رمل صغير جدا وحاجز له ثقبين، على الهيئة المشار إليها في الشكل ٦-١. على حاجز أسفله، نقيس احتمال وصول حبوب رمل عندما يتم فتح الثقبين. نلاحظ أنها تمثل كومة صغيرة من الرمل. لو كنا مهتمين باحتمال في الاتجاه x (مثلاً، على خط مستقيم على الحاجز، موازي للخط الذي يمر خلال كلا الثقبين، كما هو موضح في الشكل)، سوف نصل على منحنى $P_{12}$. لو أغلقنا الآن الثقب ٢، سوف تتكون كومة أسفل الثقب 1، والاحتمال المناظر على الخط الواصل بين الثقبين سيكون المنحنى $P_1$. ونفس التحليل للحال التي يكون فيها 1 مغلق ويظل 2 مفتوحًا سيعطي كومة مماثلة تحت الثقب 2 والمنحنى $P_2$.




الشكل ٦-١

**احتمال وصول حبوب رمل على الحاجز هو $P_1$ لو أن الثقب 2 مغلق، و$P_2$ عندما يكون الثقب 1 مغلق. عندما يكون كلا الثقبان مفتوحان، يكون $P_{12} = P_1 + P_2$.**

نتيجة التجربة عندما يكون الثقبان مفتوحان بشكل تبادلي هي نفسها كما لو أن كلاهما مفتوح في نفس الوقت. ويضاف إلى ذلك، عند كل نقطة:

$$P_{12} + P_1 + P_2. \qquad (6.1)$$

**التجربة الثانية.** افترض أنه تم إجراء تجربة مماثلة على الإلكترونات، كما في الشكل ٦-٢. الآن لن تتكون "كومة إلكترون" على الحاجز، لكن من الممكن من حيث المبدأ قياس احتمال الوصول عند كل نقطة، بمكشافات كافية.

لو أن الثقب 2 مغلق، سيكون لدينا منحنى للاحتمال $P_1$ على x (مماثل جدًا لذلك المناظر لانكسار الضوء بواسطة ثقب). لو أننا أغلقنا 1، سيكون لدينا احتمال $P_2$. لو أن كلاهما مفتوح، نحصل على منحنى $P_{12}$. لكن الآن:

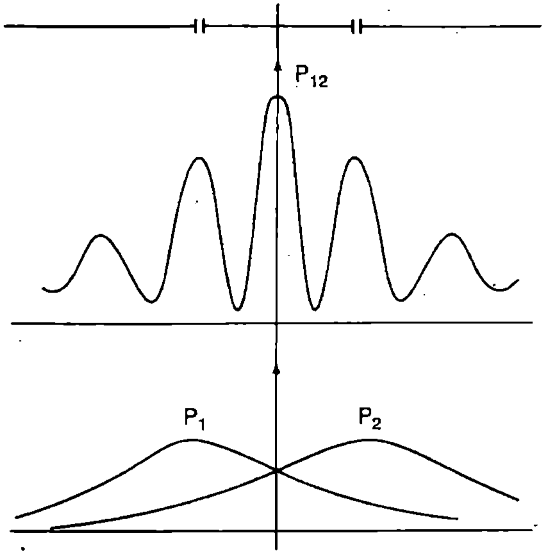
$$P_{12} \neq P_1 + P_2. \qquad (6.2)$$

عندما يكون كلا الثقبان مفتوحًا، يكون هناك تداخل (وهي ظاهرة موجة نموذجية) بين المسارين المحتملين للإلكترون خلال كل ثقب. ما الثقب الذي يجعل الإلكترون يمر خلاله؟ خلال 1؟ خلال 2؟ خلال كلاهما؟ يمكننا فقط أن نحدد من نتائج هذه التجربة أن الإلكترون ليس له مسار محدد.

يتطلب وصف جسيمات العالم الذري الاستخدام الذي لا مهرب منه لأشياء يمكن تسميتها عمومًا بالجهاز، والتي تخضع لقوانين الميكانيكا التقليدية، التي يتم استخدامها لإجراء قياسات الكميات الفيزيائية. هذا الجدار السابق الإشارة إليه يمكن اعتباره كقطعة واحدة من الجهاز الذي يُقاس من خلاله من أي ثقب سيمر الإلكترون، وكلما ارتفعت دقة هذه القياس، كلما ارتفع عدم اليقين المناظر لكمية الحركة، أو السرعة.

يمكن التعبير عن ذلك كما يلي: يجب صياغة ميكانيكا الكم بالنسبة للمبادئ المختلفة جوهريًا عن الميكانيكا التقليدية. على سبيل المثال، في ميكانيكا الكم لا يوجد مفهوم مثل مسار الجسيم. إنه نتيجة مبدأ عدم اليقين، الذي صاغه فيرنر هيزنبرج

Werner Heisenberg (١٩٠١ -١٩٧٦) في ١٩٢٧. هذا المبدأ يثبت أيضًا أن كل قياس يدمر جزءًا من معرفتنا بالنظام الذي تم الحصول عليه من القياسات السابقة.




الشكل ٦-٢

**في حالة الضوء أو الإلكترونات، لو كررنا التجربة 1 باستخدام جدار كاف، نجد أن $P_{12} \neq P_1 + P_2$.**

كما قال هيزنبرج في بحثه الأصلي، لو أن $\Delta x$ هي عدم اليقين في قياس موقع على x، و$\Delta p_x$ هي عدم اليقين في القياس المتزامن لكمية الحركة المترافقة، يكون حاصل ضربهما بحيث $\Delta p_x \Delta x \sim h$، حيث h ثابت بلانك. كانت هذه العلاقة هي أول تعبير كمي لمبدأ عدم اليقين uncertainty، رغم أن هيزنبرج لم يحدد بدقة ما كان يعنيه عدم اليقين. بعد ذلك بزمن، قام بتهذيب الصيغة، لكنه كان يفضل دائمًا التفكير في المبدأ بمصطلحات استكشافية. وتم الوصول إلى تعبير دقيق في ١٩٢٧ بواسطة إيرل هيس كينارد Earl Hesse Kennard بإعطاء عدم اليقين معنى إحصائي للانحراف القياسي (وهو ما لم يكن يعنيه هيزنبرج حقًا):

$$\Delta p_x \Delta x \geq \hbar/2.$$

ورغم ذلك، يمكن في بعض التجارب الحصول على معلومات حول كلا الكميتين: الموقع وكمية الحركة أو السرعة، لكن كل منها يتضمن بعض من عدم التحدد. عندئذ يمكن الحديث عن مسار جسيم، لكن لذلك معنى تقريبي فقط. هناك جهاز لملاحظة مسارات الجسيمات، يطلق عليه غرفة ولسون الغيمية، تكريمًا لتشارلز ولسون Charles Wilson (١٨٦٩-١٩٥٩)، الذي فاز بجائزة نوبل للفيزياء في ١٩٢٧ لابتكاره بالغ الأهمية. في هذه الغرفة، يمكن رصد مسار جسيم مشحون عندما يدخل إلى الغرفة لأنه يقوم بتأيين الوسط، ويتكثف بخار الماء في الأيونات الناتجة لتشكيل قطيرات صغيرة. وعرض المسار الذي تقطعه هذه القطيرات، عندما يتم رصده، كبير مقارنة بالأبعاد الذرية.

تلعب عملية القياس في ميكانيكا الكم (والتي تتطلب دائمًا أشياء ميكروسكوبية، أو على الأقل أشياء تخضع لقوانين الفيزياء التقليدية) دورًا أساسيًا في هذا العلم، حيث أنها تؤثر دائمًا على الجسيم الكمي بطريقة نتيجتها أنه كلما أصبح القياس أكثر دقة، كلما أصبحت الحركة التي يربكها الجسيم أكثر أهمية، تبعًا لمبدأ عدم اليقين.

توضح ظاهرة التداخل التي تم وصفها في التجربة 2 أن للإلكترون خواص موجة. في الحقيقة، لوصف جسيم في ميكانيكا الكم، يتم تقديم دالة موجة $\psi(x, t)$ وهي بشكل عام دالة مركبة، ومربع معاملها $|\psi|^2$ هو كثافة احتمال تمركز جسيم في المكان، كما سنرى لاحقًا.

## ٦-٢ تطور مفهوم الذرة:

قدم الفيلسوف الإغريقي ديمقريطس من أبديرا Democritus of Abdera (حوالي ٤٦٠ – حوالي ٣٧٠ قبل الميلاد) فرضية أن الكون يتكون من فضاء فارغ وعدد هائل من الجسيمات غير المرئية، وبأنه بضمها والفصل بينها، نحصل على خلق واختفاء الأجسام.

وبعد قرن تقريبًا، أعطى فيلسوف إغريقي آخر هو أبيقور Epicurus (٣٤١-٢٧٠ قبل الميلاد) اسم الذرات لهذه الجسيمات. وبعد أكثر من عشرين قرنًا، في ١٧٣٨، كان دانيل بيرنولي أو من حاول إنشاء نظرية غازات تقوم على نموذج بنية ذرية، باستخدام حساب الاحتمالات، لكن معاصريه لم يعطوا اهتمامًا كثيرًا جدًا لأعماله. في بداية القرن التاسع عشر، قدم جون دالتون فرضية البنية الذرية مرة أخرى، وشارك أميديو آفوجادرو بفكرة الجزيئات المدمجة (ضغط عدة ذرات معًا) والجزيئات الأولية (مثل الذرات). بداية من منتصف القرن التاسع عشر، تم تطوير النظرية الحركية للغازات بواسطة جيمس بريسكوت جول، ورادولف كلاوسيوس، وجيمس كلارك ماكسويل، وفي ما بعد بواسطة لودفيج بولتزمان، الذي أقامها على تفسيره الإحصائي للقانون الثاني للديناميكا الحرارية. في ١٨٨١، اقترح هيرمان فون هلمهولتس، بعد تحليل أعمال مايكل فاراداي في التحليل الكهربائي، الطبيعة الذرية للكهرباء، وبعد ذلك اقترح جورج جونستون ستوني مصطلح إلكترون لوحدة الشحنة الكهربائية.

في ١٨٩٧، أعلن جوزيف جون طومسون عن الطبيعة الذرية للكهرباء مرة أخرى، نتيجة لدراساته حول أشعة الكاثود. ويُنسب إلى طومسون الاكتشاف الفعلي للإلكترون، وهو ما جعله يفوز بجائزة نوبل في الفيزياء ١٩٠٦. وبعد ذلك، اقترح طومسون نموذجًا للذرة يطلق عليه أحيانًا حلوى البرقوق plum pudding، حيث يعامل الذرة كشحنة موجبة تنطمر فيها الإلكترونات مثل البرقوق في الحلوى. وتم افتراض أن الإلكترونات تتذبذب حول مواقعها المتوسطة عندما تبث أو تمتص إشعاعًا.

## ٦-٣ تجربة رذرفورد:

في ١٨٨٤، نشر عالم الرياضيات السويسري جوهان جاكوب بالمر Johann Jakob Balmer نتيجة أبحاثه على بيانات طيف الهيدروجين. عندما تمت

دراسة إشعاع منبعث من الهيدروجين (مثلاً، بإنتاج ومضات قوس كهربائي داخل جرة تحتوي على غاز)، وُجد أن الطيف المرئي يتكون من سلسلة من الخطوط المتقطعة. قدم بالمر صيغة تجريبية لترددات الخطوط المختلفة:

$$\nu = cR\,(1/2^2 - 1/n^2), \qquad n = 3, 4, 5, \ldots, \qquad (6.3)$$

حيث $R = 1.09737 \times 10^5\ cm^{-1}$ هي ثابت رايدبرج Rydberg constant و c هي سرعة الضوء. وبعد ذلك، تم الوصول إلى صيغ مماثلة لسلاسل طيفية أخرى للهيدروجين.

في ١٩١١، قصف أرنست رذرفورد Ernest Rutherford (١٨٧١-١٩٣٧) صفيحة رقيقة من الذهب بجسيمات ألفا (وهي نوى هليوم، لها شحنة موجبة) واستنتج أن الذرات تتألف من نواة ثقيلة مشحونة إيجابيًا تتحرك حولها إلكترونات تشبه بالأحرى مجموعة كوكبية صغيرة جدًا. تلعب النواة دور الشمس، وتتحرك حولها الإلكترونات مثل الكواكب. تشير البيانات التجريبية إلى أن النواة تحتوي على أكثر من ٩٩.٨ في المائة من كتلة الذرة لكن نصف قطرها أصغر ب ١٠ ° من نصف قطر الذرة.

الفكرة الأساسية وراء تجربة رذرفورد بسيطة جدًا. افترض أن لدينا بالة من القش ونريد أن نعرف ما إذا كان داخلها أداة من الفولاذ مخبأة. ليس تحت تصرفنا أي أداة أخرى سوى بارودة صيد بطلقات فولاذ، ولا يمكننا فك بالة القش. كيف يمكننا معرفة ما إذا كانت الأداة مخبأة هناك؟ لو أننا أطلقنا بارودة الصيد ومرت الطلقات مباشرة فيها، فلا توجد أية أداة في البالة. لكن ارتدت بعض الطلقات، ولو قسنا زوايا انحرافها وعدد الطلقات التي تظهر عند كل زاوية أو عند فاصل بين زوايا، نحصل على معلومات أكثر بكثير حول الأداة، أي، يمكننا تحديد ما إذا كانت كبيرة أو صغيرة..إلخ.

حسب رذرفورد جسيمات ألفا المرتدة عند زوايا مختلفة في تجربته، حيث كانت "بارودة الصيد" جهاز انبعاث جسيمات ألفا، وكانت "بالة القش" لديه هي صفيحة

من ذهب. الفكرة الرئيسية كان أنه، حيث أن شحنة جسيمات ألفا موجبة، لو كان هناك نواة مشحونة إيجابيًا، يكون تأثير القصف ظهور تصادمات بين جسيمات ألفا والنوى، مماثل للتصادمات المرنة بين الطلقات والأداة المخبأة في القش. تلك كانت أول تجربة تتناولها الأخبار عن تشتت جسيم particle scattering في الفيزياء.

## ٦-٤ ذرة بور:

عند هذه النقطة، ظهر تناقض مع النظرية الكهرومغنطيسية. يقترح النموذج الكوكبي أن الإلكترونات تتحرك حول النواة في مدارات إهليلجية. ولكن في هذه الحالة، على الإلكترونات أن تتسارع باستمرار، وتبعًا للديناميكا الكهربائية، يجب أن تبث الشحنة المتسارعة إشعاعًا، وينتج عن ذلك فقد مستمر للطاقة، لذلك سيسقط الإلكترون في النهاية في النواة. ويضاف إلى ذلك، قد يعطي هذا الانبعاث للطاقة طيفًا مستمرًا. ورغم ذلك، أثبت علماء الطيف أن الذرات لا تبث طاقة بشكل مستمر، ولكن بشكل متقطع، على هيئة خطوط طيفية.



**الشكل ٦-٣**

عالم الفيزياء الدنماركي نيلز بور كان واحدًا من أبرز علماء الفيزياء في القرن العشرين.

في ١٩١٣، توصـــل عالم فيزيـاء شـــاب دنماركي، هو نيلـــز بور Niels Bohr (١٨٨٥-١٩٦٢)، الذي كان يتعاون مع رذرفورد، إلى طريقة لحل هذه الأزمة باستغلال أفكار كمية كان قد قدمها بلانك وأينشتاين. اقترح بور مسلمتين أساسيتين:

١- من بين كل مدارات الإلكترون، فقط المسموح بها تلك التي تكون فيها كمية الحركة للإلكترون مضاعف عدد صحيح لثابت بلانك المختزل $\hbar$، ولا يتم انبعاث طاقة بينما يظل الإلكترون في أي من هذه المدارات المسموح بها. ويطلق على مداراتها المستقرة stationary،

٢- عندما ينبعث إشعاع طاقة أو يتم امتصاصه بواسطة ذرة، يتم انبعاث هذه الطاقة أو امتصاصها على هيئة كمات وهي مضاعفات عدد صحيح لـ $h\nu$ $(= \hbar\omega)$، حيث $\nu$ هي تردد الإشعاع، وتتغير طاقة الذرة بهذا المقدار.

بعبارة أخرى، لو أن $E_i$ و$E_f$ هما الطاقة الأولية والنهائية لإلكترون في ذرة تبث إشعاعًا، يتحقق الشرط:

$$E_i - E_f = h\nu$$

بالنسبة للمدارات الدائرية، يشير شرط التكميم لبور (المسلمة الأولى) إلى أن:

$$Mvr = n\hbar, \quad \text{و } n \text{ عدد صحيح} \tag{6.4}$$

حيث m هي كتلة الإلكترون، و $v$ سرعته، و r نصف قطر مداره في الذرة. من جانب آخر، يظل الإلكترون في مداره بقوة كولوم Coulomb force، وهي تساوي في القيمة المطلقة القوة الجاذبة نحو المركز:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{r^2}. \tag{6.5}$$

من المعادلتين (٦-٤) و(٦-٥)، نحصل بسهولة على تكميم quantization نصف القطر والسرعة:

$$r_n = \frac{n^2\hbar^2}{e^2m}, \quad v_n = \frac{e^2}{n\hbar}.$$

ويؤدي حساب بسيط إلى التعبير التالي لطاقة الإلكترون في ذرة الهيدروجين:

$$E_n = -\frac{me^4}{2\hbar^2}\frac{1}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3 \ldots \tag{6.6}$$

نلاحظ أن المعامل الثابت في (٦-٦)، لو ضربنا وقسمنا ب $c^2$، يمكن كتابته كمتناسب مع $mc^2\alpha^2$، حيث $mc^2$ هي طاقة السكون للإلكترون تبعًا للفصل ٥، والثـابت بدون أبعاد $\alpha = e^2/4\pi\hbar c \simeq 1/137$، ما يطلـق عليه ثـابت البنية الدقيـق fine structure constant، يصف التفاعلات الكهرومغنطيسية في الذرة. وتبعًا للمسلمة الثانية، بالنسبة لتردد الخطوط الطيفية نحصل على:

$$\nu = \frac{E_f - E_i}{h} = \frac{2\pi^2 me^4}{h^3}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right). \tag{6.7}$$

وهنا $n_f = 2$ تعطي متسلسلة بالمر ($n_i$ تكون دائمًا أكبر من $n_f$)، بينما $n_f = 1, 3, 4, 5$ تعطي متسلسلة ليمان Lyman، باشن Paschen، براكيت Brackett وبفاند Pfund، على التوالي. تقع متسلسلة بالمر Balmer في المنطقة المرئية وبالقرب من منطقة فوق البنفسجي. ومتسلسلة ليمان في فوق البنفسجي، بينما الثلاثة الأخيرة في منطقة تحت الحمراء. يناظر الرقم:

$$\frac{2\pi^2 me^4}{ch^3} = 1.09740 \times 10^5 \text{cm}^{-1} \tag{6.8}$$

بشكل جيد قيمة ثابت رايدبرج للهيدروجين، وتمت تسميته تكريمًا لجوهانس روبرت رايدبرج Johannes Robert Rydberg (١٨٥٤-١٩١٩). قد يقارن القارئ مع (٦-٣)، ويلاحظ أن القيمة المتوقعة بالنظرية تتفق بشكل جيد جدًا مع النتيجة التجريبية.

المتسلسلات الطيفية المختلفة تنتج عن قفزات الإلكترون من حالات استثارة مختلفة إلى حالات ثابتة نهائية. على سبيل المثال، تنتج متسلسلة بالمر عن قفزات إلكترون من مستويات أولية $n_i = 3, 4, 5, ...$ إلى مستوى نهائي $n_f = 2$.

وتقود مسلمات بور إلى نموذج كاف لتفسير أطياف ذرة الهيدروجين، لكن في النهاية تم استبدالها بنظرية كمية أكثر اكتمالاً.

هناك تشابه تاريخي بين دور ميكانيكا الكم لبور في ما يخص الذرة وميكانيكا نيوتن في ما يخص الحركة الكوكبية. في الفصل ١، لاحظنا أنه، مع البدء بنتائج الرصد، تمت صياغة بعض القوانين التجريبية (قوانين كبلر)، وبالتالي قدم نيوتن النظرية: القانون الثاني للحركة وقانون التفاعل التجاذبي. هذه المرة كان هناك أيضًا نتائج تجريبية (صفة التميز للأطياف المنبعثة) وقوانين تجريبية (مسلسلة بالمر)، ثم نظرية فيزيائية تمت صياغتها، تقوم على مسلمات بور، ومنها يمكن استنتاج قوانين تجريبية.

ظلت ميكانيكا نيوتن ونظرية الجاذبية نافذة لأكثر من قرنين، حتى تم إثبات أنها حالات محدودة لنظريات أكثر عمومية، أي ميكانيكا النسبية لأينشتاين ونظرية الجاذبية.

بالعكس، أصبحت ميكانيكا الكم لبور (أو نموذج بور سومرفيلد للتكميم) عتيقة بعد وقت أقصر بكثير جدًا. كان النموذج غير كاف لوصف النظم الذرية الأكثر تعقيدًا، مثل ذرة الهليوم. وتجاهل لف الإلكترون ومبدأ الاستبعاد لباولي، وتناقض مع مبدأ عدم اليقين، حيث افترض مدارات تقليدية يمكن من خلالها معرفة الموقع وكمية الحركة في نفس الوقت. لذلك، بعد ما يقرب من اثني عشر عامًا، تم استبدال نموذج بور بميكانيكا كم جديدة بفضل إروين شرودنجر، وفرنر هيزنبرج، وماكس بورن، وبول أدريان موريس ديراك، وباسكال جوردان وآخرون. وكان لبور نفسه الامتياز، ليس فقط لمتابعة هذا التطور للنظرية الكمية، ولكن أيضًا في المساهمة بشكل مهم في تطويره.

## ٦-٥ معادلة شرودنجر:

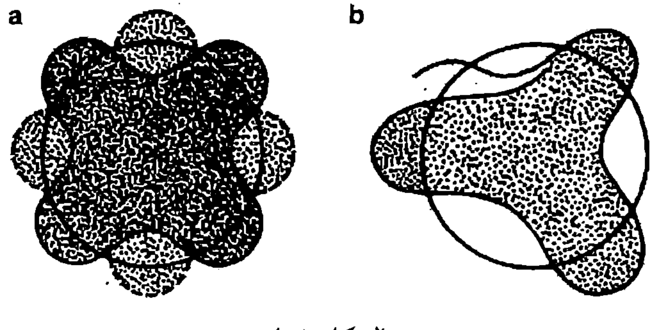
في ١٩٢٤، قدم لويس دو بروجلي Louis de Broglie (١٨٩٢-١٩٨٧) الاقتراح الجريء بأنه حيث للإشعاع سلوك مزدوج كموجات وكجسيمات، يجب أن تُظهر الجسيمات الذرية أيضًا مثلها مثل الإلكترونات خواص موجية. أي، لو كان لدينا العلاقة:

$$E = h\nu \quad (6.9)$$

بين الطاقة والتردد لأي جسيم، عندئذ يجب أن تكون لدينا العلاقة:

$$p = M\nu = h/\lambda \quad (6.10)$$

بين كمية الحركة وطول الموجة. هذا التأمل الذي قدمه بروجلي تم إثباته تجريبيًا بواسطة جورج باجيت طومسون George Paget Thomson (١٨٩٢-١٩٧٥)، وبشكل مستقل كلينتون جوزيف دافيسون Clinton Joseph Davisson (١٨٨١-١٩٥٨) وليستر هالبرت جيرمر Lester Halbert Germer (١٨٩٦-١٩٧١) في ١٩٢٧، عندما لاحظوا ظاهرة حيود الإلكترون في البللورات. حصل لويس بروجلي على جائزة نوبل في ١٩٢٩، وحصل عليها كليتون دافيسون وجورج طومسون في ١٩٣٧.




الشكل ٦-٤

(a) تبعًا لنموذج بروجلي، يجب أن يحتوي أي مدار مستقر على عدد صحيح من أطول الموجات الإلكترون.

(b) في الحالة العكسية، يجب أن يكون هناك تداخل بناء ومثل هذا المدار لن يوجد بالنسبة للإلكترون.

يمكن توضيح أن فرضية دو بروجلي أدت إلى ظهور حالات بور المستقرة. لكي يوجد إلكترون ذو مدار مستقر حول النواة، يجب أن يحتوي المدار المغلق على عدد صحيح من أطوال الموجات، وإلا تتداخل الموجات بشكل هدام (الشكل ٦-٤). عندئذ، لو أن r نصف قطر المدار، يجب أن يكون لدينا:

$$2\pi r = n\lambda. \quad (6.11)$$

ومع ذلك،

$$\lambda = h/m\nu. \quad (6.12)$$

لذلك،

$$rm\nu = n\hbar, \quad (6.13)$$

التي كانت أول مسلمة لبور.

كما اتضح بالفعل، لم تفسر نظرية بور، التي طورها في ما بعد أرنولد سومرفيلد Arnold Sommerfeld (١٨٦٨-١٩٥١) من بين آخرين، الظاهرة الذرية الجديدة. وفي نحو ١٩٢٥، عمل هيزنبرج، وجوردان وبورن على مصفوفة من الميكانيكا تختلف عن نموذج بور وأعطت نتائج متوافقة مع التجربة. ولأعماله على ميكانيكا المصفوفة، حصل فرنر هيزنبرج على جائزة نوبل في ١٩٣٢. ولكن في ١٩٢٦، كانت قد تمت خطوة رئيسية بواسطة إروين شرودنجر عندما نشر معادلة الموجة الشهيرة الخاصة به، التي كانت بداية ميكانيكا كمية جديدة، والتي من أجلها حصل على جائزة نوبل في ١٩٣٣. أوضح شرودنجر أيضًا التكافؤ بين ميكانيكا الموجة الخاصة به وميكانيكا المصفوفة لهيزنبرج، وهو ما كان لذلك طرقًا مختلفة للتعبير عن ميكانيكا الكم.

يمكن تلخيص الافتراضات الأساسية التي قدمها شرودنجر، والتي قادته إلى معادلته النهائية، كما يلي. هناك تشابه بين المعادلات الأساسية للميكانيكا التقليدية وتلك الخاصة بالبصريات الهندسية geometrical optics (نعود إلى التشابه بين مبدأ

هاملتون لأقل فعل least action ومبدأ فيرمات في البصريات، المذكور في الفصلين ١ و٤). بالتالي، لو كان لجسيمات ذرية خواص موجة، يجب أن تخضع لميكانيكا الموجة *التي يجب أن تحمل نفس العلاقة مع الميكانيكا التقليدية مثل ما تحمله بصريات الموجة* بالنسبة للبصريات الهندسية، تبعًا للمخطط التالي:

بصريات الموجة ← البصريات الهندسية

ميكانيكا الموجة ← الميكانيكا التقليدية

من حيث الماهية، الطريقة الرياضية للحصول على معادلة شرودنجر، هي كما يلي.

(a) أولاً تتم كتابة التعبير التقليدي عن طاقة نظام قيد البحث. يتم التعبير عن الطاقة الحركية بالنسبة لكمية الحركة الخطية:

$$\frac{1}{2m}[p_x^2 + p_y^2 + p_z^2] + U(r) = E, \tag{6.14}$$

حيث $p^2/2m$ و$U(r)$ و$E$ هي الطاقات الحركية، والوضعية والكلية، على التوالي، مثال ذلك، بالنسبة للإلكترون في ذرة هيدروجين $U(r) = -e^2/r$.

(b) يتم استبدال الكميات التقليدية بالعوامل، التي يرمز لها بالأحرف التي يعلوها رمز قبعة، تبعًا للقواعد التالية:

$$\begin{aligned} p_x &\to \hat{p}_x = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}, \\ p_y &\to \hat{p}_y = -i\hbar\frac{\partial}{\partial y}, \\ p_z &\to \hat{p}_z = -i\hbar\frac{\partial}{\partial z}, \\ E &\to \hat{E} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}. \end{aligned} \tag{6.15}$$

يتم تبديل الإحداثيات بأنفسها كعوامل، $\hat{x} = x, \hat{y} = y, \hat{z} = z$.

(c) يتم تكوين معادلة تفاضل لدالة الموجة، باستخدام إحلال (٦-١٥) في (٦-١٤)، وتطبيق النتيجة على دالة الموجة Ψ (r, t) :

$$-\left[\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)+U(r)\right]\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}, \quad (6.16)$$

حيث الكمية في الأقواس المربعة تسمى عامل هاملتون Hamiltonian operator. وفي ما يلي سيتم الرمز له ب $\hat{H}$، بحيث تتم كتابة (٦-١٦) ببساطة كما يلي:

$$\hat{H}\Psi = i\hbar\partial\Psi/\partial t$$

(d) بشكل عام، يتم حل (٦-١٦) بفرض بعض الشروط البسيطة، أي تكون Ψ دورية في الزمن (كما هو أمر أي حركة موجية)، تتلاشى عند اللانهاية، ويتم تسويتها بحيث $\int \Psi^*\Psi d^3x = 1$، حيث $\Psi^*$ هي الاقتران المركب complex conjugate ل Ψ. بالنسبة لذرة الهيدروجين، تتبع مسلمات بور وطاقات حالات السكون كنتيجة مباشرة:

$$E_n = -\frac{me^4}{2\hbar^2}\frac{1}{n^2}. \quad (6.17)$$

يضاف إلى ذلك، يتم بشكل خاص تكميم كمية الحركة الزاوية، أي ميل مدار الإلكترون يمكن اعتباره فقط مجموعة متميزة من القيم، اعتمادًا على قيمة n.

لكي تكون القيمة المتوسطة لعوامل الميكانيكا الكمية حقيقية، يجب أن تكون العوامل هرمتية Hermitian أو مضمومة ذاتيًا self-adjoint. وهذا يعني، لو كانت F عامل، يجب أن يحقق متوسطها $\langle F\rangle = \langle F\rangle^*$ . ويمكن كتابة ذلك بوضوح كما يلي:

$$\int\int d\mathbf{r}\varphi^* F\varphi = \int\int d\mathbf{r}\varphi F^*\varphi^*$$

حيث φ دالة في x, y, z وتشير * إلى الاقتران المركب. لو كان العامل مصفوفة $M_{ij}$، يكون الشرط هو $M_{ij} = M^*_{ji}$ أي يجب أن يكون اقتران مركب لمغكوسه (يتم الحصول على المصفوفة المعكوسة بتبديل الصفوف والأعمدة). مع الرمز للمعكوس بالرمز t، يكون الاقتران الهرمتي ل $M_{ij}$ هو $M^{t*}_{ij} = M^*_{ji}$ .

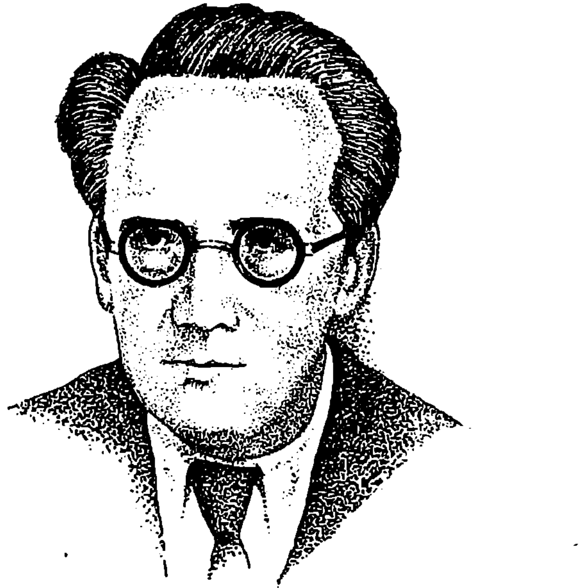
والعامل الأحادي U هو عامل يكون اقترانه الهرمتي هو معكوسه، أي $U'^{*}U = 1, \text{ or } U^{-1} = U'^{*}$ . ومن الشائع تبسيط مجموعة الرموز للاقتران الهرمتي بوضع $U'^{*} = U^{\dagger}$ . وفي هذا الرمز تتم قراءة العلاقتين الأخيرتين على أنهما $U^{\dagger}U = U^{\dagger}U$ و $U^{-1} = U^{\dagger}$ .

## ٦-٦ دالة الموجة:

فسر شرودنجر $\Psi$ (x, y, z, t) كمجال موجة، ومنها يمكن افتراض أن الجسيم مثل الإلكترونات قد يكون شيء يشبه رزمة موجة، شبيه بنبضة إشعاع في الشكل ٤-١٨. لكن هذه الفكرة غير ناجحة. من بين المشاكل الأخرى، يمكن لرزمة الموجة wave packet أن تشتت وتدمر نفسها في وقت قصير جدًا. ورغم ذلك، فإن مصطلح "رزمة موجة" يستخدم كثيرًا للإشارة إلى جسيمات ميكانيكا الكم، بصفة مزدوجة.

كان ماكس بورن Max Born (١٨٨٢-١٩٧٠) أول من فسر سعة دالة الموجة باعتبارها كمية مصحوبة باحتمال تحديد موقع الجسيم عند نقطة محددة، وحصل ماكس بورن على جائزة نوبل في الفيزياء في ١٩٥٤. وتبعًا لتفسير بورن، يعتبر المربع $|\Psi|^2$ لسعة دالة الموجة هو كثافة احتمال العثور على جسيم عند نقطة معينة. لو تم حساب دالة الموجة لإلكترون في ذرة هيدروجين، لوجدنا أن $\Psi$ تعتمد على ثلاثة أعداد صحيحة n, $\ell$, m. يحدد الأول من بينها، n، الطاقة بينما يكون الثاني $\ell$ مصحوبًا بكمية الحركة الزاوية، والثالث m، تصاحبه مركبة كمية الحركة الزاوية على أحد محاور الإحداثيات. (قد يكون من الضروري وجود عدد رابع ليصف اللف أو كمية الحركة الزاوية الحقيقية للإلكترون).

العدد n عدد صحيح موجب وأكبر دائمًا من $\ell$، وهو أيضًا عدد صحيح موجب، بينما، بالنسبة لقيمة معطاه ل $\ell$، يمكن للعدد m أن يتخذ كل قيم أعداد صحيحة من $\ell$ - إلى $\ell$.



الشكل ٦-٥

عالم الفيزياء النمساوي إروين شرودنجر، تعتبر معادلته الشهيرة أحد أحجار أساس الفيزياء الحديثة. وعمل في الكثير من المجالات الأخرى، خاصة في الفيزياء الإحصائية.

بالنسبة لكل من الأرقام الثلاثة $n, \ell, m$، دالة الموجة $\Psi$ هي دالة لها إحداثيات $x, y, z$، والزمن $t$، وهي تصف حالة كمية للإلكترون في ذرة الهيدروجين حيث الطاقة، وكمية الحركة الزاوية، ومركبة كمية الحركة الزاوية في اتجاه معين هي كميات معرفة جيدًا.

بجانب هذه الأرقام الثلاثة، لكي نصف بشكل كامل حالة الإلكترون، من الضروري أن نخص بالذكر لفه أو كمية الحركة الزاوية الحقيقية. هذا رقم آخر كمي $s$ قيمته $1/2$ بوحدات $\hbar$، لكن الأكثر إثارة للاهتمام هو عدد يصف بالتحديد توجه اللف عبر محور ما، $m_s$ (نظير الرقم $m$). يمكن لهذا الرقم $m_s$ أن يأخذ قيم $\pm 1/2$. لذلك قد تتصف حالة الإلكترون في ذرة بمجوعة من أربعة أرقام $n, \ell, m, m_s$. على سبيل

المثال، لو أن $n = 2$، قد تتخذ $\ell$ القيمتين 0 و1. في الحالة الأولى، قد يكون لدينا فقط $m = 0$، وفي الثانية قد تأخذ $m$ القيم $-1, 0, 1$، بينما قد تأخذ $m_s$ القيمتين 1/2 و1/2-. عندئذ يمكن وصف الحالة الخاصة للإلكترون، على سبيل المثال، بمجموعة من أربع أعداد $(n, \ell, m, m_s) = (2, 1, -1, -1/2)$ (انظر الجدول ٦-١).



الشكل ٦-٦

عالم الفيزياء الألماني فرنر هيزنبرج، الذي صاغ أسس ميكانيكا الكم الحديثة على هيئة مصفوفة، مستقلاً عن شرودنجر.

بعكس الحالة التقليدية، تتخذ كميات الطاقة، وكمية الحركة الزاوية، ومركبة z لكمية الحركة الزاوية قيمًا مميزة. (لاحظ أن اللف هو حالة خاصة لكمية الحركة الزاوية، جوهري بالنسبة للجسيم ومستقل عن كمية الحركة الزاوية المدارية $\ell$). لكن هناك اختلاف بالغ الأهمية.

في الحالة التقليدية، يمكن أن نعرف من حيث المبدأ موقع الجسيم بدقة، لو أن القيم الدقيقة للطاقة وكمية الحركة الزاوية كانتا معروفتين أيضًا. في الحالة الكمية لا يكون الأمر كذلك. دالة الموجة Ψ التي تصف الإلكترون تعتمد على الإحداثيات، أي، قيمتها تعتمد على إحداثيات نقطة في المكان الذي نضعه في الاعتبار. قد تكون هذه الإحداثيات، مثلاً، المسافة من الإلكترون إلى النواة وزاويتان تحددان موقعه في المكان. دع $\Psi_n$ تناظر قيمة ذاتية للطاقة، أي:

$$\hat{H}\,\Psi_n = E_n\,\Psi_n, \tag{6.18}$$

**الجدول ٦-١**

**القيم الذاتية لكميات تحدد حالة الإلكترون في الذرة.**

| التعبيرات العامة | قيم خاصة لـ $n = 2,\ l = 1$، $m = -1,\ m_s = -1/2$ |
|---|---|
| الطاقة $= -\frac{me^4}{2\hbar^2}\frac{1}{n^2}$ | $E = -\frac{me^4}{2\hbar^2}\frac{1}{4}$ |
| مربع كمية الحركة الزاوية $L^2 = l(l+1)\hbar^2$ | $L^2 = 2\hbar^2$ |
| المركبة z لكمية الحركة الزاوية $L_z = m\hbar$ | $L_z = -\hbar$ |
| المركبة z للف $S_z = m_s\hbar$ | $S_z = -1/2\ \hbar$ |

حيث $n = 1, 2, \ldots$. وهذه معادلة قيمة ذاتية eigenvalue تقليدية. في الحالة الذرية، تعتمد الدالة $\Psi_n$ أيضًا على أرقام كمية أخرى، مثل $l, m, m_s$، وهي غير مكتوبة بوضوح في (٦-١٨). ويطلق على الطاقة الدنيا حالة الهمود، ولا تتخذ قيم متعددة في أغلب الحالات. (أكثر من حالة كمية واحدة لنفس القيمة الذاتية للطاقة).

في (٦-١٨)، قد تظل قيم الإحداثيات غير مؤكدة، وبالنسبة لحالة ذات طاقة محددة يمكن الحديث فقط حول احتمال أن يكون الإلكترون في منطقة ما. بالنسبة لحالة الهمود $n = 1$، يكون احتمال $P(r)$ العثور على الإلكترون عند مسافة $r$ من النواة منحنى على الهيئة الموضحة في الشكل ٦-٧. يناظر الاحتمال الأقصى القيمة $r_0 = \hbar^2 / me^2$، أي نصف القطر المناظر لنظرية بور بالنسبة لـ $n = 1$.

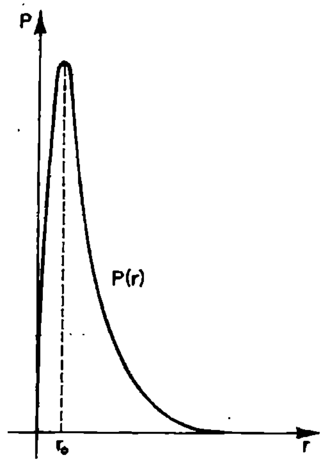
يجب أن تتضمن دالتنا للموجة لفًا. لفعل ذلك، يجب ضرب $\Psi$ في دالة $\Psi_s$ التي لا تعتمد على الإحداثيات، وتفسر الجزء من دالة الموجة الذي يعتمد على متغيرات اللف. يمكن أن يكون لدينا حينئذ دالة موجة تصف الإلكترون بشكل كامل.

ما الذي يحدث لو أننا قمنا بالقياس لتحديد موقع الإلكترون بالضبط؟ عندئذ قد يكون الإلكترون في حالة تكون فيها الطاقة وكمية الحركة الزاوية غير مأكدتين بشكل كامل؟ أي، لو أنه تم تحديد الموقع عند لحظة ما، لن يكون للطاقة وكمية الحركة الزاوية قيم محددة عند هذه اللحظة.

تلك نتيجة مبدأ عدم اليقين لهيزنبرج، الذي أشرنا إليه سابقًا. كتبنا علاقات عدم اليقين بين الموقع وكمية الحركة على المحور $x$، أي:

$$\Delta p x \Delta x \sim h. \qquad (6.19)$$

كما تمت الإشارة سابقًا، العلاقة (٦-١٩) مشابهة جدًا ل (٤-٣٤)، ونموذجية بالنسبة لحركة الموجة. دعنا نعود إلى مسألة الانكسار في الفصل ٤. فوتون له رقم موجة $k = 2\pi/\lambda$ يمر عبر الشق، له عرض $D$. عدم يقينه في الموقع يتم الحصول عليه بعرض الشق على المحور $y$، $\Delta y = D$. ويغير الانكسار كمية حركته على المحور $y$ في الكمية $\Delta p = \hbar \Delta k_y$. يمكننا تقدير الكمية $\Delta k_y = k \sin \Theta$ كما هو موضح في الشكل ٤-٩. وحيث أن $\Theta$ صغيرة، فإن $\sin \Theta \sim \tan \Theta \sim \Theta = y/R$. وتبعًا للرسم البياني في الشكل ٤-١٠، $y \sim R\lambda/D$. عندئذ $\Theta \sim \lambda/D$، ومنها $\Delta k_y \sim 2\pi / D$. وهذا يتضمن $\Delta y \Delta k_y \sim 2\pi$ و $\Delta y \Delta p_y \sim h$. هكذا نجد علاقة عدم يقين للمتغيرين المقترنين عكسيًا $y$ و $p_y$.




الشكل ٦-٧

توزيع الاحتمال لمسافة الإلكترون في ذرة الهيدروجين، تبعًا لميكانيكا الكم الجديدة، يتم رسمه لحالة الهمود، أي حالة الطاقة الدنيا. يناظر الاحتمال الأقصى نصف قطر بور، أي قيمة نصف قطر المدار الذي يتنبأ به نموذج بور ل $n = 1$.

ورغم ذلك، إذا واصلنا على أسس أكثر عمومية قد نصل إلى وثبة أكثر انخفاضًا لو وضعنا في اعتبارنا للحظة ما يطلق عليه حزمة موجة عدم اليقين الأقصى. دعنا نبدأ من دالة الموجة:

$$\psi(x) = Ae^{\frac{i}{\hbar} p_0 x - \frac{\alpha x^2}{2\hbar}}, \qquad (6.20)$$

وهي موجة مسطحة تغيرت خواصها بجاوسي مركّز عند قيمة متوسطة $x = \bar{x} = 0$ و A ثابت التسوية normalization. وتكوّن كثافة الاحتمال لأي قيمة ل x هي:

$$|\psi(x)|^2 = |A|^2 e^{-\alpha x^2/\hbar}. \qquad (6.21)$$

والتي يجب تسويتها إلى واحد، أي:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1$$

شرط التسَوية يعطي علاقة بين الثابتين A و$\alpha$، وهو $A^2 = \sqrt{\frac{\alpha}{\pi\hbar}}$ .

عدم اليقين في الموقع يتم تحديده تبعًا لكينارد باعتباره الانحراف المعياري، أي جذر متوسط مربع الانحراف للموقــع عن متوسطـه، وتعبيره هو $\Delta x = \sqrt{\langle(x-\bar{x})^2\rangle}$ بحساب المتوسطات، نحصل على $\Delta x = \sqrt{\hbar/2\alpha}$ .

في مكان كميــة الحركة، تكون دالة الموجة هي تحويل فورييــه من (٦-٢٠)، أي

$$\tilde{\psi}(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int dx\, \psi(x) e^{-\frac{i}{\hbar}px}$$

يمكن أن نوضح بسهولة أن تعبيره هو:

$$\tilde{\psi}(p) = \frac{A}{\sqrt{\alpha}} e^{-(p-p_0)^2/2\hbar\alpha}, \qquad (6.22)$$

مما يؤدي إلى كثافة احتمال في مكان كمية الحركة باعتباره $|\tilde{\psi}(p)|^2 = \frac{A^2}{\alpha} e^{-(p-p_0)^2/\hbar\alpha}$ .

والانحراف المعياري، أو عدم اليقين، في p هو $\Delta p = \sqrt{\langle(p-\bar{p})^2\rangle} = \sqrt{\langle p^2\rangle - \bar{p}^2}$ .

ويعطي الحساب القصير للمتوسطات $\Delta p = \sqrt{\hbar\alpha/2}$ . بذلك، نجد أن

$$\Delta x \Delta p = \frac{1}{2}\hbar. \qquad (6.23)$$

لو فسرنا الانحرافات المعيارية باعتبارها تعني حالات عدم اليقين، فإن الحد الثاني من (٦-٢٣) يثبت القفزة الأكثر انخفاضًا للتعبير (٦-١٩). ويتم الحصول على الصيغة العامة $\Delta x \Delta p_x \geq \hbar/2$ بالبدء من مبدل commutator المؤثرين غير التبديليين noncommuting.

كما في الحالة التقليدية، بالنسبة لجسيم يتحرك في مجال قوة مركزيــة، مثل الإلكترون في ذرة هيدروجين، من المناسب أكثر في الحالة الكمية، بدلاً عن كمية الحركة الخطية، استخدام كمية حركة زاوية لوصف حالة الحركة، بالإضافة إلى الطاقة.

في هذه الحالة، لو تم تحديد طاقة الحركة، فإنه من الممكن فقط أن نعرف في نفس الوقت كمية الحركة الزاوية ومركبتها على محور إحداثيات واحد. عندئذ يكون عدم التحدد indeterminacy في موقع الإلكترون بالنسبة للنواة (الذي يمكن معرفته فقط باحتمال معين) هو نتيجة المعرفة الدقيقة للطاقة وكمية الحركة الزاوية.

كما رأينا بالفعل، مؤثرات operators ميكانيكا الكم تكون مصحوبة بكميات يمكن رصدها. والقياس الكمي لأحد هذه الأشياء التي يمكن رصدها يؤدي إلى واحد من القيم الذاتية لهذه المؤثرات. يمكن معرفة كميتين p وq في نفس الوقت لو أن العاملين الكميين المناظرين $\hat{P}$ و $\hat{Q}$ يتبادلان، أي، لو أن:

$$\hat{Q}\hat{P} - \hat{P}\hat{Q} = 0. \qquad (6.24)$$

ولكن إذا كان $\hat{Q}\hat{P} - \hat{P}\hat{Q} \neq 0$ ، ليس من الممكن معرفة p وq في نفس الوقت. بالنسبة للموقع وكمية الحركة، قد يكون المؤثران المناظران هما مؤثر الموقع $\hat{Q} = x$ ومؤثر كمية الحركة $\hat{P} = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$ . وبالتطبيق على دالة الإحداثيات $f(x)$، يمكن التحقق من أن:

$$(\hat{Q}\hat{P} - \hat{P}\hat{Q})f(x) = i\hbar f(x). \qquad (6.25)$$

مؤثر هاملتون $\hat{H}$ للإلكترون في ذرة الهيدروجين له الهيئة:

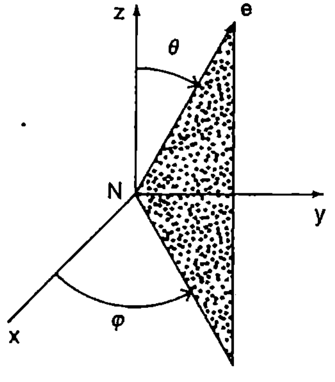
$$\hat{H} = \frac{\hat{P}_r^2}{2m} + \frac{\hat{L}^2}{2mr^2} - \frac{e^2}{r}, \qquad (6.26)$$

حيث $\hat{P}_r$ هي المركبة النصف قطرية لكمية الحركة الخطية، و $\hat{L}$ هي كمية الحركة الزاوية الكلية، و r هي المسافة من الإلكترون حتى النواة. وهذا العامل $\hat{H}$ لا يتبادل مع r، حيث أنه يحتوي على عامل كمية حركة $\hat{P}_r$ . ولا يتبادل أيضًا مع $\hat{P}_r$، لكنه يتبادل مع $\hat{L}^2$ و$\hat{L}_z$، حتى رغم أنه لا يتبادل مع الزاويتين Θ وφ اللتان تحددان مع r موقع الإلكترون (الشكل ٦-٨). من كل هذا، ينتج أنه لو كانت الطاقة الكلية معروفة، من الممكن في نفس الوقت معرفة كمية الحركة الزاوية الكلية ومركبتها في

اتجاه معطي، لكن المسافة r والزاويتين Θ وφ، اللتان تحددان موقع الإلكترون فإنه لا يمكن معرفتهما بدقة. ورغم ذلك، من الممكن معرفة القيم المتوسطة. لــو أن $\Psi_a(\mathbf{r})$ هي دالة الموجة و $\Psi_a^*(\mathbf{r})$دالة موجة المقترن – المركب complex-conjugate في هذه الحالة، فإن القيمة المتوسطة لموقع الإلكترون بالنسبة للنواة يتم الحصول عليها بواسطة التعبير:

$$\langle r \rangle = \int \Psi_a^*(\mathbf{r})\, r\, \Psi_a(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \qquad (6.27)$$

حيث يمتد العدد الصحيح على كل المكان والرمز السفلي α يمثل مجموعة الأرقام الكمية (n, l, m).




الشكل ٦-٨

**موقع إلكترون في نظام متمركز في النواة N، معطى في إحداثيات كروية r, θ, φ.**

بالمثل، يمكننا الحصول على القيم المتوسطة لكميات أخرى لا يمكن معرفة قيمها بدقة في الحالة الكميـة $\Psi_a$. ويمكن توضيـح أن هذه القيـم المتوسطة تحقق معادلات الحركة التقليدية، وهي نتيجة معروفة باسم مبرهنة إهرنفيست، تكريمًا لمن اكتشفها، بول إهرنفيست Paul Ehrenfest (١٨٨٠-١٩٣٣).

يجب أن نلاحظ أن ميكانيكا الكم يمكن صياغتها أيضًا بالنسبة إلى تكاملات المسار، الذي يعمم مبدأ أقل فعل للميكانيكا التقليدية. لحساب سعات كمية، فإنها تحل محل المسار الكلاسيكي للنظام الفيزيائي في المكان والزمن، مع جمع مالانهاية من المسارات الممكنة. تم تطوير طريقة تكاملات المسار في ميكانيكا الكم بواسطة ريتشارد فينمان Richard Feynman (١٩١٨–١٩٨٨)، بدءًا من ملاحظة متبصرة قدمها بول ديراك في ١٩٣٣.

لاحظ أيضًا التشابه بين معادلة الانتشار (٢–٥٩) ومعادلة شرودنجر (٦–١٦)، التي تقترح أن معادلة شرودنجر هي معادلة انتشار مع معامل انتشار متخيل. بالمناسبة، تم تطوير طريقة تكامل المسار في البداية للحركة البراونية بواسطة عالم الرياضيات نوربرت وينر Norbert Weiner (١٨٩٤–١٩٦٤)، في بداية عشرينيات القرن العشرين.

## ٦–٧ المؤثرات والحالات في ميكانيكا الكم:

الشكلية الرياضية mathematical formalism في ميكانيكا الكم قامت من الناحية الأساسية على جبر المتجه الخطي. وفي ما يلي سوف نعرّف القارئ بهذه الشكلية، ونقدم في نفس الوقت رمز bra-ket (برا – كيت) الذي اقترحه ديراك في ١٩٣٩.

يتم وصف حالة الجسيم المجهري في ميكانيكا الكم بدالة سوف نرمز لها ب $|\psi\rangle$ (متجه كيت ket vector)، وهو عنصر متجه مكان (أو خطي). والمثال المألوف أكثر من غيره للمكان المتجه space vector هو مكان إقليديسي له ثلاثة أبعاد لمتجهات شعاعية radius-vectors. على مستوى تجريدي، كل خواص المتجهات الشعاعية تستجيب لذلك أيضًا بمتجهات الحالة لميكانيكا الكم. بُعد المكان لمتجهات الحالة يعتمد على خواص النظام، غالبًا في الكثير من الأحيان يكون هذا البعد لانهائي.

بالنسبة لمكان متجه، فإن البعد يكون عدداً من العناصر لأساس مكان، ويتم تعريف الأساس باعتباره مجموعة فرعية لمتجهات مستقلة خطيًا، مثل أي عنصر آخر لمكان متجه يمكن كتابته بالنسبة لمتجهات أساس. رياضيًا، بافتراض بعد محدود n، يمكن كتابة الاستقلال الخطي للمتجهات $|\psi_1\rangle, |\psi_1\rangle, |\psi_1\rangle, \ldots$ باعتباره الشرط:

$$c_1|\psi_1\rangle + c_2|\psi_2\rangle + \ldots + c_n|\psi_n\rangle = 0, \tag{6.28}$$

وهو نافذ إذا وإذا فقط تلاشت كل المعاملات، $c_1 = c_2 = \ldots = c_n = 0$.
والعنصر الاختياري لمكان متجه $|\psi_1\rangle$ يكون اتحاد خطي لمتجهات أساس:

$$|\psi\rangle = \sum_{i=1}^{n} a_i|\psi_i\rangle, \tag{6.29}$$

حيث $i = 1, 2, \ldots, n$ ،$a_i$ أعداد مركبة.

يتم تعريف متجه برا bra vector $\langle\psi|$ باعتباره مترافق هرميتي Hermitian conjugate لكيت ket $|\psi\rangle$. وأبسط طريقة للتعبير عن ترافق هرميتي هو بتبني تمثيل مصفوفة من متجهات كيت، تشابه تلك الخاصة بالمتجه الشعاعي في مكان إقليدسي. عندئذ يعني الترافق هيرميتي، المرموز له ب $\dagger$ ، مصفوفة نقل وترافق مركب:

$$\langle\psi| = |\psi\rangle^\dagger = (|\psi\rangle^*)^T. \tag{6.30}$$

بعبارة أخرى، لو أن الكيت (٦-٢٩) تمت كتابته كمتجه عمودي column vector:

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$$

يكون البرا المناظر هو متجه سطري row vector:

$$\langle\psi| = \left(a_1^* \; a_2^* \; \ldots \; a_n^*\right)$$

يتم تعريف حاصل الضرب الداخلي أو حاصل الضرب العددي لمتجهات حالة، $\langle\psi|\phi\rangle$ ، وهو عدد مركب. والكمية الحقيقية $\langle\psi|\psi\rangle$ يجب أن تكون موجبة بالضرورة:

$$\langle\psi|\psi\rangle \geqslant 0$$

ويتم تسمية $\sqrt{\langle\psi|\psi\rangle}$ معيار متجه الحالة $|\psi\rangle$. ويضاف إلى ذلك، في ميكانيكا الكم يجب أن تكون مثل هذه المعايير محدودة. واحتمال أن يكون الجسيم في حالة كمية معينة هو $\langle\psi|\psi\rangle$ .

هناك بعض الافتراضات الأخرى بأن مجموعة حالات المتجهات لنظام ميكانيكي كمي يجب أن تتحقق، لكننا لن ندرجها هنا، حيث أنها تتطلب المزيد من خلفية المعرفة بالحساب. ومكان متجهات الحالة هو مثال خاص لمكان هيلبرت.

أساس المكان المتجه ليس فريدًا من نوعه. نتذكر من جديد، للتوضيح، المكان الإقليدسي: يمكننا اختيار نظام الإحداثي الديكارتي، أو نظام كروي أو اسطواني. يناظر كل من هذه النظم اختيار أساس basis مختلف. بالطبع، في كل أساس، يكون عدد العناصر هو نفسه.

من المعتاد اعتبار أن متجهات الأساس تحقق الخاصية:

$$\langle\psi_i|\psi_j\rangle = \delta_{ij}, \quad \text{for any} \quad i, j = 1, 2, \ldots, n. \quad (6.31)$$

في هذه الحالة نقول إن الأساس متعامد orthonormal (معيار كل متجه أساس 1، وتكون المتجهات متعامدة كل منها مع الآخر، تمامًا مثل اتجاهات محاور الإحداثيات في النظام الديكارتي). عندئذ، لو كان لدينا متجهي حالة:

$$|\psi\rangle = \sum_{i=1}^{n} a_i |\psi_i\rangle,$$

$$|\phi\rangle = \sum_{i=1}^{n} b_i |\psi_i\rangle,$$

باستخدام (٦-٣٠) و(٦-٣١)، نجد حاصل ضربها العددي بالنسبة لمعاملات التمدد:

$$\langle\psi|\phi\rangle = \sum_{i=1}^{n} a_i^* b_i. \qquad (6.32)$$

لاحظ أن معاملات التمدد هي في الواقع حاصلات ضرب عددية لمتجه الحالة في متجهات الأساس:

$$a_i = \langle\psi_i|\psi\rangle, \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

عندئذ، من:

$$|\psi\rangle = \sum_{i=1}^{n} \langle\psi_i|\psi\rangle|\psi_i\rangle = \left(\sum_{i=1}^{n} |\psi_i\rangle\langle\psi_i|\right)|\psi\rangle,$$

نستنتج أن:

$$\sum_{i=1}^{n} |\psi_i\rangle\langle\psi_i| = \mathbf{1}, \qquad (6.33)$$

جيث 1 وحدة مؤثر. في التمثيل بمصفوفة، يكون مصفوفة واحدية n x n.

الكميات الفيزيائية، على سبيل المثال الإحداثي، وكمية الحركة، والطاقة، وكمية الحركة الزاوية..إلخ، يتم تمثيلها في ميكانيكا الكم بمؤثرات خطية تعمل في مكان متجهات الحالة. عادة، يتم الرمز للعامل المصاحب ل A القابل للملاحظة ب $\hat{A}$. وبعكس الميكانيكا التقليدية، يتم اختيار القيم المقاسة لما يمكن ملاحظته في النظام الكمي بالمعادلة:

$$\hat{A}|\psi_i\rangle = A_i|\psi_i\rangle, \qquad (6.34)$$

حيث $|\psi_i\rangle$تسمى متجهات ذاتية eigenvectors للعامل Â وِ$A_i$ يسمى قيم ذاتية. العثور على الحالات الذاتية والقيم الذاتية لمؤثر يكافئ العثور على طيف spectrum المؤثر. أسس الحالات المستخدمة في ميكانيكا الكم هي مجموعات من المتجهات الذاتية لمؤثرات مختلفة.

كما يتم تمثيل الحالات بمتجهات عمودية أو سطرية، يتم عادة تمثيل المؤثرات بمصفوفات عناصرها أعداد مركبة يتم التعبير عنها ب $\langle\psi_i|\hat{A}|\psi_j\rangle$ .

يجب أن تكون القيم الذاتية لمؤثر مصحوب بما يمكن ملاحظته حقيقية (حيث أنه من المتوقع أن تكون نتيجة قياس)، وهو ما يؤدي، بنظرية الجبر الخطي، إلى متطلب أن تكون العوامل هرمتية Hermitian، $\hat{A} = \hat{A}^{\dagger}$. دعنا نفترض أن النظام الميكانيكي الكمي مجهز لكي يكون في حالة:

$$|\psi\rangle = \sum_i c_i|\psi_i\rangle$$

حيث $|\psi_i\rangle, i = 1, 2, \ldots, n$ يشكل مجموعة كاملة ومتعامدة لمتجهات ذاتية لمؤثر Â. والنظام بيقين (وحدة احتمال) في هذه الحالة، لذلك:

$$\langle\psi|\psi\rangle = 1$$

أو، باستخدام (٦-٣٢):

$$\sum_i |c_i|^2 = 1. \qquad (6.35)$$

الجمع الخطي لمتجهات الأساس يعني، من الناحية الفيزيائية، أن النظام هو بالفعل في تراكب حالات ذاتية ل Â، وتخبرنا معاملات $c_i$ عن مساهمة الحالة الخالصة $|\psi_i\rangle$بالنسبة للحالة الفعلية للنظام. والنتيجة (٦-٣٥) يتم تفسيرها كما يلي: مع النظام

في الحالة $|\psi\rangle$ تكون $|c_i|^2$ هيَ احتمال أنه، عند اختبار القابل للملاحظة A، نقيس القيمة الذاتية $A_i$. ويمكن أن نرى أنه، تبعًا لمبدأ التراكب، بينما يكون النظام الكمي في حالة معطـــاة، يـمكن لقياس قابل للملاحظـة معين أن يعطي، باحتمـــالات معينة، قيم مختلفة.

إحدى النتائج المهمة لميكانيكا الكم، المعبر عنها في النظرية، هما مؤثران، $\hat{A}$ و $\hat{B}$ ، اللذان يتبادلان، $[\hat{A}, \hat{B}] = 0$، لهما مجموعة مشتركة من المتجهات الذاتية. من الناحية الفيزيائية، هذا يعني أنه يمكننا أن نقيس في نفس الوقت القابلين للملاحظة المناظرين للمؤثران التبادليان. وعلاقة التبادل الشهيرة لهيزنبرج، التي قدمناها سابقًا، تخبرنا بأن مؤثر الإحداثي $\hat{x}$ ومؤثر كمية الحركة $\hat{p}$ لا يتبادلان:

$$[\hat{x}(t), \hat{p}(t)] = i\hbar$$

لذلك لا يمكن قياسهما في نفس الوقت. وهذا يفسر سبب أن مسار جسيم ميكانيكا الكم غير قابل للتحديد من حيث المبدأ. كتبنا علاقة التبادل لنظام بعد واحد وسوف نواصل هذا التبسيط. والتعميم إلى مكان له المزيد من الأبعاد هو أمر مباشر. يجب التأكيد على أن علاقة التبادل السابقة لا يمكن أن تتحقق بالنسبة للمصفوفات المحدودة، لكن بالنسبة للمؤثرات (٦-١٥) التي قدمها شرودنجر.

إحدى مجموعات الحالات الذاتيـــة المهمة هي تلك الخاصـــة بمؤثر الإحداثي $\hat{x}$

التي تحقق:

$$\hat{x}|x\rangle = x|x\rangle \tag{6.36}$$

والتي يتم تسويتها كما يلي:

$$\langle x|x'\rangle = \delta(x - x'). \tag{6.37}$$

مؤثر الإحداثي له طيف مستمر (لذلك فإن مجموع متجهات الأساس يصبح تكامل)، يتم التعبير عن كماله باعتباره:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx|x\rangle\langle x| = \mathbf{1}$$

بالمثل، لدينا مجموعة حالات ذاتية لمؤثر كمية الحركة $\hat{p}$ ، الذي يناظر القيمة الذاتية p:

$$\hat{p}|p\rangle = p|p\rangle, \quad \langle p|p'\rangle = \delta(p-p'), \tag{6.38}$$

ومنه

$$\int_{-\infty}^{\infty} dp\, |p\rangle\langle p| = \mathbf{1}. \tag{6.39}$$

ماذا يمكن أن يكون معنى دالة الموجة بالتقييم المركب في هذه الشكلية؟ دعنا نمد متجه حالة النظام، $|\psi(t)\rangle$ على أساس إحداثي الحالات الذاتية:

$$|\psi(t)\rangle = \int dx\, |x\rangle\langle x|\psi(t)\rangle$$

معامل $\langle x|$ في هذا التمدد،

$$\Psi(x,t) = \langle x|\psi(t)\rangle, \tag{6.40}$$

هو ما أطلقنا عليه سابقًا دالة الموجة. وهنا نجده وهو يعني إسقاط هوية أكثر تجريدًا، متجه الحالة $|\psi(t)\rangle$ على إحداثي الحالات الذاتية $\langle x|$، ونطلق عليه دالة الموجة في تمثيل الإحداثي coordinate represntation. هناك أيضًا تمثيل كمية الحركة في دالة الموجة، ويتم تعريفه بالمثل باعتباره:

$$\tilde{\Psi}(p,t) = \langle p|\psi(t)\rangle. \tag{6.41}$$

المضروب العددي لمتجهات الأساس في الإحداثي وتمثيل كمية الحركة يتم تحديده بسهولة باستخدام (٦-٣٧) و(٦-٣٩):

$$\delta(x-x') = \langle x|x'\rangle = \int dp\, \langle x|p\rangle\langle p|x'\rangle,$$

وتمدد فوريه Fourier expansion للدالة $\delta$:

$$\delta(x-x') = \frac{1}{2\pi\hbar}\int dp\, e^{\frac{i}{\hbar}p(x-x')}.$$

بمساواة الدالتين المراد إيجاد التكامل لهما integrands، نحصل على:

$$\langle x|p\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}e^{\frac{i}{\hbar}px},$$
$$\langle p|x'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}e^{-\frac{i}{\hbar}px'}. \qquad (6.42)$$

وباستخدام المعادلة (٦-٤٢)، نجد أن:

$$\Psi(x,t) = \langle x|\psi(t)\rangle = \int dp\,\langle x|p\rangle\langle p|\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}\int dp\,\bar{\Psi}(p,t)e^{\frac{i}{\hbar}px}, \qquad (6.43)$$

أي، دالة الموجة في تمثيل كمية الحركة هي تحويل فوريه لدالة الموجة في تمثيل الإحداثي. وهذه العلاقة بالغة الأهمية لحل معادلة شرودنجر: تصبح معادلة التفاضل ل $\Psi(x, t)$ معادلة جبرية ل $\bar{\Psi}(p,t)$.

## ٦-٨ المتذبذب التوافقي الكمي:

كمثال تفصيلي للنظام الكمي، سوف ننظر في المتذبذب التوافقي في بعد واحد للمكان. تذكر من الفصل ١ الهاملتونية Hamiltonian التقليدية الخاصة به:

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{k}{2}x^2, \qquad (6.44)$$

مما يؤدي إلى المسار التقليدي:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \beta), \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}. \qquad (6.45)$$

والكمية $\beta$ هي طور أولي معين و$A$ سعة الحركة. المعادلة (٦-٤٥) تصف حركة جسيم تقليدي له كتلة $m$ يؤدي حركة تذبذبية حول النقطة $x = 0$. مثل هذه الحركة

نموذجية بالنسبة للذرات في جزئيات في أجسام صلبة، وتحدث بشكل عام في أي نظام وضعه الأكثر تعقيدًا على هيئة .... + $U(x) = U(0) + 1/2\ U''(0)x^2$.

من (٦-٤٥) نحصل على السرعة باعتبارها $\dot{x}(t) = v(t) = -A\omega \sin(\omega t + \beta)$ والطاقة التقليدية باعتبارها $E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = m\omega^2\langle x^2\rangle$ ، حيث $\langle \cos^2(\omega t + \beta)\rangle = \frac{1}{2}$. بذلك نجد أن $A = \sqrt{\frac{2E}{k}}$.

من أجل المزيد من المقارنة بالحالة الكمية، من المثير للاهتمام حساب احتمال العثور على الجسيم في ما يجاور نقطة معينة x تقع في الفترة [-A, A]. كمية الزمن المنقضي بواسطة جسيم في المنطقة dx، حول النقطة x، يتناسب عكسيًا مع سرعة الجسيم عند x:

$$dt = \frac{dx}{v(x)}.$$

واحتمال العثور على جسيم في هذه المنطقة هو النسبة بين هذه الفترة الزمنية وT/2 – نصف المدة الزمنية، وهو الزمن المطلوب لاكتساح الفترة [-A, A]:

$$P(x)dx = \frac{2dt}{T} = \frac{2}{T}\frac{dx}{v(x)}.$$

من التعبيرين عن x(t) و $v$(t)، نحصل بسهولة، لأي لحظة من الزمن، على $x^2(t)/A^2 + v^2(t)/A^2\omega^2 = 1$ مما يؤدي إلى:

$$\int_{-A}^{A} P(x)dx = 1. \qquad (6.46) \text{ حيث } P(x)dx = \frac{dx}{\pi[A^2 - x^2]^{1/2}}$$

نرى أنه، حيث أن P(x) تتناسب عكسيًا مع سرعة الجسيم؛ مع اقتراب الجسيم من طرفي المسار A± - x حيث تتلاشى السرعة، وتصبح كثافة الاحتمال لانهائية، $P(x \to \pm A) \to \infty$.

### ٦-٨-١ معادلة شرودنجر للمتذبذب التوافقي:

دعنا نعود إلى الوصف الميكانيكي الكمي للمتذبذب التوافقي. سنجري القليل من الرياضيات للحصول على القيم الذاتية والدوال الذاتية، حيث أن المتذبذب مثال بسيط، ومفيد، وتثقيفي للنظام الكمي. تكون معادلة شرودنجر هي:

$$\hat{E}\,\Psi(x,t) = \hat{H}\,\Psi(x,t)$$

حيث $\hat{H}$ هي الهاملتونية (٦-٤٤) حيث يتم فيها استبدال كمية الحركة p بالعامل $\hat{p}_x = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$ و $\hat{E} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$ هي مؤثر الطاقة. نبحث عن حل يكون فيه المتغيرات المكاني والزمن منفصلان، وبعد تقديم بعض المتغيرات بدون أبعاد،

$$\xi = x\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} \quad \text{و} \quad \varepsilon = \frac{2E}{\hbar\omega}, \qquad (6.47)$$

نكتب مجمل دالة الموجة كما يلي:

$$\Psi(\xi,t) = Ce^{iEt/\hbar}\psi(\xi)$$

حيث C ثابت يجب تحديده. بإلغاء الأسي exponential المعتمد على الزمن في كلا جانبي المعادلة، يبقى لدينا معادلة شرودنجر المستقرة (أي لا تعتمد على الزمن) ويكون لحلها الشكل $\psi(\xi) = e^{-\xi^2/2}u(\xi)$ حيث $u(\xi)$ تحقق معادلة التفاضل الجديدة:

$$\left(\frac{d^2}{d\xi^2} - 2\xi\frac{d}{d\xi} + (\varepsilon - 1)\right)u(\xi) = 0. \qquad (6.48)$$

لكل

$$\varepsilon = 2n + 1, \qquad (6.49)$$

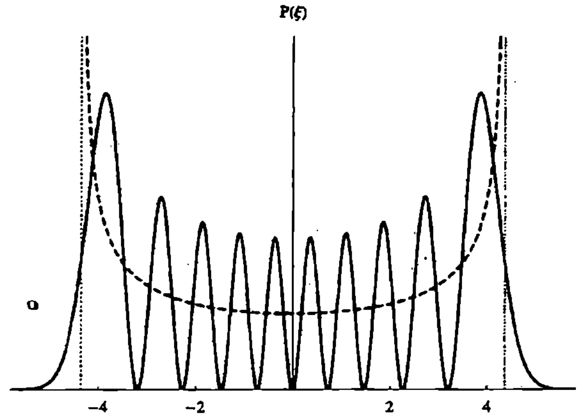
حيث ..n = 0, 1, 2 والمعادلة (٦-٤٨) تتطابق مع معادلة التفاضل هيرميت متعددة الحدود، لذلك $u(\xi) \sim H_n(\xi)$ . تلك متعددات الحدود ذات

الرتبة n، على سبيـــل المثال، أول اثنين منها هما $H_0 = 1$ و $H_1 = 2\xi$. حاصل الضرب $\psi_n(\xi) = N_n e^{-\xi^2/2} H_n(\xi)$ يطلق عليه دالة هيرميت المرافقة، حيث $N_n$ ثابت تسوية. يمكن العثور على تفاصيل الاشتقاق في أي كتاب أولي عن ميكانيكا الكم. بإدخال الشرط (٦-٤٩) في العلاقة الثانية (٦-٤٧)، نحصل على تكميم طاقة المتذبذب التوافقي الكمي:

$$E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right). \tag{6.50}$$

دالة الموجة الكلية في الحـــالة n هي $\Psi_n(\xi, t) = e^{iE_n t/\hbar}\psi_n(\xi)$ عندئـذ $|\Psi_n(\xi, t)|^2 = |\psi_n(\xi)|^2$ تعطي في المقاريـــة الميكانيكية الكميـــة كثافة احتمال $P(\xi)$ لمعرفة موقـــع جسيـم عند النقطـة $\xi$، لكل n. وتحق شـرط التسويــة العـادي $\int P(\xi) d\xi = 1$.

في الشكل ٦-٩ يتم رسم كلاً من كثافتي الاحتمال التقليدية والكمية. والأخير يصف تذبذب حول منحني تقليدي ويتبع بالمتوسط مسار مغلق بالنسبة له. بالنسبة لـ n كبيرة جدًا تقترب كثافة الاحتمال الكمي أكثر فأكثر من الكثافة التقليدية.




الشكل ٦-٩

**منحنى كثافة الاحتمال لحالة كمية n = 9 (خط متصل) والحالة التقليدية (خط متقطع) لمتذبذب خطي ذي بعد واحد، يتبع منحنى الاحتمال الكمي المنحنى التقليدي بالمتوسط.**

### ٦-٨-٢ سلم المؤثرات:

الحصول على دوال الموجة لنظم كمية هو خطوة مهمة في وصف النظام. ورغم ذلك، في حالة المتذبذب التوافقي، هناك طريقة مبسطة يمكن استخدامها بنجاح للحصول على المعلومات الأساسية بطريقة أكثر بديهية، تجنبًا لحل معادلة شرودنجر. ويطلق عليها طريقة سلم المؤثرات ladder operators، قدمها ديراك. في ما يلي، سوف نعثر على الحالات الذاتية لمؤثر الهاملتونية الذي يصف المتذبذب التوافقي.

دعنا نحدد التوحيد الخطي للمؤثرين $\hat{x}$ و $\hat{p}$ كما يلي:

$$a = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(\hat{x} + \frac{i}{m\omega}\hat{p}\right),$$
$$a^{\dagger} = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(\hat{x} - \frac{i}{m\omega}\hat{p}\right). \qquad (6.51)$$

بالإضافة إلى مؤثر العدد number operator،

$$N = a^{\dagger}a. \qquad (6.52)$$

من علاقة التبادل النموذجي:

$$[\hat{x}(t), \hat{p}(t)] = i\hbar$$

نحصل فورًا على مبدلات commutators مؤثرات تم تقديمها حديثًا:

$$[a, a^{\dagger}] = 1, \quad [a, a] = 0, \quad [a^{\dagger}, a^{\dagger}] = 0,$$
$$[N, a^{\dagger}] = a^{\dagger}, \quad [N, a] = -a. \qquad (6.53)$$

مؤثر الهاملتونية $\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{k}{2}\hat{x}^2$ يصبح:

$$\hat{H} = \frac{1}{2}\hbar\omega(aa^{\dagger} + a^{\dagger}a) = \hbar\omega\left(N + \frac{1}{2}\right). \qquad (6.54)$$

ننشئ الآن مكان حالات حيث تعمل هذه المؤثرات. وبالتجربة التي تم تجميعها في حل معادلة شرودنجر للمتذبذب التوافقي، نحتاج لأن تكون الحالات $|n\rangle$ حالات ذاتية لمؤثر هاملتونية، يناظر القيم الذاتية للطاقة $E_n = \hbar\omega\,(n + 1/2)$

ب

$$\hat{H}|n\rangle = E_n|n\rangle$$

وهذا يتضمن على الفور أن:

$$N|n\rangle = n|n\rangle, \qquad (6.55)$$

بعبارة أخرى مؤثر العدد "يحسب" بالفعل مستويات المتذبذب التوافقي.

والآن دعنا نرى ما هو دور المؤثرين $a^\dagger$ و$a$. بالحساب:

$$Na^\dagger|n\rangle = (a^\dagger N + [N, a^\dagger]) = (n+1)a^\dagger|n\rangle, \qquad (6.56)$$

حيث استخدمنا (٦-٥٣)، نستنتج أن $a^\dagger|n\rangle \sim |n+1\rangle$، هذا هو المؤثر $a^\dagger$ وقد تم تطبيقه على حالة ترفع مستوى الطاقة بواحد. بالمثل، نحصل على $a|n\rangle \sim |n-1\rangle$، أي تخفيض المستوى بفعل α. يطلق على المؤثر مؤثر الرفع raising، بينما تسمى α مؤثر الخفض lowering، ومعًا يطلق عليهما سلم المؤثرات.

يتم الرمز للحالة الكامنة الأدنى ب $|0\rangle$، ويطلق عليها حالة الهمود أو حالة الفراغ، ولها خاصية أن:

$$a|0\rangle = 0$$

وبالتالي، تكون طاقتها هي:

$$E_0 = \hbar\omega/2,$$

ويطلق عليها نقطة طاقة الفراغ أو الصفر (انظر أيضًا الفصل ٧).

مع البدء من حالة الهمود، بالتطبيقات المتتالية لمؤثرات الرفع يمكن توليد كل حالات طيف المتذبذب التوافقي الكمي، $\{|0\rangle, |1\rangle, \ldots, |n\rangle, \ldots\}$، بعدد لامتناهي. والحالة $|n\rangle$ تم اختيارها لتكون:

$$|n\rangle = \frac{(a^\dagger)^n}{n!}|0\rangle$$

بحيث يكون لدينا تسوية طبيعية $\langle n|n'\rangle = \delta_{nn'}$ لأي n و n'.

والتعميم إلى نظام متذبذب توافقي غير متفاعل، بالترددات الزاوية ... ,ωk, k = 1, 2 هو أمر واضح. وسوف تتم كتابة مؤثر العدد الكلي باعتباره $N = \sum_k a_k^\dagger a_k$ والهاملتونية $\hat{H} = \sum_k \hbar\omega_k(a_k^\dagger a_k + 1/2)$ ، حيث مجموع كل المتذبذبات k. وعلاقات التبديل $[a_k, a_j^\dagger] = \delta_{kj}$ و $[a_k, a_j] = 0$ و $[a_k^\dagger, a_j^\dagger] = 0$ صحيحة لأي متذبذب k و j.

من الصعب المبالغة في تقدير أهمية طريقة سلم المؤثر في حالة المتذبذب التوافقي، حيث أنها موجودة في أساس نظرية المجالات المكممة، وكل نظريات فيزياء الجسيم الحديثة هي نظريات مجال كمي.

## ٦-٩ انبعاث الإشعاع وامتصاصه:

إحدى الظواهر التي أدت إلى اكتشاف الطبيعة الكمية للعمليات الذرية كان الطبيعة المتميزة لأطياف الانبعاث والامتصاص لمواد كثيرة. في حالة الهيدروجين، كما تمت الإشارة إليها بالفعل، كان من الممكن تفسير أصل السلسلة الطيفية المعروفة بالفعل بالبدء من مسلمات بور.

تم الحصول على نتائج مطابقة بالبدء من ميكانيكا الكم الجديدة، لكن كان من الممكن أيضًا الذهاب إلى ما هو أبعد، بالحصول على قوانين اختيار، أي شروط يجب تحقيقها بمجموعة أعداد كمية للحالتين الأولية والنهائية للإلكترون بحيث يمكن حدوث الانبعاث أو الامتصاص.

عندما يبعث الإلكترون في الذرة أو يمتص إشعاعًا، فإنه يعاني من تغير في العدد الكمي n, l, m. وحيث أن للإشعاع الكهرومغنطيسي كمية حركة زاوية، فإن

كلاً من l وm يمكن أن يتغيرا. يمكن اعتبار أن الإشعاع مكون من جسيمات (فوتونات)، وأن عمليتي الانبعاث والامتصاص – كتفاعلات بين الجسيمات (إلكترونات وفوتونات). ورغم ذلك، يجب إجراء هذه المعالجة للمسألة في إطار الديناميكا الكهربائية الكمية.

تبعًا للميكانيكا الكمية، لو أن الذرات مصنوعة بحيث تتفاعل مع إشعاع ترددات متعددة، سوف تمتص هذه الذرات ترددات معينة وتقفز إلى حالات مستثارة. ولكي يتم امتصاص تردد $v$ بذرة في حالة طاقة $E_i$، يجب أن تكون هناك حالة مسموح بها أخرى للإلكترون، ذي الطاقة $E_f$، بحيث يتم تحقق الشرط $hv = E_f - E_i$. إذا لم يتحقق هذا الشرط، لا يمكن امتصاص الإشعاع. وتتم استثارة الإلكترونات في الذرة، بامتصاص إشعاع، إلى حالات طاقة أعلى.

لو أننا عرضنا للإشعاع الذرات المستثارة بحزمة إشعاع ذي تردد $v$، الذي يمكن امتصاصه، سوف تبعث الذرات المستثارة فوتونات بتردد $v$، وسوف تكون الفوتونات المنبعثة مترابطة مع تلك الخاصة بالحزمة الساقطة وتنطلق في نفس الاتجاه. احتمال الانبعاث أعلى مما لو تركنا الذرات المستثارة غير مضطربة. بذلك، تحدث زيادة في الحزمة الساقطة. ويسمى ذلك انبعاث تم تحفيزه.

لو أننا لم نحث الذرات التي تمت استثارتها في البداية لكي تبعث إشعاعًا، أي لو أننا تركناها بدون اضطراب، سوف تبعث إشعاعًا بشكل متزامن مع بعض الاحتمالات التي لا تتلاشى. سوف تميل إلى العودة إلى حالة الهمود بانبعاث فوتونات بتردد يساوي الفوتونات التي تم امتصاصها في البداية، ولكن في اتجاهات عشوائية وبأطوار أولية عشوائية. ويسمى ذلك انبعاث تلقائي spontaneous emission.

لماذا يحدث انبعاث تلقائي؟ يشير وجوده إلى أن الحالات المستثارة ليست ساكنة حقًا وأن ميل الإلكترون هو إلى السقوط إلى حالة الهمود. يتم تفسير الانبعاث التلقائي في إطار الديناميكا الكهربائية الكمية: إنه يعود إلى تفاعل الإلكترون مع الفوتونات الافتراضية للفراغ الكمي في وجود مجال كهربائي لنظام إلكترون–نواة.

## ٦-١٠ الانبعاث المحفّز والليزر:

لو أن ذرة تتفاعل مع إشعاع قادرة على بث فوتون في حالة كمية لها تردد $v$ وكمية حركة k، فإن احتمال الانبعاث تتناسب مع العدد N لفوتونات ذات تردد $v$ وكمية حركة k يوجد بالفعل في النظام. أي، إذا إزدادت N، سوف يزداد أيضًا احتمال الانبعاث بذرة مستثارة لفوتون له تردد v وكمية حركة k.

دعنا للتبسيط نعتبر غاز يتكون من ذرات له مستويي طاقة $E_2$، $E_1 < E_2$، داخل فجوة رنانة resonant cavity تحتوي على مرآتين بينهما حزمة إشعاع ذات تردد:

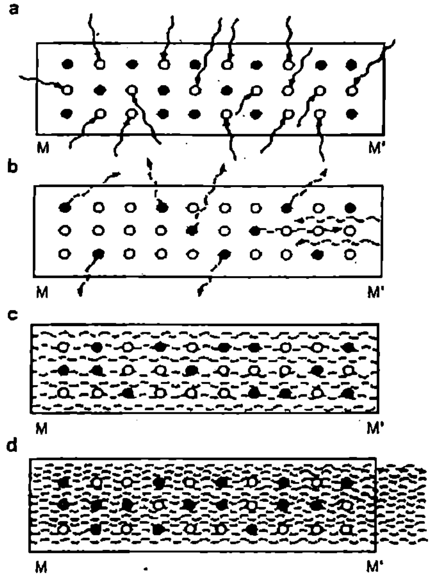
$$\nu = \frac{E_2 - E_1}{h} \qquad (6.57)$$

يمكن عكسها وتظل تتذبذب. ويبعث مصباح بإشعاع يتم امتصاصه بذرات الغاز، بينما تمر من المستوى $E_1$ إلى $E_2$. بعد وقت قصير جدًا، تبعث هذه الذرات بشكل تلقائي تردد v في كل الاتجاهات. يتم فقد عدد كبير من الفوتونات، ما عدا تلك التي تم توجيهها عموديًا على المرآتين في الفجوة الرنانة. بواسطة هذه الآلية، يبدأ تعداد الفوتونات التي تتذبذب داخل الفجوة في الازدياد، وكلها لها تردد v، وكمية حركة k، وطور واستقطاب متماثلين. يحث ذلك الذرات لبث فوتونات جديدة في نفس الحالة، باحتمال أكبر من أي فوتونات أخرى، وكلها ستكون في نفس الحالة الكمية. يزداد عددها أسيًا لكي تصل إلى كثافة كبيرة تجعل الضوء يمر خلال إحدى المرآتين ويظهر من النظام باعتباره ضوء منسجم الترابط coherent. هذا هو ضوء الليزر (الشكل ٦-١٠).

## ٦-١١ تأثير النفق:

دعنا نفترض جسيمًا في الوضع V(x)، كما هو موضح في الشكل ٦-١١. إذا كانت الطاقة E أقل من ارتفاع الحاجز B والجسيم في المنطقة I، عندئذ، حسب الفيزياء التقليدية، لا يمكن للجسيم أن يمر إلى المنطقة II. من وجهة النظر الكمية، يكون الموقف مختلفًا. يكون لكثافة الاحتمال، وهي مربع معامل دالة الموجة، قيمته القصوى في المنطقة I، لكنه لا يكون صفرًا داخل الحاجز B ويظل موجودًا داخل المنطقة II، بعد الحاجز. وهذا يعني أن الجسيم يمكنه أن يمر من المنطقة I إلى المنطقة II. عندما يحدث ذلك، نسمي هذه الظاهرة تأثير النفق tunnel effect أو اختراق حاجز جهد potential barrier.

يتلاشى احتمال الاختراق لو ازداد ارتفاع الحاجز. للنفقية الكمية أهمية كبيرة في الفيزياء، حيث تتيح تفسيرات للعديد من الظواهر، مثلاً انحلال ألفا للنواة الذرية وهي أمر جوهري أيضًا في عمل أجهزة التقنية الكهربائية الحديثة المختلفة، مثل الدوائر المدمجة integrated circuits.




الشكل ٦-١٠

تمثيل تخطيطي لآلية الليزر.

(a) ذرات مادة ما يتم استثارتها من المستوى 1 (الأبيض) إلى المستوى 2 (الأسود)، بسبب امتصاص إشعاع (فوتونات) آتية من المصباح.

(b) في أقل من جزء من مليون من الثانية، تمر الذرات، بالانبعاث التلقائي، من المستوى 2 إلى المستوى 1، وتبث إشعاعًا في اتجاهات عشوائية، ويكون جزء منها عمودي على نظام المرآتين، M وهو مفضض (انعكاسي بالكامل) و'M وهو مفضض جزئيًا.

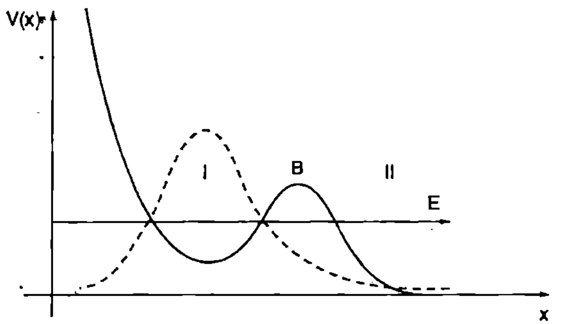
(c) الإشعاع العمودي على المرآتين يبدأ في التذبذب بينهما. وله صفة أن يصبح أحادي اللون ومنسجم الترابط.

(d) يحث هذا الإشعاع الذرات (المستثارة من جديد بتأثير الإشعاع الخارجي) لكي تبث فوتونات بنفس التردد والطور. في هذه العملية، تزداد شدة الإشعاع منسجم الترابط داخل الفجوة الرنانة الذي تشكل بالمرآتين M و'M، ويصبح من القوة بحيث يعبر المرآة المفضضة جزئيًا 'M ويظهر كضوء ليزر.

## ٦-١٢ عدم القابلية للتمييز ومبدأ باولي:

انظر في أمر ذرة لها إلكترونين، على سبيل المثال، ذرة الهليوم. نتجاهل التفاعل المتبادل بين الإلكترونات. عندئذ سوف يتصف كل منها بدوال موجة مشابهة لتلك الخاصة بإلكترون في ذرة الهيدروجين. دعنا نرمز لأحد الإلكترونات ب 1 ونفترض أن حالته تصفها مجموعة من الأعداد الكمية سوف نطلق عليها $a$. بالمثل، نرمز للإلكترونات الأخرى ب 2 وتكون b مجموعتها من الأعداد الكمية. ونرمز لدالات الموجة للإلكترونات ب $\Psi_1(a)$ و $\Psi_2(b)$، على التوالي. عندئذ دالة الموجة لنظام إلكترونات ستصبح:

$$\Psi_I = \Psi_1(a)\,\Psi_2(b). \qquad (6.58)$$




الشكل ٦-١١

وضع جسيم له حاجز ذو ارتفاع محدود B. لو تم وضع الجسيم في البداية في المنطقة I، قبل الحاجز، يمكنه أن يهرب خلال الحاجز حتى رغم أن طاقته E أقل من ارتفاع الحاجز. يمثل الخط المنقط كثافة الاحتمال.

لكن حيث أن دوال الموجة هذه تمتد في المكان، قد تتراكب في منطقة ما، ويمكن بالفعل أن تتطابق حالة النظام، بدون وجود أي احتمال لأن يتم تمييزها عن حالة أخرى يتم خلالها تبادل جسيمين:

$$\Psi_{II} = \Psi_1 (b) \Psi_2 (a). \quad (6.59)$$

ما دالة الموجة الحقيقية؟ لا يمكن تحديدها.

يجب أن تكون دالة الموجة للنظام جمع خطي ل $\Psi_1$ و$\Psi_2$، بطريقة تجعل الخواص الفيزيائية لا تتغير لو تم تبادل الجسيمين. عندئذ، يكون لدينا احتمالان:

$$\Psi_S(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}}[(\Psi_1(a)\Psi_2(b) + \Psi_1(b)\Psi_2(a)], \quad (6.60)$$

أو

$$\Psi_A(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\Psi_1(a)\Psi_2(b) - \Psi_1(b)\Psi_2(a)]. \quad (6.61)$$

والدالة $\Psi_S$ (1, 2) متماثلة حيث أنها لا تتغير لو تم تبادل الجسيمات، بينما الدالة $\Psi_A$ (1,2) غير متماثلة، حيث إنها تغير إشارتها لو تم تبادل الجسيمات.

يحدث نفس الموقف أيًا كان عدد الجسيمات: يجب أن تكون دالة الموجة للنظام الكامل متماثلة أو غير متماثلة. هذه الخاصية نتيجة عدم القابلية للتمييز indistinguishability للجسيمات المتطابقة في النظم الكمية.

في أي حالة تكون دالة الموجة متماثلة وفي أيها تكون غير متماثلة؟ لو أن للجسيمات المتطابقة لف نصف عدد صحيح (مثل الإلكترونات، والبروتونات، والنيوترينات، ..إلخ)، تكون دالة موجة النظام غير متماثلة. ويقال عن هذه الجسيمات أنها تخضع لإحصاءات فيرمي-ديراك، ولهذا السبب تسمى فرميونات fermions. لو أن لدالة الموجة لف عدد صحيح (مثل الفوتونات، و$\pi$ ميزونات وذرات $^4$He، ...إلخ)، تكون دالة الموجة التي تصف مجموعة جسيمات متطابقة من هذا النوع متماثلة. وتخضع هذه الجسيمات لإحصاءات بوز-أينشتاين ويُطلق عليها بوزونات posons.

لا يمكن للفرميونات أن تكون في نفس الحالة، حيث يتلاشى في هذه الحالة عدم تماثل دالة الموجة للنظام. هذا هو مبدأ باولي للاستبعاد. نرى ذلك بسهولة في حالة الجسيمين. لو أن مجموعة العددين الكميين a وb متطابقين، عندئذ $\Psi_A = 0$. يحدد مبدأ باولي توزيع الإلكترونات في الذرات ويلعب دورًا أساسيًا في نظرية الرابطة الكيميائية.

من جانب آخر، يمكن أن يكون لدينا عدد اختياري من البوزونات في نفس الحالة الكمية. على سبيل المثال، حزمة إشعاع ليزر تحتوي على ملايين الفوتونات في نفس الحالة الكمية. وتُظهر هذه الخاصية للبوزونات نفسها أيضًا في ظواهر مثل الموصلية الفائقة superconductivity والسيولة الفائقة superfluidity.

## ٦-١٣ تفاعل التبادل:

انظر في أمر ذرة له إلكترونين، مثل ذرة الهليوم. دالة الموجة الكاملة $\Psi$ للنظام هي حاصل ضرب دالة $S_{12}$ تعتمد على اللف ودالة أخرى تعتمد على مواقع الإلكترونات، $\Psi(r_1, r_2)$، والأخيرة حل لمعادلة شرودنجر. دالة الموجة الكلية ستكون:

$$\Psi = S_{12}\, \Phi(r_1, r_2). \qquad (6.62)$$

يجب أن تكون دالة الموجة الكلية غير متماثلة. لو أن $S_{12}$ متماثلة (وهو ما يحدث إذا كان اللف متوازي، أي لو أن لها نفس الاتجاه)، عندئذ $\Psi(r_1, r_2)$ يجب أن تكون غير متماثلة. لو أن $S_{12}$ غير متماثلة (لف معكوس التوازي)، عندئذ يجب أن تكون $\Psi(r_1, r_2)$ متماثلة. لذلك فإن القيم الذاتية للطاقة المناظرة للحلول المتماثلة لمعادلة شرودنجر يتم أخذها عندما يكون اللف معكوس التوازي antiparallel (اللف الكلي يساوي صفر) والقيم الذاتية للطاقة المناظرة للحلول غير المتماثلة لمعادلة شرودنجر يتم أخذها عندما يكون اللف متوازي (اللف الكلي يساوي 1).

حيث أن قيمة الطاقة مختلفة في هاتين الحالتين، نرى أنه في نظام ذي إلكترونات متعددة تعتمد القيم الممكنة للطاقة على القيمة الكلية للف. هكذا، قد نعتبر أن هناك تفاعل بين الجسيمات يعتمد على لفها، ونسمّى ذلك تفاعل التبادل exchange interaction.

ليكن $r_1$ و$r_2$ متجهي موقع، بحيث $\Phi_1(r_1)$ و$\Phi_2(r_2)$ يناظران دالتي موجة للإلكترون 1 عند الموقع $r_1$ والإلكترون 2 عند الموقع $r_2$، على التوالي. من جانب آخر

فإن $\Phi_1(r_1)$ و$\Phi_2(r_2)$ هما دالتا الإلكترون 1 عند الموقع $r_2$ والإلكترون 2 عند الموقع $r_1$، أي، عندما يكون قد تم تبادل الإلكترونين. ليكن الجهد بين الإلكترونين $V(r_1, r_2)$.

نعرّف تكامل التبادل كما يلي:

$$J = \int \Phi_2^*(\mathbf{r}_1)\Phi_1^*(\mathbf{r}_2)V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)\Phi_1(\mathbf{r}_1)\Phi_2(\mathbf{r}_2)d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2. \qquad (6.63)$$

E ترمز إلى طاقة نظام إلكترونين في مجال النواة، بتأثير تبادل مغلق، أي $E = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + Q$ حيث $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ طاقتي شبه الهيدروجين و $Q = \int \Phi_1^2(\mathbf{r}_1)\Phi_2^2(\mathbf{r}_2)V d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2$ متوسط طاقة تفاعل كولوم بين الإلكترونين. الطاقة الكلية، بما في ذلك حد التبادل له قيمتين محتملتين:

$$E_s = E + J, \qquad E_A = E - J. \qquad (6.64)$$

يناظر الأول حالة يكون فيها اللفين معكوسي التوازي (اللف الكلي صفر و$\Psi(r_1,r_2)$ متماثلة)، والثانية لحالة أن يكون اللفين متوازيين (اللف الكلي 1 و $\Psi(r_1,r_2)$ غير متماثلة). في ذرة الهليوم المستثارة، نسمى الحالة الأولى الهليوم النظير parahelium والثانية الهليوم الصحيح orthohelium. للهليوم الصحيح طاقة أقل وهو حالة شبه مستقرة للهليوم (لا تتحلل إلى حالة همود بلف صفر، حيث يمكن أن يتضمن الأمر انعكاس لف ولا يمكن أن يحدث ذلك تلقائيًا).

## ٦-١٤ طاقة التبادل والمغنطيسي الحديدي:

في نظام له العديد من الإلكترونات، يتم تحديد طاقة التبادل بالكمية:

$$U = J \sum_{i \lessgtr j} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j , \qquad (6.65)$$

حيث J تكامل التبادل و $S_i \cdot S_j$، المضروب العددي للف الجسيمين i وj (تم أخذ اللف باعتباره مؤثر).

في المادة المغنطيسية الحديدية، تلعب طاقة التبادل هذه دورًا جوهريًا. وتعود خواص المغنطيسي الحديدي إلى ازدواج بين ثنائيات القطب المغنطيسية للإلكترونات،

يصاحبها تفاعل تبادل بينها. حيث أن الكمية J تعود بشكل كامل إلى تأثير كمي، نرى أن للمغنطيسية الحديدية أصل كمي.

يحدد تفاعل التبادل أن الطاقة تكون دنيا عندما يكون اللف (وبالتالي، ثنائيات القطب المغنطيسي) متوازي. والتأثير يكافئ مجال خارجي يصف اللف. لهذا السبب يمكننا الحديث عن مجال تبادل exchange field.

هذا الميل إلى الترتيب، ذو الأصل الكمي، يتنافس مع الميل الفوضوي الذي يعود إلى الاستثارة الحرارية، بحيث إننا عندما نسخن مادة مغنطيسية حديدية، يكون هناك درجة حرارة حرجة تسمى درجة حرارة كوري $T_c$ عندها يختفي التأثير المغنطيسي الحديدي وتصبح المادة متوازية المغنطيسية بالنسبة ل $T > T_c$.

بالنسبة لبعض المواد، لنقل غير المغنطيسية الحديدية، يكون تكامل التبادل سالبًا، ويحدد التنظيم معكوس التوازي للف (انظر الفصل ٣).

## ٦-١٥ توزيع الإلكترونات في الذرة:

لقد أشرنا بالفعل إلى أن طاقة الإلكترون في ذرة الهيدروجين يتم تحديده بعدد صحيح موجب. وكمية الحركة الزاوية تُعين بالضبط بعدد صحيح آخر، $\iota$ يأخذ أي قيمة بين صفر وn-1، أي:

$$0 \leq \iota \leq n-1. \qquad (6:66)$$

هذا العدد يصاحبه معامل متجه كمية الحركة الزاوية. وهناك عدد صحيح آخر m يصف اتجاه مركبة كمية الحركة الزاوية على محور ما:

$$-\iota \leq m \leq \iota. \qquad (6.67)$$

أخيرًا، لكل قيم $n, \iota, m$، هناك قيمتان ممكنتان للف، $m_s = \pm 1/2$. لهذه القوانين مصداقية عامة، وإذا بدأنا من مثل هذه القوانين، يمكننا الحصول على توزيع الإلكترونات في أي ذرة، ونبقي نصب أعيننا أن مبدأ باولي يسمح على أبعد تقدير بإلكترون واحد في كل حالة كمية.

على سبيل المثال، بالنسبة ل n = 1 يكون لدينا ما يطلق عليه قشرة K. يجب أن يكون العدد l صفر، ويمكن أن يكون في الحد الأقصى إلكترونان في مثل هذه القشرة، بلف عكسي. في ذرة الهيدروجين، يكون هناك واحد فقط، وفي ذرة الهليوم إلكترونان.

بالنسبة ل n = 2، يطلق على القشرة L. عندئذ يمكن ل l أن تأخذ القيمتين صفر و 1. يطلق على التوزيع المكاني المناظر للقيم المختلفة ل l المداريات orbitals، وفي هذه الحالة يتم الرمز إليها ب 2s 2p (و1s هو المداري المناظر للقشرة K). بالنسبة إلى l = 0، تكون القيمة الوحيـدة المقبولة هي m = 0، كمـا في الحالة السابقة، وبالنسبـة ل l = 1 يمكن للعدد m أن يأخذ ٣ قيم، أي 1 ,0 ,1-. عندئذ بالنسبة ل n = 2، يمكن أن يكون لدينا الأشكال الإلكترونية الموضحة في الجدول ٦-٢.

ستة إلكترونات تحتل المداري 2p بسبب ثلاثة توجهات محتملة لكمية الحركة المدارية m = -1, 0, +1، يناظر كل منها إلكترونان لهما لف موجب. في الإجمال سيكون ثلاثة ٨ إلكترونات في القشرة L. ويناظر هذا الشكل ذرة النيون.

الأشكال الإلكترونية للعناصر العشر الأولى موجودة في الجدول ٦-٣. بنفس الطريقة، يمكن الاستمرار بالقشور الأعلى. بالنسبة ل n = 3، تسمى القشرة M، ولها مداريات 3s, 3p, 3d يناظرها حد أقصى من 2, 6 و 10 إلكترونات، على التوالي، بينما بالنسبة ل n = 4، يطلق على القشرة N، بمداريات 4s, 4p, 4d, 4f....إلخ.

الخواص الكيميائية والفيزيائية للمواد ومواقع العناصر في الجدول الدوري لمندليف يتم تحديدها بالأشكال الإلكترونية، والتي، كما رأينا، تعتبر نتائج مباشرة للقوانين الكمية مثل معادلة شرودنجر ومبدأ باولي للاستبعاد.

**الجدول ٦-٢**

**الأشكال الإلكترونية لـ n = 2 (القشرة الذرية L).**

| القشرة | L | |
|---|---|---|
| المداريات | 2s | 2p |
| أقصى عدد للإلكترونات | 2 | 6 |

**الجدول ٦-٣**

**أشكال إلكترونية للعشرة عناصر الأولى في الجدول الدوري.**

| العدد الذري | الرمز | قشرة K | L | 2p |
|---|---|---|---|---|
| | | مداري 1s | 2s | |
| 1 | H | 1 | | |
| 2 | He | 2 | | |
| 3 | Li | 2 | 1 | |
| 4 | Be | 2 | 2 | |
| 5 | B | 2 | 2 | 1 |
| 6 | C | 2 | 2 | 2 |
| 7 | N | 2 | 2 | 3 |
| 8 | O | 2 | 2 | 4 |
| 9 | F | 2 | 2 | 5 |
| 10 | Ne | 2 | 2 | 6 |

## ٦-١٦ قياس كمي:

تم اختبار ميكانيكا الكم تجريبيًا من خلال تفاعل أشياء كمية بأجهزة تخضع للفيزياء التقليدية. على سبيل المثال، الفوتونات التي تشكل الخطوط الطيفية، والتي تنبعث عندما تقفز الإلكترونات من مستوى طاقة ما إلى آخر داخل الذرة، يتم رصدها باستخدام مقياس طيف، ويتم رصد حركة جسيم في الغرفة الغيمية cloud chamber لولسون من خلال تكوين قطرات البخار، وهي أشياء تقليدية، في تجارب متفرقة، وزوايا وطاقات وكميات حركة لجسيمات متفرقة يتم قياسها عادة، بعد تفاعلها مع أجهزة مرئية. وبذلك تلعب الميكانيكا التقليدية دورًا مزدوجًا، بصفتها حالة التحديد، وأيضًا الأساس الضروري لصياغة قياسات كمية.

إحدى السمات الأساسية للقياس الكمي لكمية فيزيائية هو ما يلي: رغم أن الجسيم في حالة ذاتية لمؤثر يناظر الكمية القابلة للرصد التي يتم قياسها بالجهاز، فإنه بشكل عام يدمر القياس دالة الموجة الأولية، مما يؤدي إلى حالة نهائية تعتبر دالة ذاتية لمؤثر يصاحب الكمية التي يتم قياسها.

افترض أننا أرسلنا نحو مكشاف إلكترون في حالة ذاتية لكمية الحركة، تصفه دالة موجة $\Psi(x, t) = A e^{i(px - Et)/\hbar}$ تكون دالة الموجة بوضوح موجة مستوية تمتد من $\infty$ - إلى $\infty$، مثل تلك الحالة التي نظرنا فيها في الفصل ٤. في اللحظة $t_0$، يدخل الإلكترون المكشاف، الذي يسجله في الوضع $x_0$. يمكننا القول بأن دالة موجة الإلكترون عند الزمن $t_0$ تكون متناسبة مع $\delta(x - x_0) = (2\pi\hbar)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ip(x-x_0)/\hbar} dp$ أي، نبضة ذات عرض صفر، حيث أن دالة ديراك δ (نحن هنا نتحدث عن دالة دلتا ذات بعد واحد)، ليست دالة معيارية من الناحية الرياضية البحتة. بشكل خاص، تتلاشى في كل مكان باستثناء النقطة $x_0$، حيث يكون لها قيمة لانهائية. كما تمت الإشارة سابقًا، تكون خاصتان أساسيتان لدالة δ هما:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - x_0) dx = 1 \qquad (6.68)$$

و

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x - x_0) dx = f(x_0). \qquad (6.69)$$

يمكن كتابة الموجة المستوية الأولية كتراكب خطي لدوال δ:

$$Ae^{i(px-Et)/\hbar} = Ae^{-iEt/\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(px')/\hbar} \delta(x' - x) dx'. \qquad (6.70)$$

بذلك، ونتيجة للقياس، لا يبقي سوى مركبة واحدة محددة للتراكب اللانهائي، ألا وهـي تلك المناظرة ل $x' = x_0$. ربما يمثـل ذلك مثالاً أكثـر وضوحًا من المثال في (٦-٢٩)، حيث لدينا دالة موجة عشوائية تمددت بالنسبة لدوال ذاتية لمؤثر محدد.

معاملات التمدد $a_i$ هي سعات الاحتمال، أي $|ai|^2$ هي احتمال العثور على نظام في الحالة الذاتية i بعد قياس القابل للقياس المناظر. نؤكد على أن أي قياس في ميكانيكا الكم يعدل بشكل عام من دالة الموجة إلا إذا كان النظام الكمي في حالة ذاتية بكمية محددة، ولا يتم قياس سوى هذه الكمية فقط. على سبيل المثال، لو أن قياس الطاقة يتم إجراؤه في نظام كمي، فإنه يعطي كنتيجة الطاقة $E_n$، وتكون دالة الموجة $\Psi_n$. عندئذ، لو تم قياس الطاقة من جديد فورًا، لا تتغير دالة الموجة، ويعطي القياس الجديد نفس النتيجة كالسابقة.

نفس فكرة تدمير دالة الموجة تتضمن تغيير أو تخفيض دالة الموجة على الفور خلال كل المكان الفيزيائي (تبعًا لساعة ثابتة على جهاز قياس). ويتضمن هذا بدوره تأثير غير محلي على دالة الموجة.

نستنتج أن عملية القياس لها مكونات جديدة غير موجودة في المسلمات الأساسية لميكانيكا الكم. فهي لا تحقق مبدأ التراكب، ونتيجة لذلك تكون غير خطية من الناحية الأساسية (بشكل عام لا يكون قياس حالة تصف الجمع الخطي لدالة موجة هي الجمع الخطي للقياسات). بهذه الطريقة نرى خاصيتين مختلفتين أو إجرائين تظهران كمكونات أساسية في النظرة الكمية، وهو ما سوف نناقشه لاحقًا.

### ٦-١٦-١ أجراءات تطور U وR:

أوضح جون فون نيومان John von Neumann (١٩٠٣-١٩٥٧) الحاجة إلى تمييز دور إجرائي تطور أساسيين في ميكانيكا الكم. واستكمل هذه الفكرة روجر بينروز Roger Penrose (مولود في ١٩٣١)، الذي أطلق على هذين الإجرائين U وR. وعادة الإجراء الأكثر تميزًا بوضوح هو U، تطور الزمن الأحادي للحالة الكمية $\Psi(x, t)$، التي تخضع لمعادلة شرودنجر، كعملية جبرية، ولا تنتهك الانعكاسية أو انعكاس الزمن. وهذا يعني أن $\Psi(x, t \pm \Delta t)$ يمكن التنبؤ بها بيقين أنها دالة الموجة عند الأزمنة $t \pm \Delta t$. بعبارة أخرى، بحل $i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \hat{H}\Psi$ ، يمكن الحصول على مؤثر تطور U قابل للتأثير على التحول $\Psi(x, t) \rightarrow \Psi(x, t \pm \Delta t)$ إما بالوصول إلى الأمام أو إلى الخلف في الزمن (في الحالة الأخيرة، بأخذ $t \rightarrow -t$.

**الجدول ٦-٤**

**صفات إجرائي التطور U و R.**

| U (التحول الأحادي) | R (تخفيض حزمة الموجة) |
|---|---|
| حتمي | احتمالي |
| يحفظ التراكب | ينتهك التراكب |
| يعمل باستمرار | يعمل بشكل متقطع من الناحية الأساسية |

العملية R تصاحبها قياسات لبعض مما يقبل الملاحظة observable. وهي تضخم المظاهر الكمية إلى المستوى التقليدي، لتشكل مربعات معامل سعات لإنتاج احتمالات تقليدية. تؤدي R إلى تخفيض دالة الموجة إلى حالة ذاتية للقابل للملاحظة الذي يتم قياسه أو انهيار دالة الموجة وتميز المستقبل عن الماضي، أي، تكون متماثلة بالنسبة للزمن. وهو الإجراء R، وR فقط، الذي يدخل عدم اليقين والاحتماليات في النظرية الكمية. وتتم المقارنة بين الإجرائين في الجدول ٦-٤.

كلا الإجراءان U وR ضروري للتناظر بين التأثيرات الكمية والملاحظات.

وأصل ما سمي لاحقًا أجرائي U وR، ومسألة ما أدى إلى مبدأ عدم اليقين، كان موضوعًا للمجادلة. ولقد قدم مساهمات مهمة بور وهيزنبرج، لكن عدة حقائق ظلت غير واضحة بالنسبة لبعض من مؤسسي النظرية الكمية، وعلى سبيل المثال، بالنسبة لبعض الوقت على الأقل، لم يقبل شرودنجر "القفزات الكمية". وأينشتاين، رغم عدم الموافقة على التيار الرئيسي لطريقة التفكير في ميكانيكا الكم، ساهم بعدة تعليقات واعتراضات لافتة للنظر لتطوير نفس الأفكار الكمية الأساسية.

### ٦-١٦-٢ حول النظرية والكميات القابلة للملاحظة:

قدم أينشتاين بعض الاعتراضات لعرض هيزنبرج في برلين في ١٩٢٦ بخصوص التفسيرات الأولية للكميات القابلة للملاحظة في ميكانيكا الكم. وقال له

أينشتاين، في حوار خاص، (بكلمات هيزنبرج): سيان كنت تستطيع ملاحظة شيء أو أنه لا يعتمد على النظرية التي تستخدمها. فإنها النظرية هي التي تقرر ما يمكن ملاحظته. كانت حجته مثل ما يلي: الملاحظة تعني أننا ننشئ علاقة ما بين ظاهرة وإدراكنا. يحدث شيء ما في الذرة، يتم بعث الضوء، ويصطدم الضوء بالصفيحة الفوتوغرافية، نرى الصفيحة الفوتوغرافية وإلخ..إلخ. في هذا السياق الكامل للأحداث بين الذرة وعينك ووعيك يجب أن تفترض أن كل شيء يعمل كما في الفيزياء القديمة. لو أنك غيرت النظرية المتعلقة بهذا التسلسل للأحداث عندئذ بالطبع ستتغير الملاحظة.

لاحظ أينشتاين أنه لأمر خطير حقًا القول بأن على المرء أن يتحدث فقط عن كميات قابلة للملاحظة، لأن كل نظرية معقولة سوف تعطي أيضًا، بجانب كل الأشياء التي يمكن للمرء أن يلاحظها مباشرة، احتمالات ملاحظة أشياء أخرى بشكل غير مباشر. بكلمات هيزنبرج، أوضح أينشتاين لي أنه لأمر خطير بحقًا القول بأن على المرء أن يتحدث فقط حول الكميات القابلة للملاحظة. في النظرية الكمية هذا يعني، على سبيل المثال، أنه عندما يكون لديك ميكانيكا الكم عندئذ لا يمكنك أن تلاحظ فقط ترددات وسعات، ولكن على سبيل المثال، سعات محتملة وموجات محتملة إلخ، وتلك، بالطبع، أشياء مختلفة تمامًا.

لاحقًا، ناقش بور وهيزنبرج مسألة: لو أنه في ذرة يجب التخلي عن مفهوم المسار، فماذا عن الغرفة الغيمية، أين يمكن رؤية أن الإلكترون يتحرك على مسار ما؟ وهل كان هذا مسارًا أم لا؟ تذكر هيزنبرج عبارة أينشتاين، ودار حول السؤال عن كيفية التمثيل في ميكانيكا الكم لمدار إلكترون في الغرفة الغيمية؟ وحوّل السؤال إلى: أليس صحيحًا أن مثل هذه المواقف فقط تحدث في الطبيعة، حتى في الغرفة الغيمية، والتي يمكن وصفها بصيغة ميكانيكا الكم؟ تقول النظرية الكمية أنه لم يكن من الممكن أن نقيس في نفس الوقت الموقع الدقيق والسرعة الدقيقة لجسيم، أي، مبدأ عدم اليقين. في الغرفة الغيمية كان هناك مسار، لكن للمسار عرض كبير – وكان هناك

عدم يقين في الكميتين، السرعة والموقع. عندما قابل هيزنبرج بور، وجد أن بور قد حصل أيضًا على إجابة، قائمة على مبدأه الشهير عن التكامل complementarity. (التكامل يعني أن النظم الكمية يمكن ملاحظتها إما باعتبار أن لها جسيم أو سلوك موجي، لكن ليس كلاهما في نفس الوقت). وأخيرًا وافقا على أنهما فهما النظرية الكمية.

ورغم ذلك، كان أينشتاين في شك تجاه مبدأ عدم اليقين، وخلال مؤتمر سولفاي في ١٩٢٧، ناقض الأمر مع بور كل يوم، مقترحًا تجارب فكرية experiments Gedanken كأمثلة دحض، والتي وجد بور طريقة لتفنيدها. في النهاية، نجح بور ولم يطرح أينشتاين المزيد من الاعتراضات.

## ٦-١٧ تناقضات ميكانيكا الكم:

### ٦-١٧-١ تناقض دو بروجلي:

اعتبر أن هناك صندوق له جدران يستطيع أن يعكس إلكترونات داخله بطريقة لا تجعل هناك امتصاص للإلكترونات. افترض أننا وضعنا إلكترون واحد داخله. للصندوق فاصل له خواص الانعكاس الكامل أيضًا. لو تم سحب الفاصل، يكون الصندوق منقسمًا إلى نصفي صندوق. يمكننا المحافظة على نصفي الصندوق متصلين، أو حتى الفصل بينهما. على سبيل المثال، قد نأخذ نصف الصندوق 1 إلى هافانا، بينما يظل نصف الصندوق 2 في هلسنكي.

تخيل أننا أجرينا قياسًا في الصندوق 2 في هلسنكي عند الزمن t ووجدنا أن الإلكترون داخله.

لو أننا تساءلنا عن مكان وجود الإلكترون في اللحظة $t - \epsilon$ ، يمكن أن نتبنى مواقف مختلفة. عالم الفيزياء "الواقعي"، الذي يؤمن بالحتمية، قد يقول:

كان الإلكترون موجودًا بالفعل في 2 عند الزمن $t - \epsilon$. ولا تعطي ميكانيكا الكم المعيارية معلومات كافية، من الضروري وجود بارامترات إضافية (متغيرات خفية). وقد تشير نظرية أكثر كمالاً إلى مكان وجود الإلكترون عند الزمن $t - \epsilon$.

وقد يقول عالم فيزياء مفسرًا ميكانيكا الكم المعيارية بطريقة تقليدية:

لا معنى للسؤال عن مكان الإلكترون قبل إجراء القياس.

دعنا نرمز للإحداثيات في 1 ب $x_1$ وفي 2 ب $x_2$. ستكون دالتي الموجة التي تصف الإلكترون في الصندوق 1 والصندوق 2 هما $\Psi_1 (x_1, t - \epsilon)$ و$\Psi_2 (x_2, t - \epsilon)$، على التوالي. ودالة الموجة الكلية التي تصف الإلكترون داخل الصندوق، تبعًا لإجراء U، هي:

$$\Psi (x_1, x_2, t - \epsilon) = \alpha [\Psi_1(x_1, t - \epsilon) + \Psi_2 (x_2, t - \epsilon)],$$

(6.71)

حيث $\alpha$ هي ثابت التطبيع. لو أجرينا التكامل $|\Psi (x_1, x_2, t - \epsilon|^2$ على كل حجم الصندوق، نحصل على وحدة. دعنا نفترض للتبسيط أن دالة الموجة $\Psi$ تكون غير الصفر فقط داخل الحجم V، بينما تكون $\Psi_1$ و$\Psi_2$ غير صفريتين فقط في النصفين الأيسر والأيمن ل V، على التوالي، بحيث إذا كتبنا:

$$|\Psi|^2 = a^2 \left(|\Psi_1|^2 + |\Psi_2|^2 + |\Psi_1^*\Psi_2 + \Psi_2^*\Psi_1|\right), \quad (6.72)$$

وأجرينا التكامل (٦-٧٢) على مجمل الحجم V، يتلاشى الحد الثالث على اليمين، أي، نستثني التداخل للتبسيط. عندئذ نأخذ $\alpha^2 = 1/2$. بإجراء تكامل (٦-٧٢) على مجمل الحجم نحصل على 1 على اليسار، بينما التكامل $\frac{1}{2}|\Psi_1(x_1, t - \epsilon)|^2$ على نصف الصندوق 1، بالمثل التكامل $\frac{1}{2}|\Psi_2(x_2, t - \epsilon)|$ على 2، يساويان 1/2. لذلك، عند اللحظة $t - \epsilon$ تكون الاحتمالات $P_1 = 1/2$ أن يكون الإلكترون في هافانا و$P_2 = 1/2$ أنه في هلسنكي.

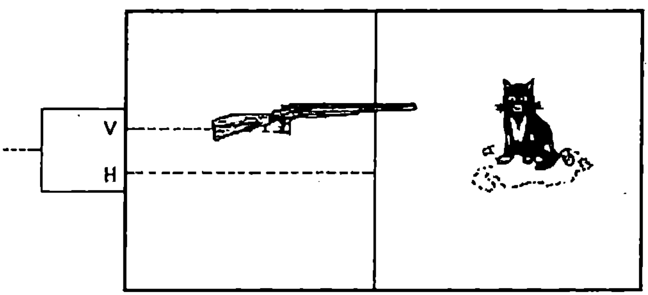
لكن عندما نجري القياس، أي العملية R، تنخفض حزمة الموجة، وتكون دالة الموجة، مثلاً، $\Psi = \Psi_2 (x, t)$ في الصندوق 2 وصفر في الصندوق 1. نستنتج أن بعض الخواص غير المحلية لميكانيكا الكم متضمنة في عملية القياس.

٦-١٧-٢ تناقض قطة شرودنجر:

دعنا نضع في اعتبارنا نوع مبسط من تناقض قطة شرودنجر الأصلي. قطة موجودة داخل صندوق، وبندقية تعمل بواسطة خلية كهروضوئية بطريقة تجعلها إذا استقبلت فوتون مستقطب رأسيًا (V)، تطلق البندقية النار على القطة، بينما لو كان الاستقطاب أفقيًا (H)، لا يكون هناك إطلاق للنار، وتظل القطة حية. تدخل الفوتونات الخلية الكهروضوئية بعد المرور خلال جهاز استقطاب، مثلاً بلور الكالسيت calcite crystal، باستقطاب H أو V. ولدينا مصدر خارجي يرسل فوتونات إلى جهاز الاستقطاب. افترض أننا أرسلنا فوتون مستقطب عند ٤٥ درجة بالنسبة للرأسي. تكون دالة موجة الفوتون:

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}}\Psi_V + \frac{1}{\sqrt{2}}\Psi_H, \qquad (6.73)$$

حيث $\Psi_V$ و$\Psi_H$ هما دالتا الموجة المناظرتان لاستقطابي الفوتون الرأسي والأفقي.




الشكل ٦-١٢

قطة شرودنجر

لو أننا فتحنا الصندوق وكانت القطة حية، ما الحالة التي كانت عليه القطة قبل فتح الصندق (الشكل ٦-١٢)؟ حيث:

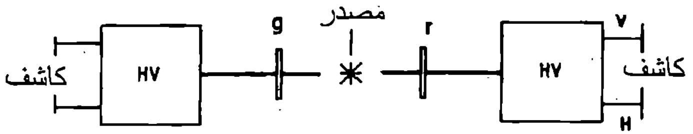
$$\Psi^C = \frac{1}{\sqrt{2}}\Psi_D^C + \frac{1}{\sqrt{2}}\Psi_A^C, \tag{6.74}$$

نستنتج أنها كانت تجميعًا خطيًا للحالتين عندما كانت ميتة $\Psi_D^C$، وكانت حية $\Psi_A^C$. قد نكون مضطرين إلى الاعتراف بأن القطة قد تكون حية جزئيًا وميتة جزئيًا، أو في حالة "حيوية معلقة suspended animation". تلك فكرة غريبة جدًا، وقد يقال أننا لا يمكننا تطبيق قواعد ميكانيكا الكم بشكل بسيط على نظام معقد إلى أقصى حد مثل الكائن الحي.

### ٦-١٧-٣ نحو تناقض EPR:

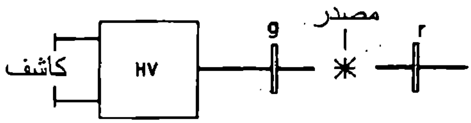
في ١٩٣٥، كتب ألبرت أينشتاين، وبوريس بودولسكي Boris Podolsky (١٨٩٦-١٩٦٦)، وناثان روسين Nathan Rosen (١٩٠٩-١٩٩٥) بحثًا مشهورًا اقترحوا فيه دراسة دلائل قوية لتوضيح أن ميكانيكا الكم لا تعطي وصفًا كاملاً للواقع. والأفتكار التي تم التعبير عنها في هذا البحث ستصبح لاحقًا معروفة باسم تناقض EPR، وكانت موضوعًا لجدال طويل لما يقرب من ٥٠ عامًا. طرح هذا التناقض مسائل مشابهة تمامًا لتناقض صندوق دو بروجلي وتناقض قطة شرودنجر. في الوقت الحالي، يعتبر الكثير من علماء الفيزياء أن تناقض EPR، إذا لم يتم حله، مفهوم بشكل أفضل على الأقل، نتيجة لأعمال جون س. بيل John S. Bell (١٩٢٨ - ١٩٩٠) في ١٩٦٧ وتجارب ألين أسبيكت Alain Aspect (مولود في ١٩٤٧)، والتي سوف نشير إليها لاحقًا. وفي هذا الجزء، سوف نحاول استخدام بعض الأمثلة البسيطة لوصف تناقض EPR.

في بعض المواد، تتحلل الذرات المستثارة إلى فوتونين بطولي موجة مختلفين واستقطابين متعامدين بطريقة أنه عندما يكون الفوتون اليسار V، يكون اليمين H، وعندما يكون الفوتون اليسار H يكون اليمين هو V. أو بالمثل، لو أن الفوتون اليسار يظهر مستقطبًا عند زاوية + ٤٥ درجة بالنسبة للعمودي، يكون الفوتون اليمين مستقطبًا عند – ٤٥ درجة بالنسبة للعمودي. افترض أننا نظمنا جهازًا كما هو موضع في الشكل ٦-١٣، بحيث يمكن قراءة الاستقطابات الرأسية في الكاشفات عندما ينبعث زوج من الفوتونات.




الشكل ٦-١٣

مصدر زوج من الفوتونات مستقطبة عموديًا تم وضعه عند المتصف، بين مرشحين للفوتونات الخضراء (اليسار) والحمراء (اليمين). تدخل الفوتونات في جهاز الاستقطاب HV، الذي يحتوي على كاشفات فوتون، بطريقة بحيث لو تم العثور على الفوتون الأيسر على أنه V بواسطة كاشف، يتم العثور على الفوتون الأيمن على أنه H، وعندما يكون الفوتون الأيسر H يكون الأيمن V.




الشكل ٦-١٤

نفس النظام في الشكل السابق، باستثناء أن جهاز الاستقطاب على اليمين تمت إزالته.

والآن انظر إلى نفس النظام، لكن بدون جهاز استقطاب وكاشفات على اليمين، كما في الشكل ٦-١٤. افترض أن استقطاب فوتون تم قياسه على اليسار. حيث إنه عمودي على استقطاب الفوتون على اليمين، يمكن أن نكون متأكدين من استقطاب الفوتون اليمين، بدون إجراء قياس عليه. بعبارة أخرى، قياس استقطاب فوتون على اليسار يحدد استقطاب الفوتون على اليمين.

لكن القياس الكمي يغير من النظام الذي تم قياسه. لا نعرف ما كان عليه استقطاب الفوتون الأيسر بالفعل قبل قياسه. لقد أدار جهاز الاستقطاب اتجاه الاستقطاب للفوتون الأيسر بزاوية ما، بحيث يكون الآن إما H أو V، لذلك لم يكن

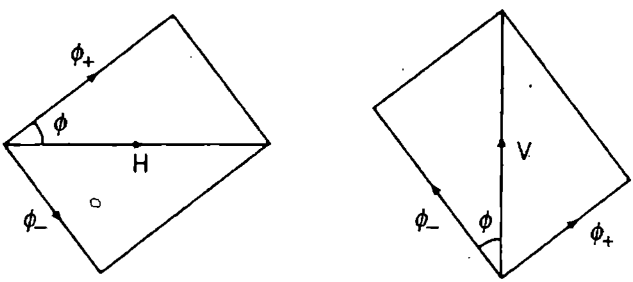
جهاز الاستقطاب قد غير من استقطاب الفوتون الأيمن، حيث أنه كان موجودًا عند الطرف الآخر من المختبر.

بالمثل، يمكننا النظر في نظام من إلكترونين يتم وصفه بواسطة دالة موجة $\Psi$. افترض أن اللف الكلي لإلكترونين $s_1 + s_2 = 0$، أي حالة النظام كانت جاهزة بحيث يكون لفه الكلي صفر. افترض الآن أن لف أحدهما، الأيسر مثلاً، تم قياسه في اتجاه انتقائي ما، والنتيجة هي، على سبيل المثال، $s_1 = 1/2\hbar$. تبعًا لميكانيكا الكم، يحدد ذلك قيمة لف الإلكترون الأيمن باعتباره $s_2 = -1/2\hbar$، في نفس الاتجاه الانتقائي المختار، مستقلاً عن مدى البعد بين الإلكترونين.

إذا رفضنا فكرة أن جهاز القياس في أي من هذين المثالين له القدرة على التأثير على الفوتون البعيد أو الإلكترون البعيد، كيف نفسر النتائج السابقة؟

فكرة EPR هي أنه، لو كان يمكن للجهاز على اليسار أن يقيس خاصية لجسيم على اليمين بدون إحداث اضطراب فيه، قد يعكس ذلك نقص في ميكانيكا الكم القياسية في وصف العالم الحقيقي. بكلمات أينشتاين:

لو أمكننا، بدون إحداث أي اضطراب في نظام ما، أن نتنبأ بيقين (أي باحتمال يساوي الوحدة) بقيمة كمية فيزيائية، عندئذ يوجد عنصر في الواقع الفيزيائي يناظر هذه الكمية الفيزيائية.




الشكل ٦-١٥
دوران جهاز استقطاب على جانب اليد اليمني، بزاوية $\phi$. والاتجاه $\phi-$ عمودي على $\phi+$.

قد تكون إحدى الطرق الممكنة لاستكمال ميكانيكا الكم، كما اقترحها لاحقًا دافيد بوم، بتضمين متغيرات خفية في النظرية تحدد نتيجة القياس.

بذلك قد نستنتج في هذه النقطة أنه إما أن القياس يؤثر على الجسيم البعيد أو أن هناك نظرية حتمية لمتغيرات خفية. قد يكون هناك عندئذ نوعين ممكنين على الأقل من ميكانيكا الكم: الميكانيكا التقليدية، وأخرى تقوم على متغيرات خفية.

### ٦-١٧-٤ نموذج المتغير الخفي ومبرهنة بيل:

دعنا نفترض الخواص التالية في حالة التجربة بفوتونات:

١- يتم انبعاث الفوتونات مستقطبة مستوية في اتجاهات عشوائية،

٢- الفوتونات في كل زوج لها استقطابات عمودية،

٣- يظهر الفوتون خلال النطاق الأقرب (H أو V)، أي لو أن استقطابه بزاوية أقل من ٤٥ درجة مع العمودي، سوف يظهر خلال النطاق V، بينما لو كان استقطابه عند زاوية أقل من ٤٥ درجة مع الأفقي، سوف يظهر خلال النطاق H.

٤- نتائج التجارب في كل نقطة ملاحظة تعتمد فقط على قيم الكميات الفيزيائية عند هذه النقاط، وليس على الخواص التي يتم قياسها لجسيمات أخرى، بعيدة. بعبارة أخرى، هناك محلية locality.

لاحظ أنه عند هذه النقطة نفترض خواص جسيم خاصة جدًا لزوج الفوتونات، لكن لا شيء يرتبط بعدم المحلية.

دعنا نتوقع أن جهاز الاستقطاب على اليمين تمت إدارته بزاوية $\phi$ بالنسبة لمحور ما H تم اختياره باعتباره أفقيًا (انظر الشكل ٦-١٥). عندئذ دعنا نرمز ب $n(V, \phi_{+})$ للعدد المتوسط للفوتانات اليسارية التي يظهر قرينها خلال زاوية $\phi$ بالنسبة للمحور الأفقي. من المفترض أن كل وقت يتم خلاله كشف فوتون باستقطاب V على اليسار، يتم كشف فوتون باستقطاب H على اليمين لو تم وضع جهاز مناسب هناك.

ضع في اعتبارك ثلاث تجارب. في التجربة الأولى، تمت إدارة الجهاز الأيمن خلال زاوية $\phi$ بالنسبة للمحور الأفقي. نلاحظ أن الفوتونات التي تظهر على اليمين باستقطاب $\varphi_+ - \varphi$ تكون تلك الأفقية بالنسبة إلى جهاز الاستقطاب الذي دار بزاوية $\phi$. ويكون الاتجاه $\phi_-$ عمودي على $\phi_+$. ويكون لدينا:

$$N(V, \varphi_+) = n(H = +, \varphi = +), \qquad (6.75)$$

وهو ما يعني أن عدد الفوتونات التي تصل إلى اليسار باستقطاب V والفوتونات القرينة على اليمين المستقطبة بزاوية $\varphi_+$ يساوي جزء من الفوتونات التي تكون H (لو أن جهاز الاستقطاب لا يدور) على اليمين، لكنها تظهر مستقطبة بزاوية $\phi$.

**الجدول ٦-٥**

**نمط متولد عن تحديد لكل رمز H و $\phi$ و $\theta$ إما + أو -، لعدد كبير من التكرارات.**

| H | $\phi$ | $\theta$ |
|---|---|---|
| + | + | − |
| + | − | + |
| − | + | − |
| + | − | + |
| − | + | + |
| ... | ... | ... |

في التجربة الثانية، لدينا موقف مماثل لكن الآن تمت إدارة جهاز الاستقطاب الأيمن بزاوية $\theta$ بالنسبة لاتجاه H:

$$n(V, \theta+) = n(H = +, \theta = +), \qquad (6.76)$$

في الخطوة الثالثة، تمت إدارة جهاز الاستقطاب الأيسر بزاوية $\phi$ وجهاز الاستقطاب الأيمن بزاوية $\theta$. ويكون لدينا في هذه الحالة:

$$n\,(\varphi +,\ \theta +) = n(\varphi = -,\ \theta = +). \qquad (6.77)$$

انظر في الجدول ٦-٥. يمكن التحقق من أن:

$$n\,(H = +,\ \varphi = +) + n(\varphi = -,\ \theta = +) \geq n(H = +,\ \theta = +). \qquad (6.78)$$

كنتيجة بسيطة لجبر بولين، لو أننا قارنا المجموعات الثلاثة التي تشكلت بالأعمدة $(H, \varphi)$، و$(\varphi, \theta)$ و$(H, \theta)$.

مع الافتراضات السابقة، يمكننا من حيث المبدأ تطبيق حساب علامات ± في الجدول ٦-٥ على مسألة حساب الفوتونات في النظم التي لدينا للمستقطب. عندئذ، من المعادلات السابقة يمكننا الحصول على:

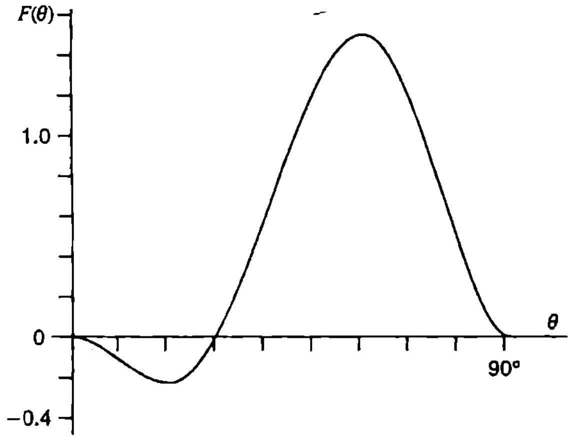
$$n\,(V,\ \phi +) + n\,(\phi +,\ \theta +) \geq n(V,\ \theta +), \qquad (6.79)$$

مع افتراض أن نتائج التجارب تم تحديدها بواسطة خواص للفوتونات التي تم قياسها (المشفرة في بعض المتغيرات الخفية)، وليس بترتيب جهاز بعيد.

هذا هو محتوي مبرهنة بيل bell theorem، المعروفة أيضًا بمتباينة بيل Bell inequality.

### ٦-١٧-٥ متباينة بيل وميكانيكا الكم التقليدية:

والآن نأتي إلى خطوة أخرى أساسية. إنها العلاقة بين عدد الفوتونات وطاقة الموجة الكهرومغنطيسية. تبعًا للنظرية الكمية التقليدية، لو أن N هو العدد الكلي للفوتونات المنبعثة (N/2 على كل جانب)، عندئذ يكون هذا العدد متناسب مع شدة الطاقة، ويكون لدينا $N \sim \int d^3xE^2$ ، حيث E هي المجال الكهربائي ويمتد التكامل على الإحداثيات المكانية. ويجب أن يكون عدد الفوتونات التي تظهر على اليمين في الاتجاه +$\phi$ هو $n = N\cos^2\phi \sim \int d^3xE^2\cos^2\phi$ . عندئذ يكون لدينا كثافة فوتون:




الشكل ٦-١٦

يتم انتهاك متباينة بيل ل $\varphi = 3\theta$ في الفترة $0 \le \theta \le 30^\circ$، حيث الدالة $F(\theta)$ سالبة.

$$n(V, \phi_+) = \frac{1}{2} N \cos^2 \phi,$$

$$n(V, \theta_+) = \frac{1}{2} N \cos^2 \theta,$$

$$n(\phi_+, \theta_+) = n(H, (\theta - \phi)_+) = \frac{1}{2} N \sin^2(\theta - \phi),$$

أو، باستخدام متباينة بيل:

$$\operatorname{Cos}^2 \varphi + \sin^2 (\theta - \varphi) \geq \cos^2 \theta,$$

لأي θ و $\phi$ .

يمكننا أن نختار، مثلاً $\varphi = 3\theta$. عندئذ يكون لدينا:

$$F(\theta) = \cos^2 3\theta + \sin^2 2\theta - \cos^2 \theta \geq 0. \qquad (6.80)$$

لكن بالنسبة ل $0 \le \theta \le 30^\circ$، يتم انتهاك متباينة بيل (الشكل ٦-١٦).

دعمت التجارب التي أجراها ألين أسبكت، والتي بدأت من ١٩٨٢، انتهاك متباينات بيل وكانت على اتفاق تام مع تنبؤات ميكانيكا الكم. وهذا يفسره أغلب علماء الفيزياء بصفته البرهان النهائي لمصداقية ميكانيكا الكم التقليدية.

يمكن إعلان هذه النتائج بشكل أضعف كما يلي: لا تتفق أي نظرية كمية قائمة على حفظ المحلية مع التجربة.

## ٦-١٧-٦ تناقض EPR: ميكانيكا الكم في مواجهة النسبية الخاصة:

هل يحذر الفوتون الذي تم قياس استقطابه بطريقة ما الفوتونات الأخرى مما حدث له؟ هل يبث إشارة تحمل معلومات بسرعة $V > c$؟ هناك حجج قوية ضد ذلك. لا يمكن لأزواج EPR أن ترسل رسائل بسرعة $V > c$.

وليس هذا تناقضًا بين EPR والسببية، ولكن بين روح النسبية في وصفنا للواقع الفيزيائي، بمصاحبة مسألة عدم المحلية. يتحرك زوج الفوتونات كهوية فردية غير محلية. عندما يتم قياس استقطاب أحد الفوتونين، تقفز دالة الموجة، بطريقة تجعل للفوتون الذي لم يتم قياسه استقطابا محددًا.

قبل القياس، تكون الحالة، على سبيل المثال:

$$\Psi = H_G V_R + V_G H_R,$$

حيث $H_G$ و$V_R$ يرمزان للفوتون الأخضر المستقطب أفقيًا على اليسار، والفوتون الأحمر المستقطب عموديًا على اليمين، بينما $V_G$ و$H_R$ يصفان نفس الموقف ولكن مع تبادل الأفقي والرأسي.

لو أننا بإدارة بزاوية $\theta$ في مستوى عمودي على انتشار الفوتون، أدركنا حالة أخرى:

$$\Psi' = H'_G V'_R + V'_G H'_R,$$

حيث:

$$V'_G = -H_G \sin\theta + V_G \cos\theta \quad \text{و} \quad H'_G = H_G \cos\theta + V_G \sin\theta$$

و

$$H'_R = H_R \cos\theta - V_R \sin\theta \quad \text{و} \quad V'_R = H_R \sin\theta + V_R \cos\theta$$

من السهل توضيح أن $\Psi = \Psi'$. ويطلق على هذه الحالات حالات التشابك entangled states. (والتماثل وعدم التماثل اللذان رأيناهما سابقًا في الجزء ٦-١٢ يمكن اعتبارهما أيضًا حالات تشابك).

لو أنه تم إجراء القياس في اتجاه عشوائي $\alpha$ تنخفض دالة الموجة، مثلاً، إلى:

$$\Psi_\alpha = H_G V_R$$

أو

$$\Psi_\alpha = V_G H_R,$$

حيث $H_G, V_G$ يشير إلى نقطة واحدة في المكان، تسمى $(-x_0, t_0)$، ويشير $H_R, V_R$ إلى نقطة أخرى، بعيدة عن الأولى. دعنا نسميها $(x_0, t_0)$.

بسبب نسبية التزامن، لو أننا نظرنا الآن في راصد يتحرك بسرعة V نحو اليمين، سوف يستنتج أن الفوتون الثاني تم قياسه قبل الأول، بينما قد يجد راصد آخر يتحرك نحو اليسار أن العكس هو ما حدث، أي أن الثاني تم قياسه بعد الأول.

بالإشارة إلى تحويل لورنتز، دعنا نكتب ذلك بالنسبة للراصد الذي يتحرك إلى اليمين. سوف يجد أن القياسين تم إجراؤهما عند الزمنين $t_1, t_2$ اللذين تعطيهما

$$t_2 = \frac{t_0 - Vx_0/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} < \frac{t_0 + Vx_0/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} = t_1. \qquad (6.81)$$

لو أننا أجرينا قياسات متزامنة، في النظام في حالة سكون، على الفوتونين الأيسر والأيمن، سوف يجد الراصد المتحرك أن الجزء الأيسر من دالة الموجة يقفز قبل قياسه!

بذلك يكون لدينا تناقض: قد يصل راصدون متحركون مختلفون إلى استنتاجات مختلفة عن خفض دالة الموجة (العملية R) في تجربة EPR.

تتضمن هذه الحقيقة تناقض مبهم بين الصياغات الراهنة للنظرية الكمية والنسبية الخاصة. من جانب آخر، يتم اعتبار أن لحقيقة أن القياس الكمي ينشئ عدم تماثل في الزمن علاقة محتملة بعدم الانعكاس المرئي macroscopic irreversibility.

## ٦-١٨ الحساب الكمي والنقل عن بعد:

تلعب أزواج جسيم EPR دورًا مهمًا في الحساب الكمي، ونظرية الاتصال القائمة على مفاهيم كمية التي يمكنها أن تتجسد في المستقبل في حاسبات أسرع من تلك التقليدية. في المقام الأول، هناك مفهوم جديد يطلق عليه كويبت qubit، القرين الكمي للبت bit التقليدي الذي رأيناه في الفصل ٢. يقوم البت على بديلين منطقيين 0, 1 للجبر البولي. والبديلان لحالتي قاعدة $|0\rangle, |1\rangle$ يكونان أكبر، لأنه بجانب $|\updownarrow\rangle = 0$ و $|\leftrightarrow\rangle = 1$ يمكن أن يكون لدينا كويبتات في حالتين مثل $|\searrow\rangle = (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$ و $|\swarrow\rangle = (|0\rangle - |1\rangle)/\sqrt{2}$. ويمكن لكويبتان أن يتشابكا أيضًا في حالات مثل $\Psi = (|01\rangle - |10\rangle)/\sqrt{2}$، حيث لا يكون لأي من مركبتي الكويبتين وحدها حالة محددة.

والحاسبات الكمية لا يزال أمامها وقت طويل لتصبح حقيقة. لكن لو أمكن صناعتها، ستستطيع حل مشاكل مثل تحليل أعداد كبيرة جدًا إلى عوامل (وهو أمر جوهري بالنسبة للتشفير) بسرعة كبيرة جدًا. وسوف يسمح ذلك بتحليل فورييه Fourier analysis بالغ السرعة، وقد يفتح الطريق لحل مسائل متعددة أخرى مثيرة للاهتمام.

باستخدام أزواج EPR، من الممكن من حيث المبدأ نقل جسيم عن بعد في الحالة A، من أي جزء من المعلومات حول حالته الذي تم مسحها، بجعل الجزء غير

الممسوح الباقي يمر إلى جسيم آخر في الحالة C الذي لا يتفاعل مع A. ويتم إنجاز ذلك بجعل A يتفاعل مع جسيم آخر B يكون قرينًا ل C في زوج EPR (B وC يتفاعلان قبل تفاعل A مع B، لذلك من الواضح أنه عندما يتفاعل A مع B، ينتج عن ذلك بعض التأثير على C). باستخدام البيانات الأولية التي تم مسحها من A، بالإضافة إلى معلومات EPR تم جمعها تدريجيًا من C، تتم إعادة إنتاج الحالة الأولية المضبوطة ل A في الجسيم الذي كان C. وينتقل الجسيم الأصلي في الحالة A إلى حالة أخرى لا أهمية لها. في ٢٠٠٤، نقل فريقان من جامعة إنسبروك والمعهد الأمريكي للمعايير والتقنية NIST عن بعد حالة ذرة واحدة بمساعدة ذرة ثالثة إضافية. وتم الإعلان أيضًا عن النقل عن بعد teleportation لبعض حالات جسيم أخرى.

# ما كُتب في الموضوع


1. R.P. Feynman, *The Feynman Lectures on Physics*, vol. 3. (Addison Wesley, Reading, Massachusetts, 1965). The basic principles of quantum mechanics are presented and applied with unique originality
2. R.H. Dicke, J.P. Wittke, *Introduction to Quantum Mechanics* (Addison Wesley, Reading, Massachusetts, 1965). An excellent introductory textbook. The problem of quantum measurement is discussed clearly
3. L.D. Landau, E.M. Lifschitz, *Quantum Mechanics (Non-Relativistic Theory)* (Pergamon, London, 1981). An excellent advanced textbook
4. A.S. Davidov, *Quantum Mechanics* (Pergamon, Oxford, 1965). This is a comprehensive textbook, with clear presentation of the topics
5. M. Chaichian, R. Hagedorn, *Symmetries in Quantum Mechanics: From Angular Momentum to Supersymmetry* (IOP, Bristol, UK, 1997). This is especially recommended for readers interested in the topic of symmetries in quantum mechanics
6. M. Chaichian, A. Demichev, *Path Integrals in Physics. Vol. 1: Stochastic processes and quantum mechanics* (IOP, Bristol, UK, 2001). Readers may find in this book a comprehensive treatment of quantum mechanics in terms of path integrals
7. A. Salam (ed.), *From a Life of Physics* (Evening Lectures at the International Centre for Theoretical Physics (June 1968), Supplement of the IAEA Bulletin, Trieste, Italy, 1968). The evening lecture *Theory, Criticism and a Philosophy* given by Werner Heisenberg contains very interesting historical anecdotes
8. A.I.M. Rae, *Quantum Physics, Illusion or Reality?* (Cambridge University Press, Cambridge, 1986). A monograph devoted to the quantum mechanical paradoxes
9. M.A. Nielsen, I.L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge University Press, Cambridge, 2000). A basic, widely read book on the topic of quantum information and quantum computation

# الفصل السابع
# الديناميكا الكهربائية الكمية

وضعت صياغة المعادلة الكمية النسبوية للإلكترون بواسطة بول ديراك، بالإضافة إلى أعمال ماكس بورن، وفرنر هيزنبرج، وباسكال جوردان الأساس لتكميم المجال الكهرومغنطيسي باعتباره نظام متذبذبات توافقية - وهي فكرة تنبأ بها سابقًا بول إهرنفيست - وضعت الأساس لتطوير ديناميكا كهربائية كمية quantum electrodynamics - وهي نظرية نسبوية تصف التفاعل بين المجال الكهرومغنطيسي المكمم ومجال الإلكترون - بوزترون.

الخطوات الأولى اتخذها أينشتاين في ١٩٠٥، بنظريته عن التأثير الكهرضوئي photoelectric effect، وبعد ذلك، في ١٩١٧، بأعماله حول انبعاث وامتصاص الإشعاع بواسطة ذرة. وكان أينشتاين أول من اقترح أن التفاعل الكهرومغنطيسي موجود وأنه يتم انبعاثه وامتصاصه في كمات إشعاع quanta of radiation، وهو ما أطلق عليه لاحقًا فوتونات.

وشارك علماء فيزياء آخرون بارزون من القرن العشرين أيضًا في التطورات اللاحقة للديناميكا الكهربائية الكمية: نيلز بور، فريمان ج. دايسون، أنريكو فيرمي، ريتشارد ب. فينمان، فلاديمير أ. فوك، وولفجانج باولي، جوليان شوينجر، سين - إتيرو توماناجا، فكتور فيسكوف، وآخرون كثيرون. لكن الخطوة المهمة بشكل خاص كانت صياغة معادلة نسبوية للإلكترون، هي معادلة ديراك.

## ٧-١ معادلة ديراك:

### ٧-١-١ لف الإلكترون:

M. Chaichian et al., Concepts in Physics, Undergraduate Lecture Notes in Physics, DOI 10.1007/978-3-642-19598-3_7,



في ١٩٢٢، صاغ أوتو ستيرن Otto Stern (١٨٨٨-١٩٦٩) ووالتر جيرلاش Walther Gerlach (١٨٨٩-١٩٧٩) تعبيرًا عن انحراف ذرة محايدة كهربائيًا خلال مجال مغنطيسي غير متجانس، وبذلك اكتشفا وجود كمية حركة زاوية حقيقية لهذه الجسيمات، بقيم مكممة معينة. كانت تلك أول ملاحظة تجريبية لما هو معروف باللف. في ١٩٤٣، حصل أوتو ستيرن وحده على جائزة نوبل للفيزياء. في ١٩٢٥، مع العمل النظري لجورج أوهلنبيك George Uhlenbeck (١٩٠٠-١٩٨٨) وصامويل جودسميت Samuel Goudsmit (١٩٠٢-١٩٧٨)، كان من المعروف أن للإلكترونات كمية حركة زاوية حقيقية، أطلق عليها اللف. ومبكرًا في ذلك العام، كان ولفجانج باولي قد اقترح مبدأ الاستبعاد exclusion principle، وتبعًا له يمكن لإلكترون واحد على الأكثر أن يوجد في حالة كمية محددة. واستنتج أيضًا اللف في معادلة شرودنجر في ١٩٢٧. والمعادلة غير النسبوية لباولي لدالة الموجة هي:

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\phi(\mathbf{r},t)=\left[-\hbar^2\frac{\Delta}{2m}+\frac{e}{2m}\left(\hat{\mathbf{L}}+g_s\hat{\mathbf{S}}\right)\cdot\mathbf{B}\right]\phi(\mathbf{r},t), \tag{7.1}$$

حيث:

$$\phi(\mathbf{r},t)=\begin{pmatrix}\phi_1(\mathbf{r},t)\\ \phi_2(\mathbf{r},t)\end{pmatrix}$$

دالة موجة من مركبتين، e و m هما شحنة وكتلة الجسيم، على التوالي، $\hat{\mathbf{L}}$ هو مؤثر كمية الحركة الزاوية، و B مجال مغنطيسي خارجي، و $\hat{\mathbf{S}}=\frac{\hbar}{2}\boldsymbol{\sigma}$ مؤثر اللف، مركباته ثلاث مصفوفات 2 x 2، يطلق عليها مصفوفات باولي:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \qquad (7.2)$$

وتحقق هذه المصفوفات العلاقات $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = -i\sigma_1\sigma_2\sigma_3 = \mathbf{1}$ ، حيث:

$$\mathbf{1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

يتم الحصـــول على مؤثـر كمية الحـــركة الزاوية المدارية من الصيغة التقليديـــة $L = r \times p$، والتي نستبدل فيها، تبعًا لصيغة (٦-١٥)، p ب $-i\hbar\nabla$ ،

$$\hat{\mathbf{L}} = -i\hbar\, \mathbf{r}\times\nabla. \qquad (7.3)$$

ويطلق على المعامل g، النسبة الجيروسكوبية وهي تساوي بالنسبة للإلكترون 2. تم الحصول على هذا العدد في تجارب مطيافية تحدد النسبة بين العزم المغنطيسي الحقيقي والعزم المغنطيسي المداري للإلكترون. ولم يعرف أحد لماذا تكون النسبة 2، لكنها كانت هكذا، واستنتجها باولي باليد في معادلته. ورغم ذلك، لم تكن تلك نظرية أساسية للف. وكان على اللف أن يظهر طبيعيًا فقط عندما تمت صياغة ميكانيكا الكم بطريقة لا متغيرة invariant نسبويًا.

من التعبير النسبوي:

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4 \qquad (7.4)$$

لطاقة إلكترون بالنسبة لكمية حركته كما رأينا في الفصل ٥، كان من الطبيعي تمامًا أن نستخرج معادلة ميكانيكية كمية، والتي ستكون تعميم لمعادلة شرودنجر للحالة النسبوية. وكان كل ما علينا أن نستبدل E وp بالمؤثرات المناظرة، تبعًا ل (٦-١٥). ورغم ذلك لم تكن المعادلة التي تم الحصول عليها كافية لوصف حركة إلكترون نسبـوي، سيان تم اعتباره جسيم حر أو جزء من ذرة. من بين المصـاعب الأخرى، لم يكن من الممكن تقديم اللف في معادلة نسبوية، وبجانب ذلك، ظهرت احتمالات سلبية، كانت لامنطقية. كل هذه المشاكل ظهرت في أعمال والتر جوردون، وأوسكار كلين، وفلاديمير فوك خلال ١٩٢٦ – ١٩٢٧. بالفعل، من المعروف أن شرودنجر

نفسه كتب في البداية معادلة ميكانيكا كم نسبوية من النوع (٧-٤)، لكنه حصل لطيف ذرة هيدروجين مستويات طاقة لا تناظر النتائج التجريبية. عندئذ تخلى عن المعادلة النسبوية ليستقر على معادلة غير نسبوية، التي أعادت إنتاج البيانات بدقة رائعة. كان سبب قلة النجاح في توسعة (٧-٤) إلى المعالجة الميكانيكية الكمية لذرة الهيدروجين هو حقيقة أن المعادلة تصف جسيم بلف صفر، بينما لم يكن الإلكترون هو هذا الجسيم. كان سيتم حل هذه الصعوبة في ١٩٢٨ بواسطة بول أدريان موريس ديراك Paul Adrien Maurice Dirac (١٩٠٢-١٩٨٤)، ولهذه النظرية حصل على جائزة نوبل في الفيزياء ١٩٣٣، مع إروين شرودنجر.

بالإشارة إلى الأزمنة عندما تمت صياغة المبادئ العامة لميكانيكا الكم، نقتبس بعض مقاطع من خطاب ألقاه ديراك في المركز الدولي للفيزياء النظرية في تريست في ١٩٦٨: لكي نفهم الجو الذي كان يعمل خلاله علماء الفيزياء النظريين، يجب على المرء أن يعرف قيمة التأثير الهائل للنسبية. كما كان يتم فهم النسبية في ذلك الوقت، كان على كل نظرية نسبوية أن تكون قابلة للتعبير عنها على هيئة كميات ممتدة. على هذا الأساس لا يمكننا أن نفعل أفضل مما فعلت نظرية كلين-جوردون. كان أغلب علماء الفيزياء قانعين بنظرية كلين-جوردون باعتبارها أفضل نظرية كمية نسبوية ممكنة للإلكترون، لكنني كنت دائمًا غير راضي بالتباين بينها وبين المبادئ العامة، وظللت قلقًا بشكل دائم منها حتى وجدت الحل. كانت الكميات الممتدة غير كافية وكان من الواجب الابتعاد عنها، بتقديم كميات ذات قيمتين، يطلق عليها الآن الدوارة spenors. وهؤلاء الأشخاص الذين كانوا يألفون إلى حد بعيد الكميات الممتدة لم يكونوا مهيأين للابتعاد عنها والتفكير في شيء أكثر عمومية، وكنت قادرًا على فعل ذلك فقط لأنني كنت منجذبًا أكثر للمبادئ العامة لميكانيكا الكم أكثر مني للكميات الممتدة. ويجب على المرء دائمًا أن يحذر من الانجذاب الشديد لخط خاص من التفكير. أتاح تقديم الدوارات نظرية نسبوية على اتفاق مع المبادئ العامة لميكانيكا الكم، وأيضًا تفسر لف الإلكترون، رغم أن هذا لم يكن القصد الأصلي للعمل. لكن عندئذ ظهرت مشكلة جديدة، تلك الخاصة بالطاقات السالبة. أعطت النظرية تماثلاً بين الطاقات الموجبة والسالبة، بينما الطاقات الموجبة هي التي تحدث فقط في الطبيعة. وكما يحدث كثيرًا مع

الإجراء الرياضي في الأبحاث، يؤدي حل صعوبة ما إلى صعوبة أخرى. تتم إزالة الصعوبة بافتراض أنه قد تم ملأ الفراغ بكل حالات الطاقة السالبة. نصل بذلك إلى نظرية بوزترونات مع إلكترونات. لكن مرة أخرى تظهر صعوبة جديدة، ترتبط هذه المرة مع التفاعل بين إلكترون والمجال الكهرومغنطيسي. نجد تكاملات متباعدة لكميات يجب أن تكون محدودة. ومن جديد، كانت هذه الصعوبة موجودة طوال الوقت، تكمن هاجعة في النظرية، والآن فقط تصبح هي المهيمنة.

حصل ديراك على معادلة خطية في الطاقة وكمية الحركة، بينما في (٧-٤) تكون التبعية تربيعية. بعبارة أخرى، ديراك جعل الجذر التربيعي خطي:

$$\hat{E} = \sqrt{\hat{\mathbf{p}}^2c^2 + m^2c^4},$$



الشكل ٧-١

بول أدريان موريس ديراك، عالم فيزياء إنجليزي. كانت معادلته النسبوية الشهيرة للإلكترون أحد أكثر المساهمات أهمية في ميكانيكا الكم الجديدة ونظرية المجال الكمي النسبوي.

حيث $\hat{E}$ و$\hat{p}$ مؤثران. كيف يمكن تحقيق هذا التحول الخطي؟ لاحظ أن (٧-٤) يمكن كتابتها بالنسبة إلى المؤثرين كما يلي:

$$\hat{E}^2 = (\hat{p}_1^2 + \hat{p}_2^2 + \hat{p}_3^2)c^2 + m^2c^4, \tag{7.5}$$

حيث $\hat{p}_1$، $\hat{p}_2$، $\hat{p}_3$ مركبات كمية الحركة الكلية، أي تحقق العلاقة $\hat{\mathbf{p}}^2 = \hat{p}_1^2 + \hat{p}_2^2 + \hat{p}_3^2$. كانت فكرة ديراك العبقرية أنه كتب:

$$\hat{E} = c(\alpha_1 \hat{p}_1 + \alpha_2 \hat{p}_2 + \alpha_3 \hat{p}_3) + \beta mc^2, \tag{7.6}$$

حيث $\alpha 1, \alpha 2, \alpha 3$ معاملات يجب تحديدها. عندئذ لكي نحصل على (٧-٥) بتربيع (٧-٦)، يجب تحقيق العلاقات:

$$\alpha_1^2 = \alpha_2^2 = \alpha_3^2 = \beta^2 = 1, \tag{7.7}$$

وأيضًا

$$\begin{aligned} \alpha_1\alpha_2 + \alpha_2\alpha_1 &= 0, \quad \alpha_1\beta + \beta\alpha_1 = 0, \\ \alpha_1\alpha_3 + \alpha_3\alpha_1 &= 0, \quad \alpha_2\beta + \beta\alpha_2 = 0, \\ \alpha_2\alpha_3 + \alpha_3\alpha_2 &= 0, \quad \alpha_3\beta + \beta\alpha_3 = 0. \end{aligned} \tag{7.8}$$

من الواضح أن $\alpha 1, \alpha 2, \alpha 3$ و$\beta$ لا يمكن أن تكون أعدادًا، لأنها لا تتبادل. يمكن تحقيق مجموعتي الخواص (٧-٧) و(٧-٨) فقط بهويات رياضية أخرى، أي مصفوفات، مع الخاصية المتميزة بأن تكون غير تبادلية، أي، حاصل ضرب اثنين منها في ترتيب معين يساوي ولكن بإشارة موجبة حاصل الضرب عندما يتم عكس ترتيبها. يتضح أن العدد الأدنى للأبعاد حيث يمكن العثور على أربع مصفوفات مستقلة مع تحقيق الخاصتين (٧-٧) و(٧-٨) هو أربعة. بذلك، فإن المصفوفات $\alpha 1, \alpha 2, \alpha 3$ و$\beta$ هي مصفوفات 4 x 4، لذلك يجب أن يكون لدالة الموجة أربع مركبات. ويمكن التعبير عن المصفوفات $\alpha 1, \alpha 2, \alpha 3$ و$\beta$ بالنسبة لمصفوفات باولي (٧-٢) والمصفوفة الواحدية تكون كما يلي:

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_1 \\ \sigma_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha_2 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_2 \\ \sigma_2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha_3 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_3 \\ \sigma_3 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\beta = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 \\ 0 & -\mathbf{1} \end{pmatrix}. \tag{7.9}$$

والمعادلة الميكانيكية الكمية الناتجة لديراك، التي تقوم على الخواص السابقة، تصف إلكترون حر:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -i c \hbar \left( \alpha_1 \frac{\partial \Psi}{\partial x} + \alpha_2 \frac{\partial \Psi}{\partial y} + \alpha_3 \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right) + \beta m c^2 \Psi, \tag{7.10}$$

حيث $\Psi$ (r, t) هي دالة الموجة المركبة ولها أربع مركبات:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \\ \Psi_4 \end{pmatrix}. \tag{7.11}$$

برغم ذلك، لا يمكننا تسمية هذه الهوية متجه رباعي four-vector، لأنه عند تحويل لورنتز لا تكون له خواص تحويل متجهات رباعية. نجد كيف تتحول $\Psi$ (r, t) بأن تتطلب ألا تغير معادلة ديراك هيئتها (وهي موافقة التغير covariant) عند انتقالها من إطار إسناد قصوري إلى آخر. بذلك يتم الحصول على قانون التحويل بطريقة تناظر طريقة الجذر التربيعي للمتجه الرباعي. نطلق عليها لفاف spinor، لأنها تصف جسيم بلف ليس قليل الأهمية، يساوي $\hbar/2$.

لمعرفة أن الحالة هي هكذا بالفعل، علينا إجراء حساب صغير. نعرف أن اللف كمية حركة زاوية حقيقية. وحيث أن للإلكترون لف غير قليل الأهمية، ستكون كمية حركته الزاوية الكلية هي مجموع كمية حركته العادية، والمدارية والزاوية ولفه. يجب أن تكون كمية الحركة الزاوية محفوظة في نظرية ديراك، حيث أن النظرية موافقة للتغير نسبويًا، والدورانات rotations في المكان ثلاثي الأبعاد — المرتبطة بواسطة فرضية نيوثر Noether`s theorem (انظر الفصل ١) بحفظ كمية الحركة الزاوية — هي جزء من

تحويلات لورنتز التي ناقشناها في الفصل ٥. والآن، لو رغبنا في التحقق من حفظ مؤثر $\hat{O}$ في ميكانيكا الكم، فإننا نفعل ذلك بحساب مبدله commutator بالمؤثر الهاملتوني $\hat{H}$، حيث أنه بواسطة معادلة هيزنبرج يعطي هذا المبدل التغير في زمن المؤثر:

$$i\hbar\frac{d\hat{O}}{dt}=[\hat{O},\hat{H}].$$

مع ذلك لايزال علينا تحديد مؤثر هاملتوني للإلكترون الحر، تبعًا لنظرية ديراك. وهذا سهل جدًا – نجده في الجهة اليمنى من (٧–١٠):

$$\hat{H}=-ic\hbar\left(\alpha_1\frac{\partial}{\partial x}+\alpha_2\frac{\partial}{\partial y}+\alpha_3\frac{\partial}{\partial z}\right)+\beta mc^2=-ic\hbar\boldsymbol{\alpha}\cdot\nabla+\beta mc^2\,. \tag{7.12}$$

والآن يمكننا بسهولة حساب مبدل $\hat{\mathbf{L}}$ بواسطة $\hat{H}$، باستخدام خواص (٧–٧) و(٧–٨) وتأثير المؤثر التفاضلي $\boldsymbol{\nabla}$ على $\mathbf{r}=(x, y, z)$. والنتيجة، كما هو متوقع، ليست صفرًا، لكنها:

$$[\hat{\mathbf{L}},\hat{H}]=\frac{c\hbar}{i}\boldsymbol{\alpha}\cdot\mathbf{p}. \tag{7.13}$$

إذن، $\hat{\mathbf{L}}$ تتغير في الزمن، $d\hat{\mathbf{L}}/dt\neq 0$ . وهذا يثبت أن كمية الحركة الزاوية المدارية نفسها غير محفوظة في نظرية ديراك. للوصول إلى الحفظ، يجب أن نضيف إلى $\hat{\mathbf{L}}$ حدًا آخرًا، سوف يعوض بديله مع الهاملتوني الجانب الأيمن من (٧–١٣) بالضبط. هذا الحد الإضافي هو مؤثر لف $\hat{\mathbf{S}}$ له التعبير:

$$\hat{\mathbf{S}}=\frac{\hbar}{2}\boldsymbol{\Sigma}, \tag{7.14}$$

حيث مركبات المصفوفة $\Sigma$ هي:

$$\Sigma_j=-i\epsilon_{jkl}\alpha_k\alpha_l=\begin{pmatrix}\sigma_j & 0\\ 0 & \sigma_j\end{pmatrix}. \tag{7.15}$$

مع إضافة اللف، تكون كمية الحركة الكلية:

$$\hat{\mathbf{J}}=\hat{\mathbf{L}}+\hat{\mathbf{S}} \tag{7.16}$$

محفوظة:

$$i\hbar\frac{d\hat{\mathbf{J}}}{dt} = [\hat{\mathbf{J}}, \hat{H}] = 0.$$

من التعبير $\hat{\mathbf{S}}$ نجد بشكل مباشر أن القيم الذاتية هي $\pm\hbar/2$ ، بعبارة أخرى، يكون لف جسيم ديراك 1/2 بوحدات $\hbar$.

للجسيمات الثقيلة ذات اللف $s = 1/2$ توجهين اثنين محتملين لمتجه اللف بالنسبة لكمية حركتها: موازي ومعكوس التوازي. بالنسبة للف عام s، يكون عدد مساقط اللف في اتجاه كمية الحركة $2s + 1$.

كان النجاح الآخر لمعادلة ديراك أنها تتنبأ بالنسبة الجيروسكوبية gyromagnetic ratio للإلكترون $g_s = 2$. لو أخذنا الحد غير النسبوي في (٧-١٠) باعتبار سرعة الجسيم أقل بكثير من c، نحصل بالضبط على معادلة الموجة لباولي (٧-١)، للفاف spinor في البعدين.

النتيجة التي تفرض نفسها هي أن اللف هو عدد كمي نسبوي (يجب أن تكون المعادلات الأساسية التي تصف جسيمات ذات لف موافق تغير نسبوي). لاحقًا، في ثلاثينيات القرن العشرين، أوضح يوجين بول ويجنر Eugene Paul Wigner (١٩٠٢-١٩٩٥) أن حالات الجسيم النسبوي يتم تصنيفها بكتلتها ولفها، والدوال التي تصف هذه الجسيمات هي ما يطلق عليه تمثيلات زمرة لورنتز Lorentz group.

### ٧-١-٢ ذرة الهيدروجين في نظرية ديراك:

توسع ديراك في معادلة (٧-١٠) ليصف إلكترونًا في ذرة هيدروجين، ولإنجازها كان عليه تضمين حد جهد potential term لوصف تفاعل كولوم بين الإلكترون والنواة:

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -ic\hbar\left(\alpha_1\frac{\partial\Psi}{\partial x} + \alpha_2\frac{\partial\Psi}{\partial y} + \alpha_3\frac{\partial\Psi}{\partial z}\right) + \beta mc^2\Psi - \frac{Ze^2}{r}\Psi, \tag{7.17}$$

حيث Z هو العدد الذري للنواة، وهو يساوي 1 للهيدروجين.

بحل المعادلة السابقة، حصل على مستويات طاقة الإلكترون في الهيدروجين وفي ذرات أخرى بدقة كبيرة، وتنبأ أيضًا ببنيتها الدقيقة: كل مستوى طاقة لميكانيكا الكم غير النسبوية هو في الحقيقة شق في مجموعة مستويات طاقة أكثر دقة وهي متوافقة بشكل باهر مع البيانات التجريبية.

طيف الطاقة للإلكترون في مجال نواة ذات رقم ذري Z يتم الحصول عليه بالتعبير التالي:

$$E = mc^2 \left[ 1 + \left( \frac{Z\alpha}{n - (j + 1/2) + \sqrt{(j + 1/2)^2 - Z^2\alpha^2}} \right)^2 \right]^{-1/2} . \tag{7.18}$$

حيث $n = 1, 2, \ldots$ هو عدد كمي صحيح موجب، و j مرتبط بمؤثر كمية الحركة الزاوية الكلية (٧-١٦)، تتراوح قيمه الذاتية بين 0 و $j + 1/2 \leq n$. وهنا $\alpha = e^2/4\pi\hbar \approx 1/137$ هو ثابت البنية الدقيقة (انظر أيضًا الجزء ٦-٤). ويمكن تقريب التعبير (٧-١٨) بمده بأس $(Z\alpha)^2$، مع النتيجة:

$$E = mc^2 \left[ 1 - \frac{(Z\alpha)^2}{2n^2} - \frac{(Z\alpha)^4}{2n^4} \left( \frac{n}{j + 1/2} - \frac{3}{4} \right) + O\left( (Z\alpha)^6 \right) \right] . \tag{7.19}$$

الحد الأول $mc^2$، يمثل طاقة السكون للإلكترون، والثاني يعطي طيف غير نسبوي، نحصل عليه من نموذج بور (٦-٦). وينتج عن الحد الثالث تصحيحات البنية الدقيقة fine structure corrections للحد السابق، أي مزيد من الشق split في الخطوط الطيفية، بسبب تأثيرات اللف.

### ٧-١-٣ نظرية الثقب والبوزترنات:

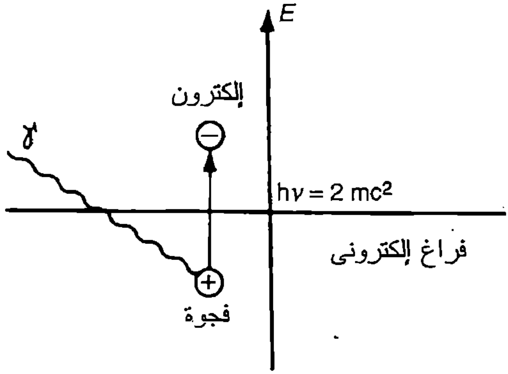
كانت معادلة ديراك، لهذه الأسباب، نجاحًا كبيرًا. لكنها ذهبت حتى إلى ما هو أبعد بالتنبؤ بوجود "إلكترونات موجبة". دعنا نرى كيف ظهرت.

للجسيمات التي تصفها معادلة ديراك الحرة (٧-١٠) طاقات تحقق (٧-٤). هناك بالفعل حلين للطاقة باعتبارها دالة لكمية الحركة، بعد أخذ الجذر التربيعي:

$$E = \pm c \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2c^2}, \qquad (7.20)$$

أي، قيمتين محتملتين لطاقة الجسيم. لا يمكن ببساطة التخلص من حلول الطاقة السلبية باعتبارها غير فيزيائية بسبب الحاجة لكمال مجموعة الحلول في ميكانيكا الكم. بالنسبة للجسيمات الحرة، لا يمثل ذلك أي مشكلة، حيث أن الجسيمات الحرة لا تعاني من أي تغير في كمية حركتها أو طاقتها. ورغم ذلك، مادمنا نسمح بالتفاعلات الكهرومغنطيسية، فإن الانتقال بين حالات الطاقة الموجبة والسالبة ممكن، أي يمكن لإلكترون في حالة سكون أن يسقط إلى حالة طاقة سالبة ببث إشعاع. بالنسبة لأي إلكترون في حالة همود ground state لذرة الهيدروجين، تم حساب هذه الانتقالات وتم الوصول إلى أن معدل قيام إلكترون بالانتقال بين $-mc^2$ و$-2mc^2$ كان $10^8\ s^{-1}$، وقد ينفجر المعدل لو تم أخذ كل حالات الطاقة السلبية في الحسبان! ليست تلك هي الطريقة حقًا التي يسلك بها الإلكترون، لذلك كان من الواجب تفسير حالات الطاقة السلبية بطريقة يكون لها معنى من الناحية الفيزيائية.

لهذا الهدف، اقترح ديراك في ١٩٣٠ نظرية الثقب hole theory الخاصة به، التي تدمج مبدأ باولي للاستبعاد مع الصورة. تبعًا لهذه النظرية، تكون حالة الهمود هي الحالة التي يكون فيها كل حالات الطاقة السلبية مملوءة بالإلكترونات، وبذلك تكون غير قابلة للملاحظة، وتكون كل حالات الطاقة الموجبة غير مشغولة. ونتيجة لذلك، لا يمكن للإلكترونات التي تقفز في ذرة الهيدروجين أن تقوم بأي انتقالات إضافية إلى حالات طاقة أدنى، لأن مبدأ باولي للاستبعاد يمنع وجود إلكترونان لهما نفس العدد الكمي.




الشكل ٧-٢

فوتون له طاقة تساوي أو أكبر من $2mc^2$ يمكنه استثارة إلكترون يحتل حالة طاقة سلبية في بحر ديراك Dirac sea. ويصبح الإلكترون قابل للملاحظة، وتبقى حالة الفراغ، ثقب مشحون إيجابيًا، وهو البوزترون أو الإلكترون المضاد.

يمكن لبحر الطاقة السلبية negative-energy sea أن يفقد إلكترونًا واحدًا ذا طاقة E– لو أنه امتص كم إشعاع ذي طاقة $E + mc^2$ على الأقل (الشكل ٧-٢). عندئذ سيكون للإلكترون طاقة موجبة وسوف يصبح قابل للملاحظة. ومع ذلك فإن الأكثر إثارة للاهتمام هو أن مكانه في بحر الطاقة السلبية سيصبح ثقب قابل للملاحظة. سوف يفسر أي راصد، بالنسبة للفراغ، غياب إلكترون بطاقة E– وشحنة |e|- كحضور جسيم له الطاقة E والشحنة |e|، وهو ما يسمى بوزترون positron. لذلك، تكون الثقوب في بحر الطاقة السلبية أشياء ذات معنى، تتماثل مع جسيمات الطاقة الموجبة بشحنة عكس الإلكترونات. والظاهرة التي تم وصفها سابقًا هي نتيجة زوج إلكترون - بوزترون من الإشعاع. والظاهرة العكسية، زوج فناء إلى إشعاع، يتم تفسيرها بصيد إلكترون ذو طاقة موجبة في الثقب، مع انبعاث فوتونات.

عندما اقترح ديراك نظرية الثقب كانت الجسيمات تحت الذرية المعروفة المشحونة إيجابيًا بشحنة |e| هي البروتونات فقط، وفي البداية اعتبر ديراك أن الثقوب

بروتونـات. ولاحقًا اتضح بواسطـة روبرت أوبنهايمـر Robert Oppenheimer (١٩٠٤-١٩٦٧) أنها يجب أن تكون جسيمات لها نفس كتلة الإلكترون، لكن بشحنة موجبة. في ١٩٣١، تنبأ ديراك بأن مثل هذه الإلكترونات المضادة جسيمات حقيقية، وليست خيالية، وبعد عام وجدها كارل أندرسون Carl Anderson (١٩٠٥-١٩٩١) في تجاربه على الأشعة الكونية. كانت أول ظهور تم رصده للمادة المضادة. وحصل أندرسون على جائزة نوبل في ١٩٣٦.

كانت نظرية الثقب لديراك تاريخيًا نموذج مفيد مثير للاهتمام في تفسير وجود أزواج الجسيم – الجسيم المضاد (مثل الإلكترون-بوزترون). وكان لها بالتأكيد عقباتها، على سبيل المثال حقيقة أن بحر الإلكترونات ذات الطاقة السلبية يجب أن تكون له شحنة كهربائية لانهائية وكتلة لانهائية، وهو ما قد يكون له تأثير هائل من كلا الناحيتين الكهرومغنطيسية والتجاذبية. وقد أوجدت أيضًا صدعًا في التفسير الميكانيكي الكمي لدالة الموجة: في الحالة غير النسبوية، يكون عدد جسيمات أي نظام ميكانيكي كمي ثابت ويتم الحصول عليه من التكامل على الزمن لمربع دالة الموجة. وتتضمن نظرية الثقب أعداد متغيرة للجسيمات، ولا توجد طريقة لأن يتوافق ذلك مع التفسير الاحتمالي لدالة الموجة.

أصبحت نظرية الثقب مهجورة في النظرية الكمية للمجالات، رغم أن أفكار استقطاب الفراغ وتوليد وإفناء أزواج إلكترون-بوزترون افتراضية لها بعض مكوناتها. في الوقت الحاضر، يتم استخدام نظرية الثقب في فيزياء المادة المكثفة، حيث يوجد موقف مماثل يهتم بتوليد أزواج إلكترون-ثقب، في النطاقات الإلكترونية لأشباه الموصلات. ويطلق على هذه الثقوب أشباه الجسيمات quasi-particles، حيث أنها لا توجد خارج المادة، لكنها مهمة لتفسير ظاهرة التوصيل الكهربائي في أشباه الموصلات.

وتماثل الجسيم- الجسيم المضاد يوجد ليس فقط للإلكترونات والبوزترونات، ولكن لكل الجسيمات في العالم تحت الذري، مثل البروتونات، والنيوترونات،

والنيوترينات، وميزونات π، والميون..إلخ. وبشكل خاص، يعتبر الفوتون هو الجسيم المضاد لنفسه، حيث أنه محايد بالنسبة لكل الأعداد الكمية.

في ١٩٥٥، اكتشف إميليو سيجريه Emilio Segre (١٩٠٥–١٩٨٩) وأوين شامبرلين Owen Chamberlain (١٩٢٠–٢٠٠٦) البروتون المضاد، بشحنة سالبة. وحصلا على جائزة نوبل في ١٩٥٩ عن اكتشافهما. يمثل بوزترون مربوط ببروتون مضاد ذرة هيدروجين مضاد. ولقد تم إنتاج ذرات مادة مضادة في المختبرات ذات الطاقة العالية.

يقود وجود ذرات مضادة إلى فكرة أنه في كوننا قد وجدت أجزاء كبيرة من المادة المضادة (بما في ذلك النجوم والمجرات). لو أن الأمر كذلك، لعلها كانت بعيدة عن أجسادنا التي تكونت من المادة العادية، ولو كان الأمر غير ذلك لكانت قد أفنت بعضها البعض، لتنتج كمية كبيرة من الإشعاع. ولا يمكن تمييز نجوم من المادة المضادة عن النجوم العادية بالتحليل المطيافي للضوء الذي تبثه، حيث أن انبعاث وامتصاص الإشعاع متشابه بين الذرات والذرات المضادة. ورغم ذلك، لم يتم رصد مثل هذه النجوم المضادة. ويبدو أن الكون القابل للرصد يحتوي على المادة فقط، التي تشكلت نواتها من البروتونات والنيوترونات.

لذلك، هناك لاتماثل باريون baryon asymmetry في الكون (انظر الفصل ١١)، ولا يزال أصله موضوع بحث معاصر.

## ٢-٧ فاصل: الوحدات الطبيعية والمترية المستخدمة في فيزياء الجسيم:

ربما لاحظ القارئ أن كل صيغ ميكانيكا الكم تحتوي على ثابت بلانك ħ، وتحتوي في الحالة النسبوية عادة أيضًا على سرعة الضوء في الفراغ c. قد تكون الصيغ أقل عسرًا بكثير لو كان علينا كتابتها بدون هذه الثوابت، لكن يمكن إعادتها إلى الأبعاد الصحيحة في نهاية الحساب.

في نظام الوحدات الطبيعية، تعتبر الكميات الأساسية هي الكتلة، والفعل action والسرعة. وحدة الفعل هي ħ، والتي تبدأ ب 1، كما هو حال وحدة السرعة c:

$$\hbar = c = 1. \tag{7.21}$$

هذا هو نظام الوحدات التي يتم تبنيها في فيزياء الجسيم. والكمية الأساسية مكتملة البعد dimensionfull هي الكتلة فقط، وكل الأبعاد الأخرى يتم التعبير عنها بأسس بعد الكتلة، $[M]^n$. من الواضح أن الفعل والسرعة لهما بعد كتلة صفر، $n = 0$، وللطاقة وكمية الحركة نفس البعد مثل الكتلة نفسها $n = 1$، والزمن والطول لهما بعد كتلة عكسي $N = -1$ . والكثافة اللاجرانجية والهاملتونية، في مكان ذي أبعاد ثلاثة، لها بعد كتلة $n = 4$. وثابت البنية الدقيقة لا أبعاد له في CGS، ولذلك يكون للشحنة الكهربائية بعد كتلة $n = 0$ في الوحدات الطبيعية. وأبعاد الكتلة لكل الكميات يمكن الحصول عليه بسهولة من الصيغ الأساسية التي تربط بينها وبين بعضها البعض.

بعد إجراء الحسابات في الوحدات الطبيغية، نعود إلى وحدات CGS بضرب النتيجة بالأسس المناسبة ل ħ و c للحصول على القياس الصحيح للكمية التي يتم حسابها.

قبل البدء في مناقشتنا للمجالات المكممة، نتذكر إعادة تعريف المتجه الرباعي four-vectors الذي قدمناه في نهاية الجزء ٥-٨. سوف نستخدمه في ما يلي. لتثبيت الأساسيات، نذكّر القارئ بأنه يتم تعريف المتجه الرباعي مخالف التغير contravariant باعتباره $a^\mu = (a^0, a^1, a^2, a^3) = (a^0, \mathbf{a})$. والمتجه موافق التغير covariant المناظر هو $a^\mu = (a^0, a^1, a^2, a^3)$، مع $a^0 = a_0$ و $a^i = -a_i$، بالنسبة ل $i = 1, 2, 3$. وبشكل خاص، يتم بشكل عام الرمز لإحداثي المتجه الرباعي ب x أو $x^\mu = (t, x^1, x^2, x^3) = (t, \mathbf{x})$، حيث أننا استخدمنا أيضًا وحدات طبيعية.

والمضروب العددي لمتجهين رباعيين، $a$ و b، هو:

$$ab = a^\mu b_\mu = a^0 b^0 - \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$$

حيث يتم استخدام اصطلاح الجمع لأينشتاين.

والكمية الممتدة المترية $g^{\mu\nu}$ التي يتم رفع وخفض الأسس من خلالها هي المصفوفة القطرية 4 x 4

$$g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (7.22)$$

وعكسها هو $g_{\mu\nu}$، الذي يتطابق مع $g^{\mu\nu}$. من متجه مخالف التغير نحصل على موافق التغير واحد بواسطة $a_\mu = g_{\mu\nu} a^\nu$ وبالعكس $a^\mu = g^{\mu\nu} a_\nu$.

المصفوفة $g^{\mu\nu}$ في هذا التمثيل لها بصمة (أو أثر) 2-، وأحيانًا يتم تحديد مترية مكان منكوفسكي ببصمته. وهذه المترية يتم استخدامها بشكل أكثر عمومية في فيزياء الجسيم.

## ٧-٣ المجالات والجسيمات المكممة:

التسوية بين نظرية الكم والنسبية الخاصة تم إنجازها بصياغة النظرية الكمية النسبوية للمجالات. في هذه النظرية، في ما لا يشبه ميكانيكا الكم غير النسبوية، يتم أخذ دور المتغيرات الديناميكية بالمجالات، التي تصبح مؤثرات.

النموذج الأولي لأي مجال هو المجال الكهرومغنطيسي، والذي له أيضًا ظهور تقليدي ومن ثم له جاذبية أكثر للبديهة. في المكان الحر بدون مصادر كهربائية أو مغنطيسية، ينتشر المجال الكهرومغنطيسي كموجة تكون هي نفسها مستدامة، وينتج عن دوران المجال الكهربائي E(r, t) اختلاف الزمن time-variation للمجال المغنطيسي B(r, t) والعكس بالعكس، تبعًا لمعادلتي ماكسويل (٤-٣) و(٤-٤)، وهما معادلتا الحركة للمجال الكهرومغنطيسي. لاحظ أن المتجه الشعاعي r يتم استخدامه هنا كعلامة لنقطة مكان التي يتم عندها وضع المجال في الاعتبار. التغير في الزمن ل r

ليس هدف الدراسة، كما كان الأمر في ميكانيكا الجسيمات أو الأجسام، لكن التغير في زمن E وB يعتبر كذلك. لهذا السبب نسمى المجالات متغيرات ديناميكية. الملاحظة الجوهرية الأخرى هي أن قيمة المجال عند نقطة واحدة يكون مستقلاً عن قيمته عند أي نقطة أخرى، ولذلك لكل قيمة لـ r يكون لدينا درجة حرية واحدة لكل استقطاب للموجة. وحيث أن r تتغير باستمرار، فإن عدد درجات الحرية لأي مجال يكون لانهائي.

عندما يتم تكميم مجال، يصبح مؤثرًا يعمل في مكان له حالات. وتمثل هذه الحالات الجسيمات، التي يمكن توليدها أو تدميرها بواسطة مجال كمي. للتوضيح، دعنا ننظر في مجال لا متجه حقيقي غير متفاعل، $\hat{\Phi}(x)$ .

تتطابق معادلة حركته مع معادلة الميكانيكا الكمية للجسيم اللامتجه، وهي ما يطلق عليها معادلة كلين-جوردون:

$$\left(\Box + m^2\right) \hat{\Phi}(x) = 0, \qquad (7.23)$$

حيث $\Box = \partial^2/\partial^2 t - \partial^2/\partial^2 x - \partial^2/\partial^2 y - \partial^2/\partial^2 z$ هي مؤثر ألمبرتياني Alembertian operator (تعميم في الأربعة أبعاد لمكان مينكوفسكي لمؤثر لابلاس) وm هي البارامتر الموجب، والتي سوف يتضح أنه كتلة الجسيمات المصاحبة للمجال. والمتغير المستقل x، الذي يصف درجة الحرية، هو بالفعل المتجه الرباعي $x^\mu$.

الحل العام لهذه المعادلة، بأخذ حجم محدود V للنظام، يمكن كتابته كمتسلسلة فورييه، ومعاملاته مؤثرات:

$$\hat{\Phi}(x) = \sum_{\mathbf{k}} \left(\frac{1}{2V\omega_{\mathbf{k}}}\right)^{1/2} \hat{a}(\mathbf{k}) e^{-ikx} + \sum_{\mathbf{k}} \left(\frac{1}{2V\omega_{\mathbf{k}}}\right)^{1/2} \hat{a}^\dagger(\mathbf{k}) e^{ikx}, \qquad (7.24)$$

حيث k موجة متجه رباعي لجسيم نسبوي ذي كتلة m، وكمية حركة ħk وطاقة (بالوحدات الطبيعية):

$$E_{\mathbf{k}} = \omega_{\mathbf{k}} = \sqrt{m^2 + \mathbf{k}^2}\,.$$

في أسس (٧-٢٤)، $kx = k^{\mu}x_{\mu} = \omega_{\mathbf{k}}t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{x}$ . ويحقق المؤثران $\hat{a}(\mathbf{k})$ و $\hat{a}^{\dagger}(\mathbf{k})$ علاقات التبادل commutation relations:

$$[\hat{a}(\mathbf{k}), \hat{a}^{\dagger}(\mathbf{k}')] = \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}, \qquad (7.25)$$
$$[\,\hat{a}(\mathbf{k}), \hat{a}(\mathbf{k}')\,] = [\hat{a}^{\dagger}(\mathbf{k}), \hat{a}^{\dagger}(\mathbf{k}')] = 0,$$

التي تشبه علاقات التبادل لرفع وخفض مؤثرات المتذبذب التوافقي الكمي، الذي قابلنا في الفصل ٦، المعادلة (٦-٥٣).

مكان الحالات لهذه المؤثرات يتم إنشاؤه بنفس الطريقة في ما يخص المتذبذب التوافقي. ونحدد حالة الهمود، أو حالة الفراغ، التي يُرمز لها ب $|0\rangle$ بخاصية أنه، بالنسبة لأي k:

$$\hat{a}(\mathbf{k})|0\rangle = 0. \qquad (7.26)$$

تتولد حالات الجسيم من حالة الفراغ بتطبيقات متتالية للمؤثرات $\hat{a}^{\dagger}(\mathbf{k})$. على سبيل المثال، حالة لها جسيم واحد بكمية حركة k سيتم وصفها ب:

$$|\mathbf{k}\rangle = \hat{a}^{\dagger}(\mathbf{k})|0\rangle,$$

بينما حالة لها n جسيم بكميات حركة مختلفة ستكون:

$$|\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \ldots, \mathbf{k}_n\rangle = \hat{a}^{\dagger}(\mathbf{k}_1)\hat{a}^{\dagger}(\mathbf{k}_2)\ldots\hat{a}^{\dagger}(\mathbf{k}_n)|0\rangle.$$

لو أن حالة تحتوي على جسيم له كمية حركة k، هندئذ بتطبيق المؤثر $\hat{a}(\mathbf{k})$ على الحالة، يتم إفناء الجسيم:

$$\hat{a}(\mathbf{k})|\mathbf{k}\rangle = \hat{a}(\mathbf{k})\hat{a}^{\dagger}(\mathbf{k})|0\rangle = \left(\hat{a}^{\dagger}(\mathbf{k})\hat{a}(\mathbf{k}) + 1\right)|0\rangle = |0\rangle,$$

حيث تم استخدام علاقات التبادل (٧-٢٥).

نتيجة لذلك، يطلق على المؤثرات $\hat{a}^\dagger(\mathbf{k})$ مؤثرات التوليد creation operators، بينما يطلق على $\hat{a}(\mathbf{k})$ مؤثرات الإفناء annihilation operators. وتتم تسمية حالات الجسيم بكميات حركتها (حيث أنه بالنسبة للجسيمات الحرة لا تتغير كمية الحركة) وتسلك مثل المتذبذبات التوافقية لطاقة نسبوية محددة، تناظر كمية الحركة هذه.

بالحديث عن الجسيمات الميكانيكية الكمية، والتي لا يمكن تمييزها، يجب أن نتأكد من أنها تحقق أيضًا الإحصاءات الصحيحة. ولكون الجسيمات كمية لاموجهة، يكون لها لف صفر، مما يعني أن ليس عليها أن تخضع لإحصاءات بوز–أينشتاين. بالفعل، نرى أن حالة بأي عدد من الجسيمات لها نفس كمية الحركة (نفس العدد الكمي) يمكن أن توجد، أي:

$$|\mathbf{k}, \mathbf{k}, \ldots, \mathbf{k}\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}}\hat{a}^\dagger(\mathbf{k})\hat{a}^\dagger(\mathbf{k})\ldots\hat{a}^\dagger(\mathbf{k})|0\rangle \qquad (7.27)$$

(العامل $1/\sqrt{n!}$ هو مجرد عامل تسوية normalization، حيث n عدد الجسيمات في الحالة). يضاف إلى ذلك، أي حالة تعدد جسيم تكون متماثلة تحت تأثير أي تبادل لاثنين من جسيماتها. على سبيل المثال، بالنسبة لحالة جسيمين، باستخدام (٧–٢٥) نحصل على:

$$|\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2\rangle = \hat{a}^\dagger(\mathbf{k}_1)\hat{a}^\dagger(\mathbf{k}_2)|0\rangle = \hat{a}^\dagger(\mathbf{k}_2)\hat{a}^\dagger(\mathbf{k}_1)|0\rangle = |\mathbf{k}_2, \mathbf{k}_1\rangle. \qquad (7.28)$$

مع بعض التعديلات، ينطبق هذه المخطط التكميمي على كل مجالات لف عدد صحيح، ويشكل خاص على المجال الكهرومغنطيسي، وهو مجال متجه $\hat{A}_\mu(x)$ وله لف 1. ونتبنى بالنسبة للمجال الكهرومغنطيسي وصف متجه الجهد vector-potential لأننا نحتاج إلى تطوير نظرية نسبوية، ومتجهات المكان E وB ليست مناسبة لهذا الغرض. والفوتونات، وهي جسيمات تناظر المجال الكهرومغنطيسي المكمم، ليس لها أية شحنة كهربائية، وهذا مشفر رياضيًا في حقيقة أن $\hat{A}_\mu(x)$ مجال حقيقي.

لو كنا نرغب في وصف إلكترونات في نظرية مجالات مكممة، علينا أن دمج درجتي حرية اللفين، بالإضافة إلى مبدأ باولي للاستبعاد، والذي تبعًا له في حالة كمية معينة يمكن أن يكون لدينا إلكترون واحد على الأكثر.

يتم الوفاء بهذه المتطلبات لو أخذنا كمعادلة حركة لمجال الإلكترون الحر معادلة ديراك:

$$\left(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu}-m\right)\hat{\Psi}(x)=0,\quad \gamma_0=\beta,\quad \gamma_i=\beta\alpha_i,\quad i=1,2,3, \tag{7.29}$$

حيث رمزنا ل $\partial_\mu = \partial/\partial x^\mu$، وقمنا على نحو مناسب بتعديل تشابه علاقات التبادل ب (٧-٢٥). دعنا نرى ما التعديلات التي قد تناسب غرضنا.

حل معادلة ديراك (٧-٢٩) يمكن كتابتها كما يلي:

$$\hat{\Psi}(x)=\sum_{\mathbf{p}}\sum_{s=1,2}\left(\frac{m}{V E_{\mathbf{p}}}\right)^{1/2}[\hat{c}_s(\mathbf{p})u_s(\mathbf{p})e^{-ipx}+\hat{d}_s^{\dagger}(\mathbf{p})v_s(\mathbf{p})e^{ipx}], \tag{7.30}$$

حيث $E_{\mathbf{p}}=\sqrt{m^2+\mathbf{p}^2}$.

وحيث أن $\hat{\Psi}(x)$ مركب، يكون ما يطلق عليه اقتران ديراك الخاص به، المحدد بالعلاقة $\hat{\bar{\Psi}}(x)=\hat{\Psi}^{\dagger}\gamma_0$ ، له التوسع:

$$\hat{\bar{\Psi}}(x)=\sum_{\mathbf{p}}\sum_{s=1,2}\left(\frac{m}{V E_{\mathbf{p}}}\right)^{1/2}[\hat{d}_s(\mathbf{p})\bar{v}_s(\mathbf{p})e^{-ipx}+\hat{c}_s^{\dagger}(\mathbf{p})\bar{u}_s(\mathbf{p})e^{ipx}]. \tag{7.31}$$

لاحظ أن الجمع تم إجراؤه أيضًا على توجهات اللف، بجانب جمع كميات الحركة. والعاملان $u_s(\mathbf{p})$ و$\mathbf{v}_s(\mathbf{p})$ لفافان (بعبارة أخرى، مصفوفات عمود بأربع مركبات)، معتمدة على p وm. وبالنسبة لمناقشتنا، تعتبر العوامل المهمة هي توليد مؤثرات إفناء، $\hat{c}_s, \hat{c}_s^{\dagger}$ و $\hat{d}_s, \hat{d}_s^{\dagger}$ . ولأن المجال مركب، نحصل على مجموعتين من المؤثرات لكل استقطاب، وهي تناظر بالفعل إلكترونات (جسيمات) وبوزترونات (جسيمات مضادة)، على التوالي.

ماذا عن مبدأ باولي للاستبعاد؟ افترض أن $\hat{c}_s^\dagger(\mathbf{p})$ يتولد عنها إلكترونات بكمية حركة p، وطاقة $E_p$ واستقطاب لف s،

$$|e^-(\mathbf{p}, s)\rangle = \hat{c}_s^\dagger(\mathbf{p})|0\rangle.$$

عندئـــذ يجب أن تتلاشى الحالـــة ذات الإلـــكترونين التي لها نفس الأعـــداد الكمية، أي:

$$|e^-(\mathbf{p}, s), e^-(\mathbf{p}, s)\rangle = \hat{c}_s^\dagger(\mathbf{p})\hat{c}_s^\dagger(\mathbf{p})|0\rangle = 0,$$

وهو ما يتضمن:

$$\hat{c}_s^\dagger(\mathbf{p})\hat{c}_s^\dagger(\mathbf{p}) = 0.$$

يحدث هذا بالفعل لو أنه بدلاً عن علاقات التبادل، نفرض علاقات غير تبادلية بين توليد وإفناء مؤثرات مجال اللفاف:

$$\begin{aligned} \{\hat{c}_s(\mathbf{k}), \hat{c}_{s'}^\dagger(\mathbf{k}')\} &= \delta_{ss'}\delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}, \\ \{\hat{c}_s(\mathbf{k}), \hat{c}_{s'}(\mathbf{k}')\} &= \{\hat{c}_s^\dagger(\mathbf{k}), \hat{c}_{s'}^\dagger(\mathbf{k}')\} = 0, \end{aligned} \tag{7.32}$$

و

$$\begin{aligned} \{\hat{d}_s(\mathbf{k}), \hat{d}_{s'}^\dagger(\mathbf{k}')\} &= \delta_{ss'}\delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}, \\ \{\hat{d}_s(\mathbf{k}), \hat{d}_{s'}(\mathbf{k}')\} &= \{\hat{d}_s^\dagger(\mathbf{k}), \hat{d}_{s'}^\dagger(\mathbf{k}')\} = 0. \end{aligned} \tag{7.33}$$

الأقواس المتموجة تُستخدم للرمز للمؤثرات غير التبادلية:

$$\{\mathcal{O}_1, \mathcal{O}_2\} = \mathcal{O}_1\mathcal{O}_2 + \mathcal{O}_2\mathcal{O}_1.$$

سوف تؤدي العلاقات السابقة أيضًا إلى حالات إلكترون أو بوزترون غير متماثلة ومتعددة الجسيم. لذلك تحقق الجسيمات المتولدة والمدمرة بواسطة المجال $\hat{\Psi}(x)$ إحصاءات فيرمي- ديراك.

يعتبر المتذبذب التوافقي الكمي أساس مناقشة كل المجالات الحرة، وبذلك فإن نظرية المجالات المكممة مثبتة بشكل راسخ في ميكانيكا الكم العادية. بالنسبة لمجالات البوزون، المكممة بواسطة علاقات التبادل، لدينا تعميم مباشر لميكانيكا الكم غير النسوبية، بينما بالنسبة لمجالات الفرميون فإننا نضع في حسباننا مبدأ الاستبعاد لباولي باستخدام علاقات غير تبادلية للتكميم.

حيث أن الملاحظة تتضمن التفاعل، تكون الخطوة التالية، بالتالي، هي تكميم المجالات في التفاعل.

## ٧-٤ الديناميكا الكهربائية الكمية QED:

كان تفاعل الفوتونات مع الإلكترونات والبوزترون هو أول ما تم تفسيره في إطار نظرية المجالات الكمية. والطاقات التي توضح عندها هذه التفاعلات غرابة أطوارها تعتبر منخفضة نسبيًا، ولم يتم تفسير نتائج التجارب المختلفة في أربعينيات القرن العشرين باستخدام ميكانيكا الكم فقط. وبشكل عام، عند الحديث عن الديناميكا الكهربائية الكمية، يتم فهمها باعتبارها التفاعل بين الفوتونات والجسيمات المشحونة كهربائيًا.

لصياغة ديناميكا كهربائية كمية من المفيد جدًا استخدام دالة لاجرانجية تسمح لنا، كما هو الحال في الميكانيكا والديناميكا الكهربائية التقليدية، بالحصول على معادلات حركة. على سبيل المثال، تعتبر معادلات ماكسويل التي تمت مناقشتها في الفصل ٣ معادلات حركة للمجال الكهرومغنطيسي، ويمكن الحصول عليها بالبدء بدالة لاجرانجية معينة. والوصف النظري للمجال الكمي النسبوي لتفاعلات الفوتونات مع جسيمات مشحونة هو مهمة لها بعض التعقيد الرياضي.

لأغراض الكتاب الحالي، سوف نتجنب هذه المهمة. وسيكون من الكافي هنا توضيح أن الكثافة اللاجرانجية للديناميكا الكهربائية الكمية تحتوي على ثلاثة حدود:

الأول يصف مجال الإلكترون-بوزترون الحر، والثاني المجال الكهرومغنطيسي الحر، والثالث التفاعل بين مجال الإلكترون-بوزترون والمجال الكهرومغنطيسي. والحد الأخير تتم كتابته كما يلي:

$$\hat{\mathcal{L}}_{int} = e\hat{\bar{\Psi}}\gamma^{\mu}\hat{A}_{\mu}\hat{\Psi}. \tag{7.34}$$

حيث e هي الشحنة الكهربائية للإلكترون، والعوامل الأخرى هي نفسها كما في الجزء السابق. تبعًا ل (٧-٣٠) و(٧-٣١)، $\hat{\Psi}$ تدمر الإلكترونات وتولد بوزترونات، و $\hat{\bar{\Psi}}$ يتولد عنها إلكترونات وتدمر البوزترونات.

ومعادلات الحركة للمجالين المتفاعلين $\hat{\Psi}(x)$ و $\hat{A}_{\mu}(x)$ أكثر تعقيدًا منها بالنسبة للمجالات الحرة: فهي معادلات تفاضل غير متجانسة، وهي على وجه الدقة غير قابلة للحل. باعتبار أن طاقة التفاعل الكهرومغنطيسي صغيرة مقارنة بالحدود الأخرى في الكثافة اللاجرانجية (بسبب صغر e في المعادلة (٧-٣٤))، فإن الإجراء المناسب أكثر لمعالجة الديناميكا الكهربائية الكمية يتمثل في توسع اضطرابي. ودور بارامتر التوسع يقوم به ثابت مزاوجة $\alpha$، الذي يميز شدة التفاعلات الكهرومغنطيسية:

$$\alpha = e^2/4\pi\hbar c \simeq \frac{1}{137}, \tag{7.35}$$

وهو موجود، على سبيل المثال، في صيغة لطاقة الإلكترون في ذرة الهيدروجين، كما تمت الإشارة إليه في الجزء ٧-١-٢. نرى أنه في الثابت $\alpha$ يدخل مربع الشحنة الكهربائية $e^2$، وثابت بلانك $\hbar$، وسرعة الضوء c. والعدد الناتج بدون أبعاد، هو ثابت كوني حقيقي، قيمته لا تعتمد على نظام الوحدات المستخدم.

### ٧-٤-١ الوحدوية في الديناميكا الكهربائية الكمية:

في الديناميكا الكهربائية الكمية، كما في أي نظرية مجال كمي أخرى، يتم وصف تبعثر الجسيمات بمؤثر تطور موحد يسمى مصفوفة S. تتوسع المصفوفة S في متسلسلة اضطرابية في ثابت البنية الدقيقة $\alpha$ وكل حد في التوسع يمكن التعبير عنه بالنسبة لمخططات فينمان. وهذا التوسع أداة أساسية في حساب تبعثر الاحتمالات ويعود إلى

فريمان دايسون Freeman Dyson (مولود في ١٩٢٣)، أحد رواد الديناميكا الكهربائية الكمية.

الهاملتونية الكلية للديناميكا الكهربائية الكمية تنقسم إلى جزئين: أحدهما يصف المجالات الحرة (التي تناظر الطاقة الحركية للجسيمات)، $\hat{H}_0$، والآخر يصف التفاعل (يناظر طاقة الوضع للجسيمات)، $\hat{H}_{int}$ :

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{int},$$

بحيث أن حد التفاعل، الذي تعتبر مساهمته في الطاقة أصغر بكثير من مساهمة الحد الأول، يتم معالجته باعتباره اضطرابًا perturbation. وهاملتونية التفاعل (أو حد الجهد potential term) في الديناميكا الكهربائية الكمية هي:

$$\hat{H}_{int} = \int d^3x \, \hat{\mathcal{H}}_{int}, \quad \text{with} \quad \hat{\mathcal{H}}_{int} = -\hat{\mathcal{L}}_{int} = -e\hat{\bar{\Psi}}\gamma^{\mu}\hat{A}_{\mu}\hat{\Psi}.$$

وهذا الانقسام يؤدي بشكل طبيعي إلى ما يسمى صورة التفاعل interaction picture، التي تتطور خلالها المؤثرات (أي المجالات) مع الزمن تبعًا لما تفرضه الهاملتونية الحرة، بينما حالات النظام، التي يرمز إليها بشكل عام ب $|\Psi(t)\rangle$، تتطور تبعًا معادلة شبه شرودنجر مدفوعة بواسطة هاملتونية التفاعل:

$$i\frac{d}{dt}|\Psi(t)\rangle = \hat{H}_{int}|\Psi(t)\rangle, \qquad (7.36)$$

والتي تتم كتابتها هنا كحالة خاصة لمعادلة تومموناجا - شوينجر العامة. عندئذ، شكليًا ، يمكن كتابة حل هذه المعادلة كما يلي:

$$|\Psi(t)\rangle = U(t, t_0)|\Psi(t_0)\rangle, \qquad (7.37)$$

مع مؤثر تطور evolution operator يحقق المعادلة التفاضلية بالحد الشرطي:

$$i\frac{d}{dt}U(t, t_0) = \hat{H}_{int}U(t, t_0), \quad U(t_0, t_0) = \mathbf{1}, \qquad (7.38)$$

أو، بدلاً من ذلك، بتحقق معادلة التكامل:

$$U(t, t_0) = 1 - i \int_{t_0}^{t} d\tau\, \hat{H}_{int}(\tau) U(\tau, t_0). \tag{7.39}$$

يمكن حل هذه المعادلة بشكل تكراري فقط، وتكونا لنتيجة توسع في ثابت التزاوج coupling constant، وهو الشحنة الكهربائية e . وحل المعادلة خارج إطار هذا الكتاب، أيًا كان مؤثر التطور الذي نقصد تفسيره فيزيائيًا.

في عملة التشتت، لا تهمنا الحالات المتوسطة عندما تكون الجسيمات في تفاعل بالفعل، ولكن بالأحرى نهتم بالحالة الأولية، التي نجهز من خلالها النظام في تجربة، والحالة النهائية، التي نلاحظ من خلالها النظام بعد التفاعل. وتبعًا للتقريب الأدياباتي adiabatic، نعتبر الحالة الأولية كحالة تكون الجسيمات فيها في ماضي بعيد ($t_0 \longrightarrow -\infty$) وبعيدة بشكل كاف بحيث لا تتفاعل:

$$|\Psi(-\infty)\rangle = |i\rangle.$$

وفي الحالة النهائية، مأخوذة في المستقبل البعيد ($t \longrightarrow \infty$)، تسلك الجسيمات من جديد كما لو أنها حرة. ويحدث التفاعل خلال فترة زمنية محدودة فيما بين الحالتين، كما لو أن هاملتونية التفاعل كانت "مفتوحة" عند الزمن T – ثم "مغلقة" عند الزمن T.

تربط المصفوفة S الحالة الأولية $\langle \Psi(-\infty)|$ والحالة النهائية $\langle \Psi(\infty)|$، وهو ما يعني، تبعًا ل (٧-٣٧)،

$$S = \lim_{t \to \infty} \lim_{t_0 \to -\infty} U(t, t_0).$$

تعتبر الحالة الأولية ثابتة لدى الراصد باعتبارها حالة عدد محدد من الجسيمات، لها خواص معينة (مثل كميات الحركة، واستقطابات اللف..إلخ)، ومنفصلة بعيدًا، بحيث أنها لا تتفاعل. يكون النظام في يقين certainty (احتمال وحدة) في الحالة الأولية عند الزمن $t_0 \longrightarrow -\infty$، لذلك تكون الحالة قد تمت تسويتها إلى وحدة:

$$\langle i|i\rangle = \langle \Psi(-\infty)|\Psi(-\infty)\rangle = 1.$$

الاحتمال محفوظ، حيث أن المصفوفة S تحتوي على كل الاحتمالات للحالة النهائية، أي:

$$\langle\Psi(\infty)|\Psi(\infty)\rangle = 1.$$

لكن عندما نلاحظ النظام، نبحث عن حالات نهائية خاصة $\langle f|$ ويكون احتمالها الذي يتم استخلاصه خلال التشتت هو:

$$|\langle f|\Psi(\infty)\rangle|^2.$$

بالتالي، يمكن كتابة سعة الاحتمال probability amplitude للانتقال من $\langle i|$ إلى $\langle f|$ كعنصر للمصفوفة S:

$$\langle f|\Psi(\infty)\rangle = \langle f|S|i\rangle = S_{fi}. \tag{7.40}$$

باعتبار أن كل الحالات النهائية الممكنة تمثل مجموعة عادية متعامدة بالكامل، يمكننا توسعة الحالة $\langle\Psi(\infty)|$ :

$$|\Psi(\infty)\rangle = \sum_f |f\rangle\langle f|\Psi(\infty)\rangle = \sum_f S_{fi}|f\rangle,$$

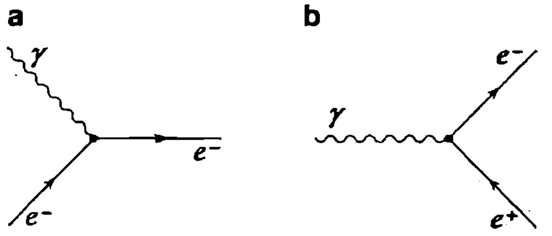
وهو ما يؤدي إلى وحدوية unitarity المصفوفة S التي يتم التعبير عنها على شكل:

$$\sum_f |S_{fi}|^2 = 1. \tag{7.41}$$

لهذا التعبير عن حفظ الاحتمال في نظرية المجال الكمي عمومية أعلى من حفظ الجسيمات في ميكانيكا الكم غير النسبوية، والتي لم تعد سارية المفعول، حيث يمكن توليد الجسيمات الآن وتدميرها.

وحدوية المصفوفة S هي أداة قوية في نظرية المجال الكمي ومؤشر على ما إذا كانت النظرية صحيحة أم لا. ولقد أدت الدراسات على الوحدوية إلى تطورات نظرية مثيرة للاعجاب، لكون أحد أبعد الأهداف لفيزياء الجسيم هو تقديم ما يطلق عليه

أشباح فاديف – بوبوف Faddeev-Popov ghosts في نظريات مجال القياس gauge field. ورغم ذلك تعتبر هذه الموضوعات الرئيسية، بالإضافة إلى التعبير عن حفظ الاحتمالية الذي تعبر عنه الفرضية البصرية optical theorem، خارج إطار هذا الكتاب.




شكل ٧-٣

أشكال نقاط التقاطع تمثل التفاعل بين فوتون (الخط المتعرج) مع مجال إلكترون-بوزترون (خط مستقيم). يتم رسم الحالة الأولية للجسيمات عادة إلى اليسار وجسيمات الحالة النهائية إلى اليمين. وتمثل الأسهم تدفق الشحنة السالبة. في حالة الإلكترونات (جسيمات)، تكون الأسهم في اتجاه كمية الحركة، بينما في حالة البوزترونات (الجسيمات المضادة)، تكون الأسهم في الاتجاه العكسي لكمية الحركة.

### ٧-٤-٢ رسومات فينمان التوضيحية:

عملية الديناميكا الكهربائية الكمية أو أي نظرية مجال كمي أخرى يتم تمثيلها في رسومات توضيحية، وتلك المذكورة في الشكل ٧-٣ a وb حالات خاصة. ويطلق عليها رسومات فينمان التوضيحية وتمثل أداة تقنية معتادة في دراسة التفاعلات بين الجسيمات. لكل حد من مصفوفة S عنصر يناظر رسم فينمان التوضيحي.

والرسومات التي توضح التفاعل اللاجرانجي (٧-٣٤) تتضمن فرميونان (أي إلكترون – بوزترون أو إلكترون – إلكترون، أو بوزترون – بوزترون) وفوتون.

لكل عامل في اللاجرانجية (٧-٣٤) سيكون هناك خط على الرسم كما هو موضح في الشكل ٧-٣. وكل العمليات التي تظهر بأي ترتيب في توسع الاضطراب ستتكون من هذه الرسومات الأساسية، وهو ما يناظر ما يمسى نقطة التقاطع أو نقطة التفاعل. عند وصل هذه النقاط بين بعضها البعض، تتطلب النظرية فرض حفظ الطاقة، وكمية الحركة والشحنة الكهربائية عند كل نقطة تفاعل.

الرسومات في الشكل ٧-٣ يمكن أن تناظر العمليات التالية:

١- تشتت فوتون بواسطة إلكترون: الإلكترون الآتي والفوتون يتم إفنائهما ويتولد إلكترون. تقليديًا، قد نقول إن الإلكترون يمتص فوتونًا ويرفع من طاقته وكمية حركته. والعملية العكسية لبث فوتون بإلكترون جائزة أيضًا.

٢- العملية الأساسية الأخرى هي توليد زوج إلكترون - بوزترون، من فوتون. وقد تكون العملية معكوسة الزمن هي إفناء الزوج، مما يولد فوتونًا. وليس لأي من هذه العمليات شبيه تقليدي.

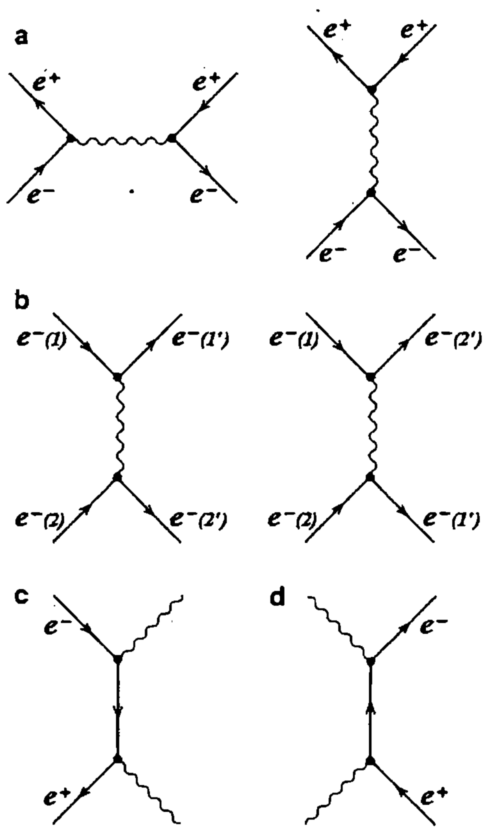
ورغم ذلك، هناك مشكلة بالنسبة لهذه العمليات، وهي شائعة بين كل العمليات من الرتبة الأولى في توسع الاضطراب ل QED: هي ممنوعة بسبب متطلبات حفظ الطاقة-كمية الحركة، إذا كانت الجسيمات المتضمنة حقيقية، أي قابلة للرصد. على الإلكترونات والبوزترونات القابلة للرصد أن تحقق علاقة وصف الطاقة-كمية الحركة $E^2_e = m^2 c^4 + p^2 c^2$، بينما على الفوتونات، كونها بدون كتلة، أن تحقق $E_\gamma^2 = \mathbf{k}^2 c^2$. وعلى القارئ أن يتحقق من أن حفظ الطاقة - كمية الحركة مع هذه الجسيمات لا يمكن إنجازه في الحالتين السابقتين. (رغم ذلك، لو تم علاج مجال كهرومغنطيسي بشكل تقليدي باعتباره مصدرًا خارجيًا، بينما مجال إلكترون - بوزترون مجال كمي، تكون العمليات مسموح بها. يمكن أن تحدث بالفعل، على سبيل المثال، في مجال كولوم موجود جوار نواة ذرية، أو في وجود مجال مغنطيسي).

### ٧-٤-٣ الجسيمات الافتراضية:

إذا كانت الرتبة الأولى في التوسع الاضطرابي لا تعطي أية عملية فيزيائية، هل من الممكن أن يحدث ذلك في رتب أعلى؟ بالفعل، تلك هي الحالة حقًا. إذا كان بالنسبة لواحد من الجسيمات في نقطة تقاطع الخطوط لا يتطلب الأمر التزام بعلاقة تشتيت الطاقة-كمية الحركة، عندئذ يمكن أن تكون الطاقة وكمية الحركة محفوظتين. ولكن ماذا عن الجسيم الذي يجعل ذلك ممكنًا؟ لن يكون هذا الجسيم فيزيائيًا، لكن ما نسميه جسيم افتراضي. لا يمكن ملاحظة مثل هذا الجسيم، ولكن يمكن ملاحظة تأثيره. والجسيمات الافتراضية مسموح بها بمبدأ عدم اليقين لهيزنبرج. وحيث أن حالات عدم اليقين في الطاقة والزمن لجسيم كمي تكون في العلاقة $\Delta E\ \Delta t \sim h$ ، وهي تعني أنه بالنسبة لأزمنة قصيرة جدًا يمكن أن يكون لدينا تذبذبات ضخمة في الطاقة. وتبعًا للنسبية الخاصة، تكافؤ الطاقة الكتلة، ولذلك يمكن معالجة تذبذبات الطاقة هذه باعتبارها جسيمات. ويكون مدى عمرها قصير جدًا بحيث لا يسمح بالملاحظة، ومن ثم لا تكون مقيدة بعلاقة تشتت الطاقة - كمية الحركة $E = c\sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2c^2}$ . وتظهر الجسيمات الافتراضية في حالات متوسطة فقط، تربط بين نقطتي تقاطع خطوط في رتب أعلى للتوسع الاضطرابي. ويطلق على الدوال الرياضية التي تتصف بها الجسيمات الافتراضية في الحالات المتوسطة منتشرات propagators وهي أساسية لمعالجة موافق تغير لورنتز لأي نظرية مجال كمية نسبوية، وترجع تصحيحات الرتب الأعلى للعمليات الأساسية إلى الجسيمات الافتراضية فقط.

### ٧-٤-٤ تشتت كمبتون:

لو لجأنا إلى الرتبة التالية في المتسلسلات الاضطرابية، يمكننا وصف العمليات الفيزيائية المختلفة. وتتناسب حدود الرتبة الثانية مع ثابت البنية الدقيقة $\alpha$. على سبيل المثال، يمكن توليد زوج إلكترون-بوزترون من فوتونين، لو أن طاقتهما الكلية أعلى من ضعف طاقة سكون إلكترون (انظر الشكل ٧-٤ d).




الشكل ٧-٤

أشكال الرتبة الأدنى في الديناميكا الكهربائية الكمية. اتجاه الأسهم يوضح تدفق الشحنة السالبة.

(a) تشتت بهابها **Bhabha scattering**، $e^+ + e^- \rightarrow e^+ + e^-$. وهناك شكلان يساهمان في هذه العملية، الأول عملية كمية بحتة، بينما الثاني حد تقليدي.

(b) تشتت مولر **Moller scattering** $e^- + e^- \rightarrow e^- + e^-$. ومرة أخرى هناك شكلان، بسبب عدم القابلية للتميز للإلكترونات في الحالة النهائية – من المستحيل معرفة أن الإلكترون (1') يتولد عن نقطة تقاطع الخطوط حيث الإلكترون (1) أو (2) قد تم تدميره، ومن ثم يجب جمع الشكلين. يمكن أن تحدث نفس العملية مع بوزترونات.

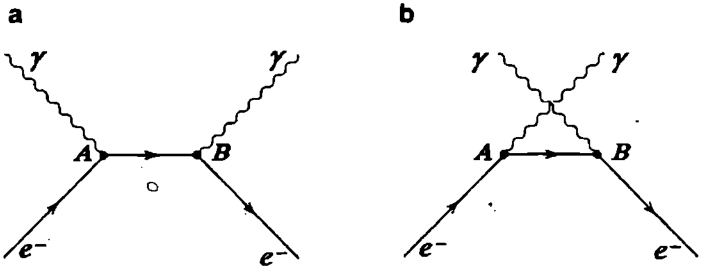
(c) إفناء زوج، $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$. بينما إفناء الزوج إلى فوتون واحد حقيقي (وليس افتراضيًا) ممنوع بواسطة حفظ الطاقة-كمية الحركة، يتم اتباع عملية بفوتونين في الحالة النهائية.

(d) توليد زوج، $\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$.

أيضًا تحدث عملية فوتونين في تأثير كمبتون Compton effect، حيث يتم تشتيت فوتون ذي طاقة عالية (أي، فوتون طاقته متماثلة مع طاقة سكون الإلكترون) بواسطة إلكترون (الشكل ٧-٥). في الحالة النهائية نجد "إلكترون مرتد" وفوتون بطول موجة مرتفع واتجاه مختلف مقارنة بالحالة الأولية. تم اكتشاف التأثير في ١٩٢٣ بواسطة أرثر كمبتون Arthur Compton (١٨٩٢-١٩٦٢)، الذي حصل على جائزة نوبل في ١٩٢٧. كانت الأهمية الكبيرة لهذا الاكتشاف في ذلك الزمن أنه أعطى المزيد من الدعم لافتراضية أن الضوء يسلك كجسيم في ظواهر معينة. تقليديًا، تم تفسير تشتت الإشعاع الكهرومغنطيسي ذو التردد المنخفض بالإلكترونات بواسطة ج. ج. طومسون، مكتشف الإلكترون. وتبعًا لتفسيره، يمتص الإلكترون إشعاعًا كهرومغنطيسيًا، وهو ما يدفعه إلى التسارع. ونتيجة لهذه الحركة المتسارعة، يبث الجسم المشحون إشعاعًا له نفس تردد الإشعاع الذي تم امتصاصه، لكن شدته أقل. والفرق في التردد بين الشعاعين الساقط والمتشتت الذي تمت ملاحظته بواسطة كمبتون لا يمكن تفسيره تقليديًا. في QED، أية عملية:

$$\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^-$$

تسمى تشتت كمبتون، بغض النظر عن طاقة الفوتونات الساقطة. حد الطاقة المنخفضة لتشتت كمبتون يطلق عليه حد طومسون Thomson limit.




**الشكل ٧-٥**

شكلا فينمان لتشتت كمبتون. وكلا الشكلان يساهمان في العملية.

من السهل فهم الكينماتيكا النسبوية relativistic kinematics لتشتت كمبتون، بافتراض أن الإشعاع الكهرومغنطيسي يسلك مثل الجسيمات والطاقة وكمية الحركة محفوظتين (الشكل ٧-٦). في هذا الجزء نحافظ على وضوح العاملين h وc. ونظام الإسناد الطبيعي للتعامل مع هذه العملية هو إطار سكون الإلكترون المستهدف. في هذا الإطار، يكون للإلكترون كمية حركة صفر، $p = 0$ وطاقة السكون $E = mc^2$. وطاقة سقوط الفوتون هي:

$E_i = h\nu_i$ وكمية الحركة النسبوية $|p_i| = h\nu_i/c$. بعد التفاعل، يحصل الإلكترون المرتد على عزم $p'$، بحيث تصبح طاقته الكليـــة $E' = \sqrt{\mathbf{p}'^2c^2 + m^2c^4}$. والفوتون الذي يتشتت عند أي زاوية $\theta$ بالنسبة لاتجاه الفوتون الساقط تكون له طاقة $E_f = h\nu_f$ وكمية الحركة $|p_f| = h\nu_f/c$. ويتم التعبير عن حفظ الطاقة بالتساو:

$$mc^2 + h\nu_i = \sqrt{(\mathbf{p}'c)^2 + (mc^2)^2} + h\nu_f,$$

والذي يعطي، مع التربيع:

$$h^2 (\nu_i - \nu_f)^2 + 2mc^2 h(\nu_i - \nu_f) = p'^2c^2, \qquad (7.42)$$

ويمكن كتابة حفظ كمية الحرارة على الهيئة التالية:

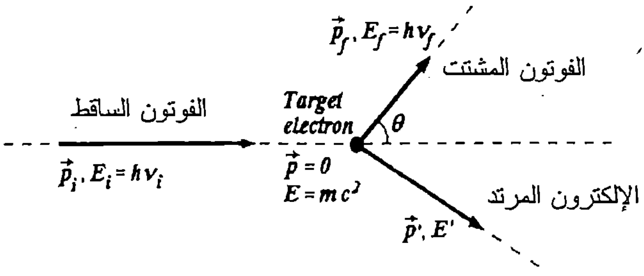
$$p_i - p_f = p',$$

والتي ندمجها في (٧-٤٢)، لنحصل على:

$$h^2 (\nu_i - \nu_f)^2 + 2mc^2 h(\nu_i - \nu_f) = (p_i - p_f)^2c^2, \qquad (7.43)$$

بفحص الشكل ٧-٦ يمكننا أن نكتب بسهولة الجانب الأيمن من المعادلة (٧-٤٣):

$$\begin{aligned}(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_f)^2c^2 &= \mathbf{p}_i^2c^2 + \mathbf{p}_f^2c^2 - 2\mathbf{p}_i \cdot \mathbf{p}_f c^2\\ &= \mathbf{p}_i^2c^2 + \mathbf{p}_f^2c^2 - 2|\mathbf{p}_i| \cdot |\mathbf{p}_f| c^2 \cos\theta\\ &= h^2(\nu_i^2 + \nu_f^2 - 2\nu_i\nu_f \cos\theta).\end{aligned}$$




الشكل ٧-٦

كينماتيكا تشتت كمبتون.

باستخدام هذه النتيجة الأخيرة، نضع (٧-٤٣) على هيئة:

$$\frac{1}{h\nu_f} - \frac{1}{h\nu_i} = \frac{1-\cos\theta}{mc^2},$$

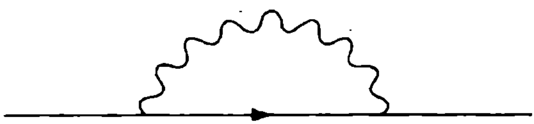
أو، بالنسبة لأطوال الموجات الأشعة الساقطة والمشتتة:

$$\lambda_f - \lambda_i = \frac{h}{mc}(1-\cos\theta). \qquad (7.44)$$

هذه الإزاحة المحسوبة لطول الموجة كانت مع توافق تام مع قياسات كمبتون في تجارب تشتت بأشعة سينية وأشعة جاما. وفي خاتمة بحثه عام ١٩٢٣ الذي قدم فيه هذا التأثير، لاحظ كمبتون: هذا التوافق اللافت للنظر بين صيغتنا والتجارب لا يترك سوى القليل من الشك حول أن تشتت الأشعة السينية ظاهرة كمية. مع تفسير تشتت كمبتون، ظهر ثابت جديد، هو طول موجة كمبتون لجسيم له كتلة m، يمثل طول موجة فوتون طاقته تساوي طاقة السكون لجسيم، $\lambda_c = h/mc$.

في الديناميكا الكهربائية الكمية، يتم تفسير تشتت كمبتون كما يلي: يتم إفناء الفوتون الساقط، مع الإلكترون المستهدف، عند النقطة A، حيث يتم توليد إلكترون افتراضي (الشكل ٧-٥ a). ينتشر هذا الإلكترون لوقت قصير إلى حد غير عادي من A إلى B. عند النقطة B، يتم إفناء هذا الإلكترون الافتراضي، ويتزامن مع ذلك ظهور

الإلكترون المرتد والفوتون المتشتت. ويساهم إلى جانب هذا التأثير أيضًا العملية الموضحة في الشكل ٧-٥ b، والتي يتم خلالها عند النقطة A حيث تم إفناء الإلكترون الأولي، ظهور الفوتون المشتت، مع إلكترون افتراضي. عند B، وبعد انتشار موجز للإلكترون الافتراضي، يظهر الإلكترون المرتد الفزيائي، بينما يتم تدمير الفوتون الساقط. لاحظ أننا لم نستخدم أبدًا في هذا التفسير التعبير "يمتص الإلكترون فوتونًا" أو "يبث الإلكترون فوتونًا"، رغم أننا سوف نستخدم لاحقًا في هذا الفصل هذه المصطلحات، مع التحذير من أن له جذور في الحدس التقليدي. (طريقة الكلام هذه – امتصاص وانبعاث فوتون بواسطة جسيمات مشحونة – يتم استخدامها على نطاق واسع. ونحن نواجه دائمًا مفاهيم تقليدية "على تخوم" النظرية الكمية). والإلكترون الذي يتم تفسيره تقليديًا على أنه يمتص فوتونًا أو يستمر في مساره بطاقة وكمية حركة مختلفتين، يتم تفسيره في نظرية المجال الكمي على أساس أنه تم تدميره، بينما يتم توليد إلكترون آخر.



الشكل ٧-٧

**شكل توضيحي من حلقة واحدة لإلكترون ذي طاقة ذاتية، يطلق عليه أيضًا مؤثر كتلة. وهو يمثل انبعاث وامتصاص فوتون افتراضي بواسطة إلكترون (أو بوزترون). وهو يتناسب مع ثابت البنية الدقيقة $\alpha$ (حيث أنه يحتوي على عاملي نقطة لقاء خطوط vertex factors، كل منها يساهم بعامل واحد e).**

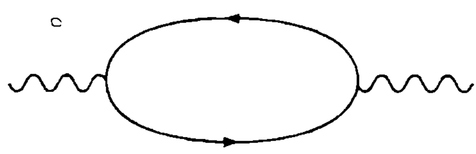
سيان كان الإلكترون هو نفسه أو غيره، ليس لدينا طريقة لمعرفة ذلك بالتأكيد، لأن الإلكترونات (بالإضافة إلى أي جسيمات أولية أخرى) لا يمكن تمييزها من حيث المبدأ عن بعضها البعض. ورغم ذلك، فإن المؤكد أن حساب احتمال التشتت تبعًا لقواعد الديناميكا الكهربائية الكمية على اتفاق تام مع الملاحظة. ويضاف إلى ذلك،

بالنسبة للفوتونات الساقطة ذات الطاقة المنخفضة، يمكن إهمال طاقة الإلكترون المرتد وفي هذه الحدود، تنخفض نتيجة الديناميكا الكهربائية الكمية إلى صيغة تشتت طومسون التقليدية.

خاصية الافتراضي تُنسب أيضًا إلى تلك الفوتونات غير القابلة للملاحظة المسؤولة عن التفاعلات الكهروستاتيكية. والمجال الكهروستاتيكي (الذي يتولد بين شحنتين تم الحفاظ عليهما ساكنتين، على سبيل المثال، ويمكن أن يكون جاذبًا أو متنافرًا) يكون مستقطبًا بشكل طولي. وهذا يعني أنه عبر اتجاه الانتشار، ورغم أنه يتم اعتباره من الناحية الأساسية متكون من جسيمات كمية، أي فوتونات طولية، لا تتم ملاحظة ذلك في الفراغ (انظر الجزء ٤-٥). في وسط حي توجد شحنات حرة، مثلاً في البلازما، يمكن للتفاعلات الكهروستاتيكية أن تنتشر باعتبارها موجات طولية والصفة الجسيمية لهذه التذبذبات الطولية قد تصبح قابلة للملاحظة.

### ٧-٤-٥ الطاقة الذاتية للإلكترون واستقطاب الفراغ:

نتيجة للعمليات الأساسية المذكورة في الجزء ٧-٤-٢، سوف نفهم الإلكترون باعتباره تفاعل دائم مع سحابة فوتونات افتراضية، التي "يبثها" و"يمتصها" طوال الوقت. ويتم تمثيل ذلك بشكل الحلقة في الشكل ٧-٧، الذي يوضح انبعاث وامتصاص فوتون افتراضي بواسطة إلكترون. وتفاعل الإلكترون مع سحابته الكهرومغنطيسية الخاصة يغير طاقة الإلكترون، ويعدل بالتالي كتلة الإلكترون. ويقال إن الشكل التوضيحي يمثل الطاقة الذاتية للإلكترون ويعطي الفرق $\delta m$ بين الكتلة m لتفاعل ما، أو الإلكترون الفيزيائي، والكتلة $m_0 = m - \delta m$ لإلكترون لا يتفاعل، وهو ما يطلق عليه أحيانًا مجرد bare.



الشكل ٧-٨

**شكل توضيحي لاستقطاب الفراغ.**

استقطاب الفراغ polarization of vacuum هو تأثير آخر مهم في الديناميكا الكهربائية الكمية. في هذه الحالة، يتولد عن فوتون منتشر زوج إلكترون-بوزترون افتراضي، والذي يفنى بالتالي من جديد، ليعيد إنتاج الفوتون الأصلي الذي يستمر في الانتشار (الشكل ٧-٨). وحيث أن زوج الإلكترون- بوزترون الذي ظهر ثم تم إفناؤه له طبيعة افتراضية (هي ليست جسيمات قابلة للملاحظة)، ليس من الضروري أن يكون للفوتون طاقة عالية (أو تردد)، وقد تحدث العملية لفوتونات بأي طاقة. مع وجود شحنة ينتج عنها مجال كهربائي في الخلفية، يتم تعديل توزيع هذه الأزواج الافتراضية وقد تظهر كما لو أن الفراغ تم استقطابه. على سبيل المثال، قد يجذب إلكترون البوزترونات الافتراضية ويتنافر مع الإلكترونات الافتراضية. ولذلك، يشبه سلوك الفراغ وسط عازل قابل للاستقطاب (الموقف يشبه ذلك المذكور في الشكل ٣-٢٠). من ثم، لو تم وضع شحنة اختبار صغيرة عند مسافة كبيرة نسبيًا من الإلكترون، قد تتأثر بقوة تناظر شحنة أصغر للإلكترون، بسبب تأثير الحجب screening effect لاستقطاب الفراغ. وهذا التأثير يمكن ملاحظته بالفعل، كما سنرى في القسم ٧-٤-٦.

رغم ذلك هناك شكل توضيحي واحد يحدث له تعديل في الرتب الأعلى في $\alpha$، وهو تصحيح الرأس vertex correction الموجود في الشكل ٧-٩. يساهم الشكل الأخير في العزم المغنطيسي الحقيقي الذي يتم ملاحظته للإلكترون. تذكر أن العزم المغنطيسي بسبب لف إلكترون متضمن في العامل المغنطيسي الدوراني gs - 2 (انظر الجزء ٧-١). ورغم ذلك، عندما تم تهذيب القياسات، اتضح أنه كان هناك انحراف ضئيل عن هذا العدد الصحيح (العزم المغنطيسي الشاذ anomalous magnetic moment)، وكان العامل gs أكبر:

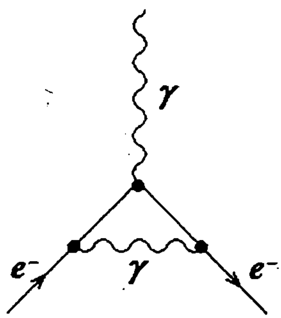
$$g_s = 2(1 + a_e). \qquad (7.45)$$

للمرة الأولى تم قياس الشذوذ $a_e$ بواسطة بوليكارب كوش وهنري فولي في ١٩٤٧-١٩٤٨ واتضح أنه $0.00119 \pm 0.00005$. اشتق جوليان شوينجر التصحيح $a_e$ في ١٩٤٨ من عملية مذكورة في الشكل التوضيحي في الشكل ٧-٩ ووجد أنه على وجه الدقة $\alpha/2\pi = 0.00116$. بمرور السنوات، أصبح العزم المغنطيسي الشاذ

للإلكترون أحد الاختبارات الأعلى دقة في الديناميكا الكهربائية الكمية، بينما تم حساب القيمة النظريـــة حتى الرتبة $\alpha^4$. والتوافق بين النظرية والتجربة مدهــش، مما يجعل شذوذ العزم المغنطيسي للإلكترون التنبؤ الذي تم إثباته بأعلى دقة في تاريخ الفيزياء. ففي ٢٠١٢، كانت القيمة التي وصلت إليها "جماعة بيانات الجسيـم Particle Data Group" هي:

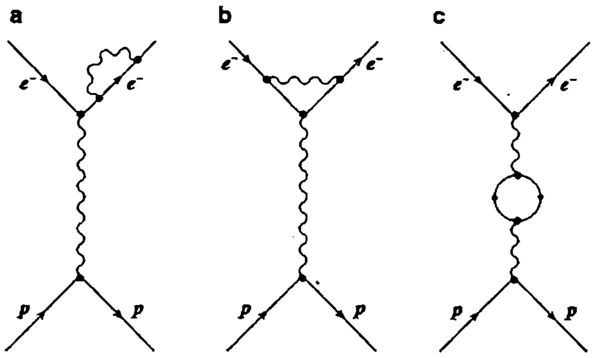
$$a_e = 0.00115965218076 \pm 0.00000000000027.$$

في ١٩٤٧، اكتشف وليس لامب خط طيفي من 1,058 MHz في طيف ذرة الهيدروجين، يناظر فرق الطاقة بين المستويين $2S_{1/2}$ و$2P_{1/2}$، أي مستويين لهما $n = 2$ و $j = 1/2$، لكنهما يناظران أعدادًا كمية لكمية الحركة الزاوية مختلفة، $\ell = 0$ (يرمز لها في المطيافية ب S) و $\ell = 1$ (يرمز لها ب P). وتتنبأ نظرية ديراك لطيف ذرة الهيدروجين بالانحلال، أي نفس الطاقة لكلا المستويين، كما يمكن رؤيته من الصيغة (٧–١٨)، التي لا تعتمد بأي حال على $\ell$. قدم هانس بيث Hans Bethe (١٩٠٦–٢٠٠٥) تقديرًا غير نسبوي لتأثير الطاقة الذاتية للإلكترون ووجد توافقًا جيدًا يبعث على الدهشة مع القيمة التي تمت ملاحظتها تجريبيًا (1,040 MHz). بالفعل، بجانب الطاقة الذاتية للإلكترون، يساهم أيضًا استقطاب الفراغ وتصحيح الرأس بقدر ضئيل في انحراف لامب Lamb shift (الشكل ٧–١٠).




الشكل ٧–٩

شكل توضيحي لتصحيح الرأس.




الشكل ٧-١٠

الأشكال التي تساهم في انحراف لامب -الخط الطيفي للهيدروجين المناظر للانتقال $2S_{1/2} - 2P_{1/2}$.
(a) تساهم الطاقة الذاتية للإلكترون ب 1,017MHz،
(b) يساهم العزم المغنطيسي الشاذ ب 68 MHz،
و(c) لشكل استقطاب الفراغ مساهمة سلبية صغيرة هي 27 MHz -.
وكلها معًا تعطي ما تم قياسه تجريبيًا 1,058 MHz.

في نهاية الأربعينيات في القرن العشرين، كانت الديناميكا الكهربائية الكمية في طريقها لأن تصبح مستفيضة. وكان الحساب النسبوي لانحراف لامب هو التحدي الكبير في ذلك الوقت. وكان الكثير من علماء الفيزياء النظرية يحاولون مواجهته، لكن أخيرًا ذهب الفضل لسين-إتيرو توموناجا Sin-Itiro Tomonago (١٩٠٦-١٩٧٩)، وجوليان شوينجر Julian Schwinger (١٩١٨-١٩٩٤)، وريتشارد فينمان Richard Feynman (١٩١٨-١٩٨٨)، الذين طوروا النظرية النسبوية كاملة بينما كانوا يبحثون عن إجابة على هذه المشكلة الواقعية. وفازوا معًا بجائزة نوبل ١٩٦٥، "لعملهم الأساسي في الديناميكا الكهربائية الكمية، مع نتائج احتاجت جهدًا كبيرًا لفيزياء الجسيمات الأولية". وبالفعل في ١٩٥٥، ذهبت جائزة نوبل لوليس لامب Willis Lamp (١٩١٣-٢٠٠٨) "لهذه الاكتشافات المرتبطة بالبنية الدقيقة لطيف الهيدروجين" وإلى بوليكارب كوش Polykarp Kusch (١٩١١-١٩٩٣) "لتحديده الدقيق للعزم المغنطيسي للإلكترون".

### ٧-٤-٦ إعادة التسوية وثابت الاقتران الذي يجري:

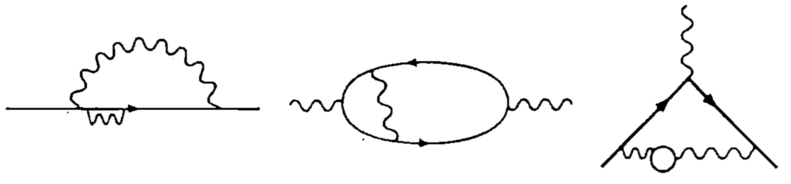
لماذا كان من الصعب جدًا، على أي حال، بناء ديناميكا كهربائية كمية؟ في المناقشة في القسم السابق كنا نهمل بشكل متعمد ذكر السبب. تعطي الرتبة الأولى في أشكال $\alpha$ التوضيحية نتائج محدودة، مع توافق ممتاز مع التجربة. وعندما نحسب تصحيحات أعلى رتبة، مثل تلك الموجودة، على سبيل المثال، في الشكل ٧-١٠، قد نتوقع أنها أصغر بكثير من نتيجة الرتبة الأولى، أي بنحو $\alpha^2$. من المثير للدهشة، أن حساب أشكال الحلقة تتضمن تكاملات متباعدة، وتبدو التصحيحات لانهائية! وكان الإنجاز الكبير لتوموناجا، وشوينجر وفينهان هو إبداع شكلية متسقة لحذف التباعد، مما أدى إلى كميات محدودة، تماثل التجارب. ويسمى الإجراء بشكل عام إعادة التسوية ويتكون من ثلاث خطوات رئيسية.

الخطوة الأولى هي جعل التكاملات عادية، أي جعلها محدودة. ويطلق على التباعدات تباعدات فوق بنفسجية، حيث أنها تعود إلى التكامل حتى كميات حركة لانهائية للجسيمات الأولية التي تجري في الحلقات. وأحد الطرق البديهية لإعادة التسوية هي إيقاف حد التكامل إلى كمية حركة كبيرة جدًا لكنها محدودة.

الخطوة الثانية تتكون من ربط الكميات التي تصف الجسيمات المجردة (التي لا تتفاعل) بتلك التي تصف الجسيمات الفيزيائية. على سبيل المثال، علينا أن نجد علاقة بين كتلة إلكترون مجرد $m_0$، وكتلة إلكترون فيزيائي $m$، أو بين شحنة إلكترون مجرد $e_0$، وشحنة إلكترون فيزيائي $e$. كل تنبؤات النظرية (والتي هي من الناحية الأساسية احتمالات متشتتة، يتم التعبير عنها كمقاطع مستعرضة مشتتة) يجب كتابتها بالنسبة ل $e$ و$m$، والتي توضع عند هذه النقطة بقيمها التجريبية، التي تم قياسها عند طاقة معينة، وهي التي تعطي مقياس إعادة التسوية.

للعودة إلى النظرية الأصلية، علينا إزالة التسوية (في طريقة الإيقاف، نترك كميات الحركة للحلقات تذهب إلى اللانهاية من جديد). ورغم ذلك، بسبب التسوية التي تمت في الخطوة الثانية، تعود اللانهائيات إلى الظهور فقط في العلاقة بين الكمية

المجردة والفيزيائية. إلى حد ما، نقول إن الكتلة المجردة $m_0$ والشحنة المجردة $e_0$ لإلكترون لانهائية – لكن تلك لم تعد مشكلة، حيث أن الجسيمات المجردة لا يمكن ملاحظتها. وحيث أنه تم التعبير عن كل ما يمكن ملاحظته في الخطوة الثانية بالنسبة ل e المحدودة (الفيزيائية) وm، ستكون التصحيحات بدورها محدودة وتتناسب مع $\alpha$، لو عملنا في مستوى حلقة واحدة، أو مع $\alpha^2$، لو عملنا في مستوى حلقتين..إلخ (الشكل ٧-١١).



الشكل ٧-١١

شكل حلقتين تساهمان في الطاقة الذاتية للإلكترون، واستقطاب الفراغ وتصحيح الرأس. قد نرى بسهولة أشكال رتبة أعلى. كل حلقة جديدة تقدم عامل $\alpha$.

والنتيجة ذات الأهمية الخاصة هي القيمة الفعالة للشحنة الكهربائية عندما نغير مقياس الطاقة الذي أجرينا عنده القياس. تذكر أننا قد ذكرنا في الجزء ٧-٤-٥ أن تأثير استقطاب الفراغ له نتيجة حجب شحنة إلكترون، بحيث أنه من على مسافة بعيدة، "تشعر" شحنة الاختبار بها على أنها أكبر. وكلما جعلنا شحنة الاختبار أقرب، كلما بدت شحنة الإلكترون أكبر. لجعل شحنة الاختبار قريبة، نحتاج إعطائها طاقة أكثر فأكثر، ومن ثم تكافئ المسافة القصيرة طاقة عالية. بدلاً من القول بأن الشحنة الكهربائية تعتمد على المسافة إلى شحنة الاختبار، يمكننا القول بأنها تعتمد على مقياس الطاقة $\mu$ للقياس، $\alpha - \alpha(\mu)$. ويجب تعديل قانون كولوم، لأن ثابت الاقتران يجري runs. وهذا يعني أن وضع التفاعل بين شحنتين q و'q يجب كتابته عند مسافة قصيرة جدًا كما يلي:

$$V(r) \simeq \frac{qq'}{r}\left[1+\frac{2\alpha(\mu)}{3\pi}\left(\ln\frac{h}{mcr}-\text{const.}\right)\right], \tag{7.46}$$

حيث $\text{const.} = 5/6 + \ln\gamma$ و...$\gamma = 1.781$ أي اعتماد الجهد على المسافة يصبح على هيئة $[1 + A\ln(r_0/r)]/r$، حيث $A = 2\alpha/3\pi$ و$r_0 = h/mc$ هي طول موجة كمبتون للإلكترون، برتبة $10^{-2}$ Å .

والتأثير قابل للملاحظة حقًا. بأعلى دقة راهنة، يمكننا القول بأن ثابت البنية الدقيقة له القيمة (46) $\alpha = 1/137.03599911$ عند طاقة تساوي طاقة السكون لإلكترون، MeV (44) $\mu_0 = mc^2 = 0.510998918$ (حد الطاقة المنخفضة، يسمى أيضًا حد طومسون). ورغم ذلك، بشكل منتظم أفادت تقارير بطاقات مرتفعة بالنسبة للقياسات لثوابت البنية الدقيقة. وتم التوصل إلى أن القيمة الفعالة لثابت البنيـة الدقيقة، عند قيمة طاقة تساوي كتلة بوزون Z، $m_z = 91.1876 \pm 0.0021$ GeV، هـي $\alpha(m_z) = 1/(128.937 \pm 0.047)$، في توافـق باهـر مـع التنبـؤ النظـري وهـو $\alpha(m_z) = 1/(128.940 \pm 0.048)$، ويختلف بشكل بالغ الأهمية عن القيمة $\alpha \simeq 1/137$ عند طاقات منخفضة.

بالنسبة للقيم العالية ل $\ln \mu^2/\mu_0^2$، يكون الاعتماد على مقياس طاقة ثابت الاقتران $\alpha(\mu)$، لكل رتب الاضطراب، هو:

$$\alpha(\mu) = \frac{\alpha(\mu_0)}{1-\frac{\alpha(\mu_0)}{3\pi}\ln\left(\frac{\mu^2}{\mu_0^2}\right)}. \tag{7.47}$$

عند الطاقات التي يمكن الحصول عليها حاليًا في مختبرات فيزياء الطاقة المرتفعة، لا تكون الزيادة في $\alpha$ كبيرة، رغم أنها قابلة للملاحظة. ورغم ذلك عند مقياس طاقة $\mu = mc^2 e^{3\pi/2\alpha(\mu_0)}$ وهي قيمة هائلة، $10^{283}$ keV، لكنها لا تزال محدودة، يتلاشى المقام، ويصبح $\alpha(\mu)$ لانهائي. والطريقة الوحيدة لحل هذا التضارب هو افتراض أن $\alpha(\mu_0)$ تتلاشى، لكن عندئذ قد تكون $\alpha(\mu)$ صفر عند أي طاقة، أي تكون QED نظرية عدم تفاعل، وهذا أمر لامنطقي. وهذه المشكلة معروفة باسم قطب لاندو Landau pole أو أحيانًا صفر موسكو Moscow zero. وهو حد للديناميكا

الكهربائية الكمية، وهو غير موجود في أغلب النظريات الكاملة، مثل النموذج المعياري أو نظريات التوحيد الكبرى (انظر الفصل ١١).

## ٧-٥ الفراغ الكمي وتأثير كاسيمير:

في الديناميكا الكهربائية الكمية يتم تفسير خواص الفراغ باعتبارها خواص حالة الهمود. على سبيل المثال، طيف الطاقة للمجال الكهرومغنطيسي الحر يتم الحصول عليه بواسطة مؤثر الهاملتونية الكمية الخاص به، والتعبير عنه كما يلي:

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\lambda=1,2} \hbar\omega_{\mathbf{k}} \left( \hat{a}^{\dagger}_{\lambda}(\mathbf{k}) \hat{a}_{\lambda}(\mathbf{k}) + \frac{1}{2} \right),$$

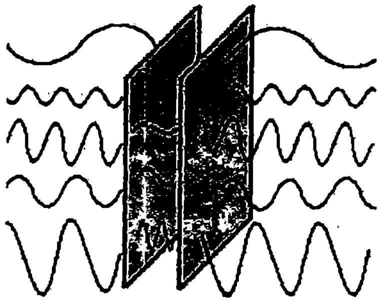
حيث $\hat{a}^{\dagger}_{\lambda}(\mathbf{k})$ و $\hat{a}_{\lambda}(\mathbf{k})$ هما مؤثرا التوليد والإفناء لفوتون حر له كمية حركة k واستقطاب $\lambda$ (الفوتونات الحرة الحقيقية يمكن أن يكون لها فقط استقطابات مستعرضة، ومن ثم يمكن للدليل $\lambda$ أن يأخذ قيمتين فقط). عندما نطبق هذه الهاملتونية على حالة الفراغ $|0\rangle$ لا يعطي الحد الأول أية مساهمة بسبب حقيقة أن كل مؤثرات الإفناء تدمر الفراغ (انظر ٧-٢٦). والحد الثاني يعطي طاقة الفراغ، وهي لانهائية بوضوح، بسبب جمع كل القيم الممكنة ل k:

$$E_0 = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\lambda} \hbar\omega_{\mathbf{k}}.$$

هذه الطاقة تكون مصاحبة لأنماط افتراضية للفراغ يكون عددها لانهائي. وكما سبق ورأينا، لا يكافئ الفراغ الكمي بأي حال من الأحوال المكان الفارغ البسيط لكنه بدلاً عن ذلك يحتوي على جسيمات لا يمكن ملاحظتها (إلكترونات، وبوزترونات، وفوتونات..إلخ) – ويتم توليد وإفناء الجسيمات الافتراضية باستمرار، في عمليات كمية متذبذبة.

عندما نحسب طاقة أي حالة جسيم، سوف تعطي طاقة الفراغ هذه دائمًا مساهمة لانهائية (يطلق عليها أحيانًا طاقة نقطة الصفر zero-point energy)، والتي

يتم عادة حذفها في عملية إعادة التسوية، بحجة أن طاقة الفراغ لا يمكن ملاحظتها، والشيء الوحيد الذي يمكننا من الناحية الأساسية قياسه هو الاختلاف بين حالة الهمود وطاقات حالات الجسيم.



الشكل ٧-١٢

داخل الصفيحتين، فقط الأنماط الكهرومغنطيسية تلك هي المسموح لها بحيث تكون تردداتها مضاعفات عدد صحيح ل $\omega = \pi c/d$.

ورغم ذلك، لطاقة فراغ المجال الكهرومغنطيسي بالفعل تأثير مرئي – تأثير كاسيمير Casimir effect – الذي تم اكتشافه وتفسيره في ١٩٤٨ بواسطة هندريك كاسيمير Hendrik Casimir (١٩٠٩-٢٠٠٠). ويتألف مما يلي: لو تم وضع صفيحتين معدنيتين غير مشحونتين يفصل بينهما بضع ميكرومترات في الفراغ، فإن الموجات المسموح لها فقط بالانتشار بين الصفيحتين هي تلك التي تناظر مجال كهربائي مستعرض متلاشي على الصفيحتين المعدنيتين. وبالتالي، يجب أن تكون الموجات بحيث تسمح بأن يلائم نصف الأطوال الموجية بالضبط ضمن المسافة d، أي $\lambda_n = 2d/n$ حيث $n = 1, 2, \ldots$ وهو ما يناظر الترددات الزاوية $\omega_n = \pi nc/d$ ومع ذلك، فخارج الصفيحتين تظل كل الترددات الممكنة موجودة (الشكل ٧-١٢). ونتيجة لذلك، ينشأ ضغط إشعاع من أنماط داخل الفجوة أكثر منه من تلك الخارجة عنه. مم يؤدي إلى قوة جاذبية بين الصفيحتين. وقوة الجاذبية لكل وحدة مساحة بين الصفيحتين (أو الضغط المناظر) نحصل عليها من التعبير التالي:

$$F/S \equiv p = -\frac{\pi^2 \hbar c}{240 d^4}. \quad (7.48)$$

بالنسبة لصفيحتين معدنيتين بمساحة ١ سم٢، تفصل بينهما مسافة $d = 1\ \mu m$ تكون القوة نحو $1.3 \times 10^{-7}$ N = $1.3 \times 10^{-2}$ dyne. التجربة الأولى التي تم خلالها ملاحظة تأثير كاسيمير أجراها ماركوس سبارناي في ١٩٥٧، ولكن بينما لم تثبت النتائج النظرية، كانت الأخطاء كبيرة. في ١٩٩٧، بدأ عصر القياس الأكثر دقة لقوة كاسيمير، مع تجارب ستيف لامورو، وعمر محي الدين وأناشري روي.

## ٧-٦ مبدأ عدم تغير القياس:

في الفصل ٥ ناقشنا عدم تغير القياس لمركبتي المجال الكهرومغنطيسي E وB. عندما نضع في الاعتبار تفاعل المجال الكهرومغنطيسي مع مجال إلكترون-بوزترون، يصبح عدم تغير القياس خاصية أكثر عمومية.

كما ذكرنا في الفصل ٥، لكي يتم وصف نظرية كهرومغنطيسية بطريقة نسبوية واضحة، علينا إعادة قولبتها بلغة متجه الجهد $A_\mu$ vector potential، والبدء من كثافة لاجرانجية لامتغيرة نسبويًا للمجال، ويكون التعبير عنها كما يلي:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}, \qquad F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu. \quad (7.49)$$

مركبات $F_{\mu\nu}$ موضحة في (٥-٣٧)، أي $E_k = F_{0k}$ و $B_k = 1/2\ \epsilon_{ijk} F_{ij}$. وبتطبيق مبدأ أقل فعل الذي ناقشناه بالنسبة لميكانيكا الجسيم في الفصل ١، نحصل على معادلات الحركة للمجال، والتي هي في هذه الحالة معادلات ماكسويل. وبواسطة تحويلات القياس:

$$A_\mu(x) \longrightarrow A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \partial_\mu f(x), \quad (7.50)$$

حيث $f(x)$ دالة حقيقية قابلة للتفاضل انتقائية، والكمية الممتدة لقوة المجال $F\mu\nu$ لا متغيرة invariant، وهو ما يعني أن الفعل نفسه لا متغير، بالإضافة إلى كل ما يمكن ملاحظته بالنسبة للنظرية.

وما يشبه ميزة بسيطة لإعادة صياغة الكهرومغنطيسية بمصطلحات متجه الجهد، يتضح أنه ظهور لمبدأ لعدم تغير المقياس، والذي يشكل دعامة لكل نظريات فيزياء الجسيم النسبوية الحديثة. دعنا نضع مخططًا للجدل المؤدي إلى هذا المبدأ. وفي المناقشة سوف نشير إلى المجالات التقليدية والكثافات اللاجرانجية.

تبدأ النظرية النسبوية للتفاعل بين الجسيمات المشحونة والمجال الكهرومغنطيسي بصياغة الفعل اللامتغير نسبويًا. الكثافة اللاجرانجية التي تؤدي إلى معادلة ديراك الحرة (٧-٢٩) تكون على هيئة:

$$\mathcal{L}_{Dirac}(x) = \bar{\Psi}(x)(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m)\Psi(x). \qquad (7.51)$$

تظل هذه الدالة لا متغيرة لو أجرينا تحويل على المجالات، التي لا تؤثر على الزمكان spacetime، وهي:

$$\begin{aligned} \Psi(x) &\rightarrow \Psi'(x) = e^{-i\epsilon}\Psi(x), \\ \bar{\Psi}(x) &\rightarrow \bar{\Psi}'(x) = e^{i\epsilon}\bar{\Psi}(x), \end{aligned} \qquad (7.52)$$

حيث $\epsilon$ أي عدد حقيقي. مثل هذه التحويلات تكون واحدية unitary، بمعنى أن معكوس التحويل هو مقترن عكسي هرميتياني. وهي تمثل مجموعة أيضًا، يرمز لها ب U(1)، وهي المجموعة الواحدية ببارامتر واحد (في مثالنا، البارامتر هو عدد حقيقي $\epsilon$). يجب أن نؤكد على أن بارامتر التحويل لا يعتمد على نقطة في الزمكان، ولهذا السبب نسمي هذه التحويلات بالشاملة. تتنبأ فرضية نوثير بأن هناك شحنة محفوظة تصاحب اللاتغير هذا، وبالفعل يمكن أن نستنتج منها حفظ الشحنة الكهربائية (ورغم أنه غير معقد، سوف نحذف هذا الاستنتاج).

ما الذي يحدث لو أننا جعلنا البارامتر $\epsilon$ دالة لها الإحداثي $\epsilon(x)$، وهو ما يعني أننا جعلنا التحويلات محلية؟ مثل هذه التحويلات تسمى محلية local أو مقياسية gauge. يمكن أن تكون حجة هذه الحاجة كما يلي: الطور $\epsilon$ غير أساسي – يمكن أن يختاره أي أحد عند مكان وزمن معينين يختلفان عن اختيار شخص آخر، في مكان

وزمن آخرين، بحيث، بشكل عام، يمكن أن يكون الطور دالة لنقطة في الزمكان x. ومن السهل جدًا رؤية أنه، في هذه الحالة، لا تعود اللاجرانجية (٧-٥١) لا متغيرة بعد ذلك. لو اعتبرنا $\epsilon(x) = ef(x)$ وأجرينا التحويلات (٧-٥٢) بهذا البارامتر، نحصل على:

$$\mathcal{L}' = \mathcal{L} - e\Psi\gamma^{\mu}\Psi\,\partial_{\mu}f. \qquad (7.53)$$

لجعل اللاجرانجية لا متغيرة، نحتاج إلى إضافة مجال جديد، بحيث يكون الحد المعتمد على $\partial_{\mu}f(x)$ قد تم التعويض عنه في الجانب الأيمن من (٧-٥٣). المجال الجديد هو متجه الجهد الكهرومغنطيسي $A_{\mu}(x)$، تم تحويله تبعًا للصيغة (٧-٥٠)، ومتضمن في الكثافة اللاجرانجية خلال حد التفاعل

$$\mathcal{L}_{int} = e\bar{\Psi}\gamma^{\mu}A_{\mu}\Psi,$$

وهو على وجه الدقة شكل حد التفاعل للديناميكا الكهربائية الكمية (٧-٣٤). ويطلق على المجال الكهرومغنطيسي مجال المقياس gauge field. والكثافة اللاجرانجية الكلية للديناميكا الكهربائية، اللامتغيرة تحت تأثير تحويلات المقياس، تحتوي على الحدود التي تصف مجال ديراك الحر، والمجال الكهرومغنطيسي الحر، وتفاعلهما:

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi}(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m)\Psi - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + e\bar{\Psi}\gamma^{\mu}A_{\mu}\Psi. \qquad (7.54)$$

نتتهي من هذا الفصل بالإشارة إلى أنه توجد علاقة حميمية بين الخواص الأربع التالية:

١- للفوتون الحر نمطين فقط من الاستقطاب (المستعرض).

٢- كتلة الفوتون صفر.

٣- كثافة اللاجرانجية التي تصف التفاعل الكهرومغنطيسي لامتغير قياسي.

٤- التفاعلات الكهرومغنطيسية ذات مدى طويل (تزداد القوة كمربع عكسي للمسافة أو يزداد الجهد بشكل عكسي مع المسافة).

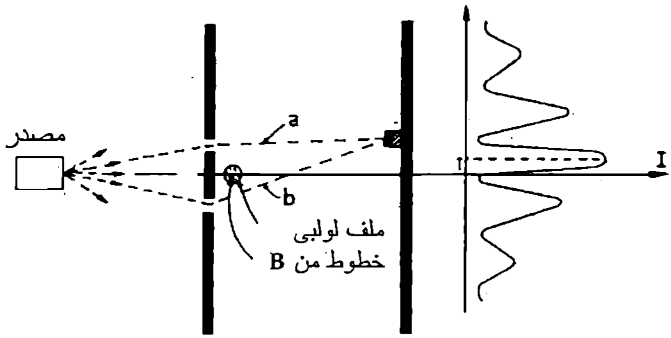
خط التفكير المنطقي الذي قدمناه سابقًا هو نموذج أولي لبناء أي نظرية حديثة لفيزياء الجسيم، وهو ضروري لتحقيق مبدأ لا تغير القياس (وإن كان مع مجموعات أخرى من التحويلات الداخلية، كما سنرى في الفصل ١١). الخاصية اللافتة للنظر لنظريات مجالات القياس، مثل QED، هي أن التباعدات فوق البنفسجية ultraviolet divergencies التي تظهر في الرتب الأعلى في الاضطراب يمكن إزالتها، أو إعادة تسويتها، بطريقة مترابطة — ويطلق على هذه النظريات القابلة للتسوية.

**تأثير أهارونوف – بوم.** إلى حد كبير تبدو إعادة صياغة الديناميكا الكهربائية بمصطلحات متجه الجهد مثل أداة لجعل النظرية لا متغيرة نسبويًا بوضوح. ومتجه الجهد نفسه غير قابل للملاحظة، حيث أنه ليس لامتغير قياس، بذلك لا يشبه المجالين E وB. ورغم ذلك، باستخدام مفهوم متجه الجهد الكهرومغنطيسي، تم التنبؤ بتأثير ميكانيك كمي، ولم يكن يتم قط إدراك وجوده، ما دام تم صياغة الكهرومغنطيسية فقط بمصطلحات المجالين E وB. هذا هو تأثير أهارونوف–بوم، الذي تم التنبؤ به في ١٩٥٩ بواسطة ياكير أهارونوف Yakir Aharonov (ولد في ١٩٣٢) ودافيد بوم David Bohm (١٩١٧–١٩٩٢) (تم تقديم تقرير مبكر بواسطة فيرنر إهرنبرج ورايموند إ. سيداي في ١٩٤٩). ويدل تأثير أهارونوف–بوم بوضوح على أنه في نظرية كمية تعتبر الجهود الكهرومغنطيسية أساسية حقًا، وليست المركبات القوية للمجال الكهرومغنطيسي.

عندمـــا تتم كتابة معادلة شرودنجر في وجود مجال مغنطيسي، يصبح مؤثـــر كمية الحركة:

$$\hat{\mathbf{p}} = -i\hbar\nabla + \frac{e}{c}\mathbf{A}, \qquad (7.55)$$

حيث A متجه الجهد. دعنا نفترض الآن أننا نعرض تجربة الشقين التي قدمناها في بداية الفصل ٦، ولكن بملف لولبي طويل جدًا موضوع خلف حاجز مثقوب، عمودي على الخط المستقيم الواصل بين الشقين (الشكل ٧–١٣). المجال المغنطيسي B مقيد داخل الملف اللولبي، بينما في المنطقة الخارجية يتلاشى. ورغم ذلك، فحول الملف اللولبي هناك متجة جهد A غير متلاشي، ولفه صفر.




الشكل ٧-١٣

**تأثير مجال مغنطيسي داخل الملف اللولبي على حركة الإلكترونات، تبعًا لتأثير أهارونوف - بوم. نمط التداخل يتزحزح مقارنة بالموقف عندما تمت إزالة الملف اللولبي.**

قبل وضع الملف اللولبي، يتم وصف الإلكترونات بدوال موجة من النوع $\psi$ $(x, t) = C e^{i\varphi}$، حيث أنه في حالة الموجات المستوية، يكون الطور $\varphi = (p \cdot r - Et)/\hbar$. بالنسبة للإلكترونات التي تمر من الشقين، يكون التعبير عن الطور أكثر تعقيدًا، لكن بالنسبة لغرضنا التوضيحي سنستخدم أيضًا الموجات المستوية.

تداخل السعات على الحاجز يعتمد على اختلاف هذه الأطوار: لو افترضنا أشعة إلكترونات تصفها دالتا موجة

$\psi_1 = C1e^{i\varphi^1}$ و $\psi_2 = C_2 e^{i\varphi^2}$، يتم الحصول على كثافة الاحتمال للإلكترونات التي تصل إلى نقطة ما على الحاجز بالدالة:

$$|\psi_1 + \psi_2|^2 = C^2{}_1 + C^2{}_2 + 2C_1C_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2).$$

الحد الأخير يحدد نمط التداخل على الحاجز، رغم أن اختلاف الطورين $\delta = \varphi_1 - \varphi_2$.

عند وضع الملف اللولبي يكتسب الطور عنصرًا جديدًا. عندما نستبدل في $\varphi$ مؤثر كمية الحركة ب $-i\hbar\nabla + \frac{e}{c}\mathbf{A}$ يصبح فرق الطورين:

$$\delta' = \delta + \frac{e}{\hbar c}\int_{(a)} \mathbf{A}\cdot d\mathbf{l} - \frac{e}{\hbar c}\int_{(b)} \mathbf{A}\cdot d\mathbf{l} \tag{7.56}$$

$$= \delta + \frac{e}{\hbar c}\oint_{(ab)} \mathbf{A}\cdot d\mathbf{l}, \tag{7.57}$$

حيث (a) و (b) هما مسارا شعاعي الإلكترونات و(ab) هو المسار المغلق المتكون من مساري إلكترونات، كما نرى في الشكل. هذا التكامل لامتغير تحت تأثير تحويلات القياس، وبالفعل يمثل التكامل تدفق المجال المغنطيسي B خلال المساحة التي يحيط بها منحنى مغلق (ab). والجانب المثير للاهتمام في هذا التأثير هو رغم أن المجال المغنطيسي صفر خارج الملف اللولبي، فإنه يؤثر على حركة الإلكترونات، والتي تتضح من تكامل متجه الجهد A، وهو ليس صفر خارج الملف اللولبي، مأخوذًا عبر مسار الإلكترونات. وتأثير أهارونوف-بوم مرتبط بشكل مباشر بتكميم التدفق المغنطيسي. لاحظ أنه باستخدام فرضية ستوكيس Stokes' theorem، يمكن وضع اختلاف الطور على هيئة:

$$\delta' - \delta = \frac{e}{\hbar c}\oint_{(ab)} \mathbf{A}\cdot d\mathbf{l} = \frac{e}{\hbar c}\int_{S} \mathbf{B}\cdot d\mathbf{S},$$

حيث S هي المساحة المقابلة ل (ab). لو تم تكميم التدفق بوحدات $\hbar c/2e$ (كما في حالة أشباه الموصلات)، عندئذ يمكن تفسير $\delta' - \delta$ باعتبارها مقياس لضعف عدد كمات التدفق عبر S، أي، عبر الملف اللولبي (الشكل ٧-١٣).

تم الحصول على أول ملاحظة تجريبية لتأثير أهارونوف-بوم مع وصول عام ١٩٦٠، بواسطة ر. ج. شامبرس. ولقد حاولت مجموعة كثيرة أخرى إنجاز ذلك. ورغم ذلك، حيث أن التجربة تتطلب ملف لولبي نموذجي، لا يتسرب منه أي مجال مغنطيسي خارجه، أشارت التقارير لعدة سنوات إلى جدل حول أن الملاحظات لم تكن حاسمة. وأتى الإثبات الأخير في ١٩٨٦ من مجموعة يابانية قادها أكيرا تونومورا Akira Tonomura (١٩٤٢-٢٠١٢)، الرائد في دراسة مجهرية الإلكترون بالتصوير التجسيمي. في التجربة تمت تغطية مغنطيس حديدي حلقي بطبقة شبه موصلة لحصر المجال، ثم بطبقة نحاس لتكملة الحماية من موجة الإلكترون. أجرى تونومورا أيضًا

تجارب أساسية أخرى في الفيزياء الكمية، مثل تجريب تداخل إلكترون شقين في ١٩٨٩، بنمط يتطور بالتدريج بواسطة كشف إلكترونات فردية، أو توليد دوامات في أشعة إلكترون، في ٢٠١٠.

## ٧-٧ تماثل CPT:

اقتران الشحنة أو تحويل C يغير الجسيم إلى جسيمه المضاد. وعدم تغير C يعني أن كل عملية لها عملية مماثلة، حيث يتم تبادل إلكترونات وبوزترونات (أو أي جسيم وجسيمه المضاد، حتى لو لم يكن لها شحنة كهربائية، لكنها مختلفة بأية طريقة أخرى). والديناميكا الكهربائية الكمية هي C لا متغيرة. على سبيل المثال، لتشتت كومبتون عملية متماثلة تحت تأثير اقتران شحنة: تشتت فوتون بواسطة بوزترون. واحتمالات العمليتين متماثلة، أي تكون C لا متغيرة.

وعدم تغير P أو تماثل التساوي parity symmetry يعنى عدم التغير تحت تأثير انعكاس المكان، على سبيل المثال، تبادل اليمين واليسار. وللمرآة خاصية القيام بمثل هذا الانعكاس. لو أننا نستخدم اليد اليمنى تكون صورتنا في المرآة تستخدم اليد اليسرى والعكس بالعكس. لو أننا نسير نحو المرآة، تقترب الصورة منا أيضًا، أي، تتحرك في الاتجاه المعاكس لنا. ورغم ذلك، لا يتغير الاتجاه الموازي للمرآة، ولو أننا تحركنا في هذه الاتجاهات، تتبعنا الصورة في نفس الاتجاه. عدم التغير P للديناميكا الكهربائية الكمية يعني أنه في عملية معينة، يوجد عملية مكافئة يكون فيها المكان منعكس، أي، صورة المرآة للظاهرة.

انعكاس الزمن هو تحويل يعكس اتجاه الزمن. ويعنى عدم تغير T أن عملية مكافئة تعكس الحالات الأولية والنهائية تحدث بنفس الاحتمال. على سبيل المثال، تشتت فوتونين يقود إلى توليد زوج إلكترون–بوزترون. لكن زوج الإلكترون–بوزترون قد يفنى أيضًا، ويتولد عن ذلك فوتونان. وتكون العمليتان متماثلتين بالنسبة لانعكاس الزمن.

يطلق على هذه التحويلات متقطعة، لأنه لا يمكن الحصول عليها بتغيير مستمر لبعض البارامترات، ولكن بالأحرى "بالقفز jump". وكلها تماثلات للديناميكا الكهربائية الكمية، لكنها ليست جميعًا تفاعلات أساسية لجسيم فيزيائي يحفظها – سوف نرى في الفصل ٩ أن التفاعلات الضعيفة تنتهك C و P، وتماثل CP معًا.

حتى الآن، لم تتم ملاحظة انتهاك عدم تغير CPT تجريبيًا، أي، تكون العمليات الفيزيائية للعالم الذري وما تحت الذري لا متغيرة تحت حصيلة CPT للتحويلات الثلاثة. نتيجة لذلك، في الديناميكا الكهربائية الكمية يكون انعكاس الزمن T مكافئًا لحصيلة CP لاقتران الشحنة والتساوي. وتبعًا لفينمان، يمكن تفسير البوزترونات شكليًا باعتبارها إلكترونات تتحرك إلى الخلف في الزمن. بذلك، في عملية يكون للإلكترونات خلالها دورًا، لو أن اقتران الشحنة C وانعكاس المكان P قد تم الوفاء بهما، تنتج عملية تتضمن بوزترونات، وتتكافأ العملية مع انعكاس الزمن.

تم التأكيد على تماثل CPT بفرضية تم إثباتها في ١٩٥٤ بواسطة وولفجانج باولي وجيرهارت لودرس بشروط معينة، تم الوفاء بها كلها بواسطة نظريات التيار الرئيسي الحديث لفيزياء الجسيم.

## ٧–٨ متغيرات جراسمان:

تفسير تكميم مجال الإلكتـــرون - بوزترون لمبدأ الاستبعاد لباولي يتطلب استخدام مؤثرات غير تبادلية anticommuting. بينما تم تطوير ميكانيكا الكم غير النسبوية بناء على مبدلات commutators المؤثرات، لأن لها ما يناظرها في ميكانيكا الهاملتونية التقليدية في أقواس بواسون poisson brackets، وبالنسبة للمؤثرات غير التبادلية التي تصف الفرميونات لا يوجد نظير تقليدي.

كما رأينا في الفصـل ١، هناك مثال لعدم التبـادل في الميكانيكا التقليدية – مضروب كميتين موجهتين محددتين:

$$A \times B + B \times A = 0, \qquad A \times A = 0$$

يمكن تعميم هذه الخاصية بتقديم هويات رياضية جديدة: عدم التبادل أو متغيرات جراسمان Grassmann variables.

مجموعة n من متغيرات جراسمان $\theta_i$ , $i = 1, 2, \ldots, n$ تحقق ما يطلق عليه الجبر الخارجي exterior algebra، أو جبر علاقات عدم التبادل لجراسمان:

$$\theta_i \theta_j + \theta_j \theta_i = 0 \qquad (7.58)$$

وبشكل خاص، لأي دليل i،

$$\theta_i^2 = 0 \qquad (7.59)$$

تتبادل أعداد جراسمان بأي عدد عادي c، أي $c\theta_i = \theta_i c$. ويضاف إلى ذلك، حاصل ضرب عددا جراسمان يسلك مثل أي عدد عادي:

$$(\theta_i\theta_j)\,\theta_k = \theta_k(\theta_i\,\theta_j),$$

وهو ما يمكن رؤيته بسهولة بتطبيق الخاصية (٧-٥٨).

بالنسبة لمتغيرات جراسمان لا يوجد بوضوح علاقات رتبة order relations، أي لا يمكننا القول بأن عدد جراسمان واحد أكبر من أو أصغر من عدد آخر.

أية دالة لمتغير جراسمان واحد θ، بسبب الخاصية (٧-٥٩)، يمكن كتابتها بسهولة كما يلي:

$$f(\theta) = a + b\theta,$$

حيث في توسع ل $f(\theta)$ تكون القوى الأسية الأكبر في θ صفر.

يتم شكليًا تعريف الاشتقاق والتكامل بالنسبة لمتغيرات جراسمان، بالتشابه مع حالة الأعداد العادية.

يجب التمييز بين مشتقات اليسار واليمين، لو أن $\theta$ و$\eta$ متغيرا جراسمان مختلفان، عندئذ:

$$\frac{\overrightarrow{\partial}}{\partial\theta}\eta\theta = -\eta, \qquad \eta\theta\frac{\overleftarrow{\partial}}{\partial\theta} = \eta, \qquad \frac{\overrightarrow{\partial}}{\partial\eta}\eta\theta = \theta. \qquad (7.60)$$

قواعد التكامل التي تستجيب لعدم التبادل لمتغــــيرات جراسمان تبدو غريبة بالأحــرى:

$$\int d\theta \quad = 0, \qquad (7.61)$$

$$\int d\theta\,\theta \quad = 1. \qquad (7.62)$$

دعنا نثبتها. اعتبر:

$$\int d\theta d\eta = -\int d\eta d\theta = -\int d\theta d\eta,$$

حيث بالنسبة للتساوي الأول استخدمنا خاصية عدم التبادل، وبالنسبة للثاني بدلنا الرموز $\eta \leftrightarrow \theta$، حيث المتغيران متغيرا تكامل، ولا يجب أن تعتمد النتيجة عليهما. وبالتـالي، $\int d\theta d\eta = 0$ مما يؤدي بشكل واضح إلى (٧-٦١). وبالنظر إلى (٧-٦٢) نلاحظ أن $d\theta\theta$ يجب أن تسلك مثل أي عدد عادي، ومن ثم يتم توقع أن يكون التكامل أيضًا عددًا عاديًا. يمكن اختيار هذا الرقم عشوائيًا، مادام يتم استخدامه بشكل دائم. والاختيار الطبيعي، للتبسيط، هو 1. لاحظ أنه لا توجد حدود للتكامل – العملية شكلية تمامًا.

من المثير للاهتمام ملاحظة أن متغيرات جراسمان، والتكامل والاشتقاق لدالة ما يؤدي إلى نفس النتيجة، كما يمكن للمرء أن يتحقق بشكل مباشر.

صياغة مسار تكميم التكامل لمجالات الفرميونات، بالمثل مجالات الشبح في نظريات القياس غير الأبلينية non-Abelian، لا يمكن تخيلها في الأزمنة الحديثة بدون استخدام متغيرات جراسمان. فهي جوهرية في التماثل الفائق supersymmetry. هذه الجوانب بعيدة جدًا عن مجال الكتاب الحالي، لكننا نأمل في أننا قد اجتذبنا القارئ إلى التنقيب فيها.

## ما كُتب في الموضوع


1. S.S. Schweber, *An Introduction to Relativistic Quantum Field Theory* (Harper and Row, New York, 1962). The topic of the Dirac equation is found in any textbook of quantum mechanics dealing with relativistic equations, but the present book contains a very clear and complete discussion of it
2. F. Mandl, G. Shaw, *Quantum Field Theory* (Wiley, London, 2010). An excellent book to start the study of quantum field theory
3. A.I. Akhiezer, V.B. Berestetskii, *Quantum Electrodynamics* (Interscience, Wiley, New York, 1965). This is a classic text of quantum electrodynamics
4. R.P. Feynman, *Quantum Electrodynamics* (W.A. Benjamin, New York, 1961). Contains a very original treatment of the topic, as usual in Feynman's books
5. S.S. Schweber, *QED and the Men Who Made It: Dyson, Feynman, Schwinger, and Tomonaga* (Princeton University Press, Princeton, 1994). A remarkable book on the history of quantum electrodynamics, including all the original derivations and references
6. I.D. Lawrie, *A Unified Grand Tour of Theoretical Physics* (IOP, Bristol, 2002). This book contains a good summary of the basic aspects of quantum electrodynamics
7. M. Bordag, G.L. Klimchitskaya, U. Mohideen, V.M. Mostepanenko, *Advances in the Casimir Effect* (Oxford University Press, Oxford, 2009). This book contains the latest developments, both theoretical and experimental, in Casimir effect. The first two chapters are written as an elementary introduction to the subject

# الفصل الثامن

# إحصاءات فيرمى – ديراك وبوز- أينشتاين

## ٨-١ إحصاءات فيرمي - ديراك:

كما رأينا في الفصل ٦، الجسيمات المتماثلة غير قابلة للتمييز، ولو كان لفها نصف عدد صحيح من مضاعفات ħ، يطلق عليها فرميونات. عندئذ يتم وصفها بدوال موجة غير متماثلة. وفي ما يلي سوف ننظر في مسألة إحصائية لخواص عدد كبير من الإلكترونات وعلاقتها ببعض خواص الأجسام الصلبة.

افترض أن هناك عدد كبير من الإلكترونات في صندوق مكعب، ودع L يكون طول ضلعه. نفترض أن الإلكترونات لا تتفاعل (في الحقيقة، هذا يكافئ افتراض أن طاقة التفاعل بين الجسيمات قابلة للإهمال مقارنة بطاقتها الحركية المتوسطة). إذا كانت $P$ كمية حركة الإلكترون وm كتلته، تكون الطاقة ببساطة:

$$E = \frac{p^2}{2m}. \qquad (8.1)$$

بحل معادلة شرودنجر ببعض الحدود الشرطية (على سبيل المثال، تتلاشى دالة الموجة عند الجدران) يؤدي ذلك إلى تكميم كمية حركة الإلكترون داخل الصندوق المكعب. المركبات $P_x, P_y, P_z$، يجب أن تكون على هيئة:

$$p_x = \frac{2\pi\hbar l_1}{L}, \quad p_y = \frac{2\pi\hbar l_2}{L}, \quad p_z = \frac{2\pi\hbar l_3}{L}, \qquad (8.2)$$

حيث $l_1, l_2, l_3$ أعداد صحيحة. بوجود ثلاثة أعداد صحيحة، فإنها تحدد المركبات الثلاثة لكمية حركة الإلكترون، ونتيجة لذلك طاقته. بالنسبة لكل من هذه المجموعات من الأعداد الثلاثة هناك ما يناظرها وهو واحد من اتجاهين محتملين للف

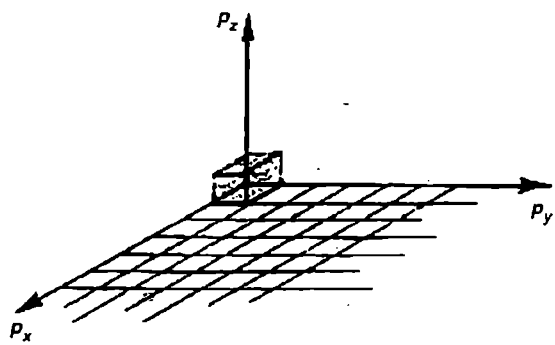
الإلكترون، بحيث أن الحالة الكمية للإلكترون سوف يحددها أربعة أرقام $l_1, l_2, l_3$ وs، والأخير يصف اللف ويأخذ قيمتين.

M. Chaichian et al., Basic Concepts in Physics, Undergraduate Lecture Notes in Physics, DOI 10.1007/978-3-642-19598-3_8,



دعنا ننظر في كل القيم الممكنة ل $P_x, P_y, P_z$ في نظام ثلاثة محاور إسناد. النتيجة هي شبكة ثلاثة أبعاد لثلاثة صناديق مكعبة (الشكل ٨-١). بالنسبة لكل صندوق يمكن أن نصف مجموعة ثلاثة أرقام $l_1, l_2, l_3$، إحداثيات واحد من الرؤوس. في كل صندوق يمكن لواحد أن يحتوي على إلكترونين فقط، تبعًا لمبدأ الاستبعاد لباولي (الشكل ٨-١).

والآن لو أن N إلكترونات موزعة في مجموعة صناديق، فإن تشكل الطاقة الدنيا هي تلك التي تجعل الصناديق مملوءة ابتداء من أصل الإحداثيات، مع مراعاة ألا يظل هناك صناديق خالية بين الصناديق الممتلئة، وأن أزواج إلكترونين لهما لف معاكس موجودة في كل صندوق.




الشكل ٨-١

بالنسبة لغاز من إلكترونات في صندوق مكعب، مكان كمية الحركة مقسم إلى صناديق، في كل منها يمكن أن يوجد إلكترونان فقط، مع لف معكوس التوازي.

التيجة النهائية هي توزيع كروي لكميات الحركة (كرة فيرمي Fermi sphere)، نصف قطرها $P_f$ يناظر إلكترونات ذات طاقة قصوى، يطلق عليها طاقة فيرمي، $E_f$:

$$P^2_f = 2mE_f. \qquad (8.3)$$

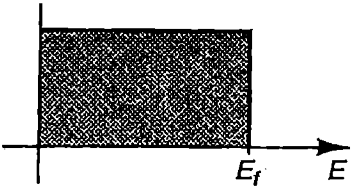
يطلق على نصف القطر هذا $P_f$ كمية حركة فيرمي، ويزداد لو ازدادت كثافة الإلكترونات n (الجسيمات لكل وحدة حجم). لو أن الكثافة أو درجة الحرارة عالية جدًا، يجب دراسة المسألة من وجهة نظر نسبوية. (على سبيل المثال، افترض أن طاقة فيرمي $E_f \geq mc^2$. ويمكن أن تكون طاقات الحركة للإلكترون بنفس مقدار طاقات سكونها). من الناحية النوعية، تشبه المسألة النسبوية المسألة غير النسبوية. وهو أمر مهم في الفيزياء الفلكية، أي في دراسة كل النجوم الكثيفة، مثل الأقزام البيضاء.

بالنسبة للكثافات الأكثر انخفاضًا، يقدم النموذج الذي تمت مناقشته سابقًا وصفًا جيدًا لسلوك الإلكترونات الحرة في معدن عند درجات حرارة منخفضة.

من الواضح أنه حتى عند درجات الحرارة بالغة الانخفاض، يولد غاز الإلكترون بعض الضغط، حيث للقليل جدًا من الإلكترونات كمية حركة صفر أو قريبة من الصفر، ولعدد كبير قيم حول $P_f$.

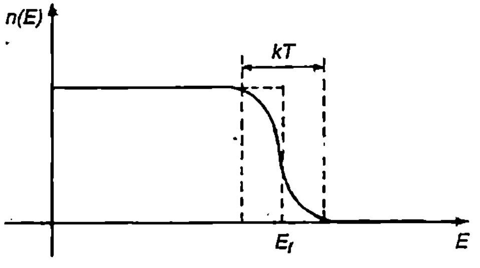
بالنسبة لدرجة حرارة صفر، تكون كثافة الإلكترونات n في كل حالة كمية للطاقة الأقل من أو التي تساوي $E_f$ بقيمة 1، بينما بالنسبة لحالات الطاقة الأكبر من $E_f$ بقيمة صفر. وهذا موضح بالمنحني في الشكل ٨-٢، حيث المحور الافتراضي يناظر الكثافة والمحور الأفقي للطاقة.

لو أن درجة الحرارة تختلف عن صفر، تنتج الحركة الحرارية بعض الإلكترونات لتحتل حالات طاقة أكبر من $E_f$، تاركة فارغة بعض حالات طاقة أكثر انخفاضًا. من الواضح أن المزيد من الإلكترونات المستثارة هي تلك القريبة من سطح فيرمي، ولهذا السبب، يتبنى عدد متوسط من الإلكترونات في كل حالة كمية الهيئة المشار إليها في الشكل ٨-٣.




الشكل ٨-٢

كثافة متوسطة لإلكترونات في حالات كمية للطاقة عند درجة حرارة صفر. كل الحالات ب $E < E_f$ يتم احتلالها ($n = 1$) وكل الحالات $E > E_f$ تكون خالية ($n = 0$).




الشكل ٨-٣

عدد متوسط من الإلكترونات لكل حالة كمية عند درجة حرارة $T \neq 0$ تم استثارة جزء ما من الإلكترونات لحالات لها طاقات أعلى من $E_f$، وأصبح المنحنى أكثر نعومة حول هذه القيمة، خلال مدى درجات حرارة له عرض يساوي تقريبًا kT.

## ٨-٢ توزيعات فيرمي- ديراك وبوز - أينشتاين:

للتحقق الرياضي للعبارات السابقة، سنحسب العدد المتوسط للجسيمات لكل حالة كمية في الغاز المثالي لبوز والغاز المثالي لفيرمي في حالة التوازن. ننظر في مسألة

توزيع جسيمات $n_i$ في حالات $g_i$ لنفس الطاقة. العدد $g_i$ كبير جدًا عمومًا. في كرة كمية الحركة momentum sphere، يجب فهم عدد الحالات أو الخلايا ذات الطاقة بين $E_i$ و$E_{i+1} = E_i + \Delta E$ كعدد حالات في نطاق كمية الحركة $p_i$ و$p_i + \Delta p$، حيث أخذنا $\Delta p = 2\pi\hbar/L$، بحيث يكون للطبقة الكروية سمك خلية مفردة. وهذا العدد هو:

$$g_i = 4V\pi p_i^2 \Delta p/(2\pi\hbar)^3$$

لتوجه لف واحد، حيث أن حجم الطبقة الكروية هو $4\pi p_i^2 \Delta p$ (بالنسبة للطاقة، يكون $\sqrt{2}m^{3/2}E_i^{1/2}\Delta E$) والحجم في هيئة المكان هو $V = L^3$. لتفسير أكثر من توجه لف واحد، علينا ضرب هذا التعبير في عدد درجات حرية عدد اللف، والذي يكون في حالة الإلكترون 2.

لإعطاء فكرة عن قيمة المقدار، دعنا ننظر في السرعات بين ١٠ و١١ سم/ ثانية في حجم $V = 1\ cm^3$. الحساب البسيط يعطي $g_i \simeq 100$. بالنسبة للفرميونات، لدينا باستمرار $n_i \leq g_i$ تبعًا لمبدأ باولي، بينما بالنسبة للبوزونات لا يوجد مثل هذا التقييد.

دعنا نحسب عدد الحالات الممكنة للبوزونات. نعتبر أن المسألة تشبه مهمة وضع كرات داخل صناديق. تخطيطيًا، دعنا نمزج الكرات والصناديق ودعنا نضعها في خطوط، بطريقة تجعل الصف يبدأ دائمًا بالصندوق (B)، ثم نضع الكرات (b) والصناديق الأخرى على اليمين، ويفهم من ذلك أن أعداد الكرات على يمين صندوق واحد متضمنة فيه. أحد الهيئات الممكنة هي:

$$BbbbBbbbbbBbBBbbbbbbbbbbb\ldots, \qquad (8.4)$$

أي، ثلاثة كرات في الصندوق الأول، وخمسة في الثاني، وواحدة في الثالث، وصفر في الرابع، وإحدى عشر في الخامس...إلخ. وعدد التوزيعات المحتملة $(n_i + (g_i - 1))!$ (الصندوق عند اليسار ثابت)، لكن حيث أن الجسيمات لا يمكن تمييزها، والصناديق أيضًا، علينا القسمة على عدد تبديلات الحالات الكمية الناتجة عن توزيع جسيمات بوزون $n_i$ في $g_i$ حالات طاقة $E_i$، أي:

$$\Gamma^{(b)}_{g_i,n_i} = \frac{(n_i + g_i - 1)!}{n_i!(g_i - 1)!}. \qquad (8.5)$$

هـذا هو عــدد الحالات المجهريـة microscopic states الناتجـة عن توزيـع $n_i$ بوزونات في $g_i$ حالات كمية جسيم واحد بطاقة $E_i$.

بالنسبة للفرميونات، المهمة فوق ذلك أبسط لأنه، حيث $n_i \leq g_i$ وحيث يكون لدينا على الأكثر فرميون واحد في كل حالة، وتكمن المشكلة في حساب تجميعات لها القيمة $n_i$ ل $g_i$ حالات. وهذا يعطي:

$$\Gamma^{(f)}_{g_i,n_i} = \frac{g_i!}{n_i!(g_i - n_i)!}. \qquad (8.6)$$

بوضع كل مستويات الطاقة الممكنة $E_i$ في الحسبان، كل منها له عدد احتلال $n_i$، يتم الحصول على العدد الكلي للحالات المجهرية بضرب عدد مستويات الطاقة وعدد الطرق التي يمكن من خلالها احتلال كل مستوى طاقة:

$$\Gamma^{(b,f)} = \Pi_{E_i} \Gamma^{(b,f)}_{g_i,n_i}. \qquad (8.7)$$

نفترض في كلا الحالتين أن الطاقة الكلية، يتم الحصول عليها بالصيغة التالية:

$$U = \sum_i n_i E_i, \qquad (8.8)$$

والعدد الكلي للجسيمات:

$$N = \sum_i n_i, \qquad (8.9)$$

يكون محفوظًا.

المشكلة في حساب أقصى قيمة للإنتروبيا $S = k \ln \Gamma^{(b,f)}$ المعرضة لشروط حفظ الطاقة، $dU = 0$، وحفظ العدد الكلي للجسيمات، $dN = 0$، بافتراض أن $n_i$ متغير مستمر بشكـل فعال. باستخدام صيغة ستيرلنــج Stirling formula $\ln n! \simeq n \ln n - n$، وإهمال الوحدة في (٨-٥)، يعطي حساب قصير:

$$dS^{(b,f)} = k d \ln\Gamma^{(b,f)} = k\sum_i dn_i \ln\frac{g_i \pm n_i}{n_i}, \quad (8.10)$$

حيث الأعداد $n_i$ ليست مستقلة، لأن لدينا:

$$dU = \sum_i dn_i E_i = 0, \quad dN = \sum_i dn_i = 0 \quad (8.11)$$

بفرض أن $dS^{(b,f)} = 0$، فإننا نواجه مشكلة في القيمة القصوى الشرطية التي يمكن معالجتها باستخدام مضاعفات لاجرانج. نضرب dU وdN في (٨-١١) في مضاعفي لاجرانج Lagrange multipliers α وβ، ونستعمل التقييدات في مشكلة القيمة القصوى:

$$dS^{(b,f)} + \alpha dU + \beta dN = 0$$

هذه الصيغة نتيجة للقانون الثاني في الديناميكا الحرارية مكتوب لحجم ثابت، وبذلك نحدد α وβ، على التوالي، باعتبارهما 1/T- وμ/T، حيث μ هي الجهد الكيميائي chemical potential. ويؤدي ذلك إلى المعادلة:

$$d\Omega = dS^{(b,f)} - \frac{dU}{T} + \frac{\mu dN}{T} = k\sum_i dn_i\left(\ln\frac{g_i \pm n_i}{n_i} - \frac{E_i}{kT} + \frac{\mu}{kT}\right) = 0. \quad (8.12)$$

يتم الحصول على الحد الأقصى لـ Ω الكامنة عند نقطة حيث يتلاشى كل المشتقات الجزئية، أي $\partial\Omega/\partial n_i = 0$ لأي $n_i$. بالنسبة للبوزونات، يعطي ذلك توزيع بوز-أينشتاين:

$$n_i^{(b)} = \frac{g_i}{e^{\frac{E_i-\mu}{kT}} - 1}, \quad (8.13)$$

وبالنسبة للفرميونات، يكون توزيع فيرمي- ديراك:

$$n_i^{(f)} = \frac{g_i}{e^{\frac{E_i-\mu}{kT}} + 1}. \quad (8.14)$$

والتعبيران للطاقة الكلية (٨-٨) والعدد الكلي للجسيمات (٨-٩) يصبح للبوزونات:

$$U = \sum_i E_i \frac{g_i}{e^{\frac{E_i-\mu}{kT}} - 1}, \quad N = \sum_i \frac{g_i}{e^{\frac{E_i-\mu}{kT}} - 1}, \qquad (8.15)$$

وللفرميونات:

$$U = \sum_i E_i \frac{g_i}{e^{\frac{E_i-\mu}{kT}} + 1}, \quad N = \sum_i \frac{g_i}{e^{\frac{E_i-\mu}{kT}} + 1}. \qquad (8.16)$$

## ٨-٣ غاز الإلكترون المثالي:

بالنسبة للإلكترونات، تكون الكثافة المتوسطة للجسيمات في حالة كمية لطاقة معينة، أو عدد الاحتلال:

$$n(E_i) = \frac{n_i^{(f)}}{g_i} = \frac{1}{e^{(E_i-E_f)/kT} + 1}, \qquad (8.17)$$

حيث استبدلنا الجهد الكيميائي $\mu$ بطاقة فيرمي $E_f$. ويمكن إجراء هذا الاستبدال لدرجات حرارة $T$ بحيث $E_f \gg kT$، ونفترض أن تلك الحالة التي ستتم مناقشتها لاحقًا. بشكل عام، يعتمد الجهد الكيميائي على درجة الحرارة، $\mu = \mu(T)$ ولكن $\mu(0) = 0$. يمكن رؤية ذلك بفحص الصيغة (٨-١٧) عند $T = 0$: لو أن $E_i > E_f = \mu(0)$ عندئذ يكون الأسي لانهائي، و$n(E_i) = 0$. وهذا يعني أن $T = 0$، وكل الحالات ذات الطاقة $E_i < \mu(0)$ قد تم إشغالها، بينما كل الحالات ذات الطاقة $E_i > \mu(0)$ خالية. بذلك، تتطابق $\mu(0)$ مع $E_f$، بتعريف الأخيرة. بالنسبة ل $T \neq 0$، يكون عدد الإشغال $n_i(E)$ الذي نحصل عليه من (٨-١٧) متمثل بالمنحني في الشكل ٨-٣. بالفعل، عندما $T \neq 0$، بالنسبة ل $E_i < E_f$ يختلف الأسي $e^{(Ei-E_f)/kT}$ إلى حد كبير عن الصفر فقط عندما $E_f - E_i \approx kT$. لمثل هذه المنطقة من القيم، $n(E_i) \leq 1$. وبالنسبة ل $E_i - E_f = 0$، يكون لدينا $e^0 = 1$ و$n(E_i) = 1/2$. وبالنسبة ل $E_i > E_f$، ينمو الحد $e^{(Ei-E_f)/kT}$ مع زيادة Ei و $n(E_i) \to 0$.

لحساب الطاقة الكلية لغاز إلكترون من الضروري معرفة عدد الحالات الكمّية ذات الطاقات في القشرة بين E و E + dE. وهذا يكافئ حساب عدد الصناديق التي تم احتوائها في هذه القشرة. وحيث أن الكرة ذات طاقة أقل من أو تساوي E يكون لها في مكان كميــة الحركة نصف القطـر $R = \sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2} = \sqrt{2mE}$ ، نجد أن عدد الصناديق المتضمنة في كرة يساوي الحجـم $\frac{4\pi}{3}(2mE)^{3/2}$ مقسوم على حجم كل صندوق أولي، $(2\pi\hbar)^3/V$، حيث $V = L^3$ هو حجم المكعب الذي يحتوي على غاز الإلكترون. وحيث إن حالتي لف عكسي يناظران كل صندوق، يكون لدينا:

$$G(E) = \frac{8\pi(2mE)^{3/2}V}{3(2\pi\hbar)^3}, \qquad (8.18)$$

للعدد الكلي للحالات الكمية ذات الطاقة أقل من أو تساوي E.

بالنسبة ل T = 0، حيث أن كل حالة طاقة أقل من $E_f$ تكونُ مشغولة بإلكترون وكل حالات الطاقة الأكبر من $E_f$ تكون خالية، فإن العدد الكلي للإلكترونات N يساوي $G(E_f)$. ولكي نحسب طاقة غاز الإلكترون، نحتاج أولاً إلى معرفة عدد الحالات في مدى طاقة بين E و E + dE. دعنا نسمي هذا العدد $g(E)dE$. يكون لدينا:

$$g(E)dE = G(E + dE) - G(E) = [2^{7/2}\pi m^{3/2}V/(2\pi\hbar)^3]E^{1/2}dE. \qquad (8.19)$$

بالنسبة ل T = 0، تكون طاقة كل الإلكترونات بين القشرتين E و $E + E_f$:

$$dU = E\,g(E)dE = 2^{7/2}\pi m^{3/2}VE^{3/2}dE/(2\pi\hbar)^3. \qquad (8.20)$$

يتم الحصول على الطاقة الكلية بإجراء تكامل (٨-٢٠) بين 0 و $E_f$، مع النتيجة:

$$U = \frac{2^{9/2}\pi m^{3/2}}{5(2\pi\hbar)^3}V\,E_f^{5/2}. \qquad (8.21)$$

بذلك، تكون الطاقة الكلية لغاز الإلكترون المتضمن في الحجم V متناسبة مع الحجم V وطاقة فيرمي بالأس 5/2.

لو كانت درجة الحرارة مختلفة عن الصفر، يجب تصحيح الصيغ السابقة. والقارئ المهتم بهذه النقطة يمكنه الرجوع إلى أي من كتب الفيزياء الإحصائية المذكورة في القائمة في نهاية كل فصل.

## ٨-٤ السعة الحرارة للمعادن:

النموذج الذي ناقشناه سابقًا يقدم وصفًا جيدًا لغاز الإلكترون في المعادن، ولقد تم استخدامه لتوصيف بعض من خواصها.

لو افترضنا معدن انطلق من درجة حرارة قريبة من الصفر المطلق، وتم تسخينه إلى درجة حرارة T، الطاقة الحرارية ΔE التي يمكن أن تمتصها إلكترونات تكون في المتوسط بالمقدار kT. من الواضح أنه إذا كانت $kT < E_f$، لا يمكن للإلكترونات التي تبتعد طاقتها عن مستوى فيرمي أن تمتص هذه الطاقة لكي تكون مستثارة حراريًا، حيث أنها قد تقفز إلى حالات إلكترونية تكون مشغولة بالفعل. الإلكترونات القابلة للاستثارة هي تلك الموجودة قريبة من سطح فيرمي، حيث أنها لو رفعت من طاقتها ب ΔE، يمكنها أن تمر إلى حالات كمية فارغة. ويمكن تقدير أن الجزء النسبي للإلكترونات القابلة للاستثارة يصل إلى القيمة:

$$\frac{\Delta E}{E_f} = \frac{kT}{E_f} = \frac{T}{T_f}, \qquad (8.22)$$

حيث درجة حرارة فيرمي $T_f$ يتم تعريفها باعتبارها $E_f/k$.

لو أن هناك N إلكترونات لكل وحدة حجم، يكون الجزء القابل للاستثارة ΔN هو:

$$\Delta N = \frac{NT}{T_f}, \qquad (8.23)$$

والطاقة التي تم امتصاصها عن طريقها هي:

$$U \approx \Delta NkT \approx \frac{NT}{T_f}kT. \qquad (8.24)$$

والسعة الحرارية لحجم ثابت يتم تعريفها باعتبارها مشتقة للطاقة الداخلية بالنسبة لدرجة الحرارة:

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \approx \frac{NkT}{T_f}. \qquad (8.25)$$

تبعًا للنظرية التقليدية، من المتوقع أن $C_V = \frac{3}{2}Nk$ . وبسبب التأثيرات الكمية، يتم إنقاص هذا العدد إلى حد كبير جدًا بالنسبة لغاز الإلكترون، حيث أنه بالنسبة للمعادن $T_f$ تكون بمقدار $10^4$ K، ولو كانت T هي درجة حرارة الغرفة (300K)، فإن $T/T_f \approx 0.01$. من ذلك نستنتج أن السعة الحرارية لغاز الإلكترون في المعادن عند درجة حرارة الغرفة هي جزء من مائة من القيمة التي تنبأت بها النظرية التقليدية.

بالنظر إلى الموصلية K، لو أن $Q$ هي تدفق الطاقة الحرارية (الطاقة المنقولة خلال وحدة مساحة ولكل وحدة زمن) و$dT/dx$ هي درجة ميل درجة الحرارة (اختلاف درجة الحرارة في الاتجاه x)، يمكن تعريف K في الاتجاه x بما يلي:

$$K = \frac{Q}{(dT/dx)}. \qquad (8.26)$$

في النظرية الحركية، يمكن إثبات أنه، لو كانت v هي السرعة المتوسطة للجسيمات، وl هي المسار الحر المتوسط (متوسط المسافة بين اصطدامين)، وCv السعة الحرارية، عندئذ تقريبًا يكون:

$$K = \frac{1}{3}C_V vl. \qquad (8.27)$$

والآن، بأخذ $P_f/m = v_f = v$ و $l = v_f\tau$، حيث $\tau$ هي الفترة الزمنية المتوسطة بين اصطدامين، حيث يمكن الحصول على درجة حرارة فيرمي كما يلي:

$$T_f = mv_f^2/2k,$$

بالنسبة لغاز فيرمي بأخذ $C_V = \frac{1}{2}\pi^2 Nk\frac{T}{T_F}$، تكون النتيجة النهائية:

$$K = \frac{\pi^2 k^2 \tau}{3m} NT, \tag{8.28}$$

أي، الموصلية الحرارية تتناسب مع الغدد الكلي للإلكترونات لكل وحدة حجم. ولهذا السبب، تعتبر المعادن موصلات جيدة للحرارة، حيث في درجة حرارة الغرفة تكون N للمعادن أكبر منها للعوازل الصلبة.

نتيجة أخرى لإحصاءات فيرمي-ديراك لغاز الإلكترون للمعادن هي الموصلية الإلكترونية الكبيرة. لو أن j هي كثافة التيار (التيار لكل وحدة مساحة) وE المجال الكهربائي، يتم الحصول على الموصلية الكهربائية $\sigma$ بالنسبة لهذه الكميات بقانون أوم:

$$j = \sigma E. \tag{8,29}$$

يمكن أيضًا كتابة هذا التيار باعتباره $j = Nev$. عندئذ يكون من السهل إثبات أنه، في المعادن، عندما يتم تطبيق مجال كهربائي في الاتجاه x، تتم إزاحة كرة فيرمي في الاتجاه (الشكل ٨-٤)، أي، كل الإلكترونات تكسب كمية حركة:

$$\Delta p = eE\tau \tag{8.30}$$

في هذا الاتجاه. وهنا $\tau$ هي الزمن المتوسط بين اصطدامين. ونتيجة ل (٨-٣٠)، يمكننا استنتاج تعبيرًا تقريبيًا ل $\sigma$، أي:

$$\sigma = \frac{Ne^2\tau}{m}. \tag{8.31}$$

أي، تتناسب الموصلية مع كثافة غاز الإلكترون والزمن المتوسط $\tau$ بين الاصطدامات. وحيث أن $\tau$ ترتفع مع انخفاض درجة الحرارة (نتيجة لذلك، يزداد أيضًا متوسط المسار الحر)، تزداد الموصلية عند درجات الحرارة المنخفضة.

كما أوضحنا في نهاية الفصل ٢، تنحدر الموصلية على نحو مفاجئ عند درجات الحرارة بالغة الانخفاض وعندئذ تظهر ظاهرة الموصلية الفائقة superconductivity. سوف نعود إلى هذه الظاهرة مع نهاية الفصل الحالي.

يتم تعريف المقاومية $\rho$ resistivity باعتبارها مقلوب الموصلية:

$$\rho = \frac{m}{Ne^2\tau}. \tag{8.32}$$

وتزداد مع درجة الحرارة T، حيث تنخفض $\tau$ مع زيادة T.

لو قارنا (٨-٢٨) ب (٨-٣١)، نستنتج أن خارج قسمة الموصلية الحرارية والكهربائية يتناسب مع درجة الحرارة المطلقة:

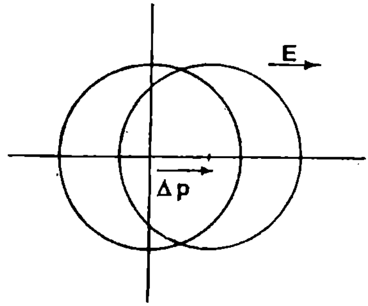
$$\frac{K}{\sigma} = \frac{\pi^2}{3}\left(\frac{k}{e}\right)^2 T. \tag{8.33}$$

وهذه العلاقة معروفة بقانون ويديمان-فرانز، وهو ما يعود إلى جوستاف ويديمان Gustav Wiedemann (١٨٢٦-١٨٩٩) ورودلف فرانز Rudolph Franz (١٨٢٦-١٩٠٢). ولقد صاغاها في ١٨٥٣، وهي صحيحة بالفعل تقريبيًا فقط، حيث أن قيمة $\tau$ للموصلية الكهربائية والحرارية ليست هي نفسها بالضبط.

حتى الآن ناقشنا تطبيق إحصاءات فيرمي-ديراك على المعادن، حيث هناك غاز إلكترون يمكن معالجته تقريبًا باعتباره غازًا لجسيمات حرة. والمثال الآخر المثير للاهتمام هو غاز الإلكترون في النجوم، أي في نجوم الأقزام البيضاء. وسوف نناقش هذه القضية في الفصل ٩.

## ٨-٥ المعادن، وأشباه الموصلات والمواد العازلة:

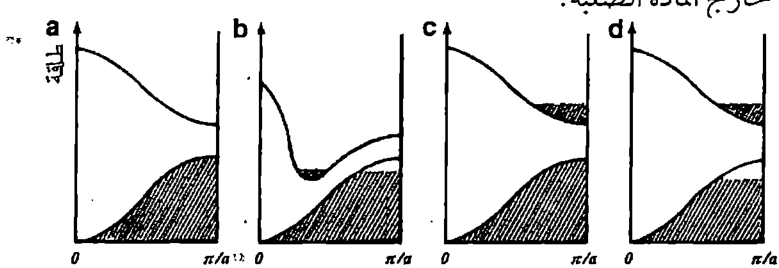
في نقاشنا حول المعادن، أشرنا إلى طريقة اختلافها عن أشباه الموصلات والمواد العازلة من منظور ميكانيكا الكم. وهذا موضوع تتم دراسته عادة في فيزياء الحالة الصلبة، وسوف نناقشه باختصار فقط.




الشكل ٨-٤

مجال كهربائي يزيح كرة فيرمي في اتجاه المجال الكهربائي.

تتصف المادة الصلبة بالنظام (البلورة) أو الفوضى (المادة الصلبة غير المتبلرة) بين عدد هائل من الذرات، أو الجزيئات أو الأيونات. في المادة الصلبة البلورية، تكرر البنى نفسها بشكل دوري على هيئة شبكة من الخلايا المنظمة من الذرات، أو الجزيئات أو الأيونات. واهتزازات الذرات حول مواقع توازنها في هذه الشبكة ينتج عنه موجات مرنة، تناظر في النوع الكمي شبه جسيمات يطلق عليها فونونات phonons. تلك بالنسبة للموجات المرنة مثلها مثل الفوتونات بالنسبة للموجات الكهرومغنطيسية. تعتبر الفونونات شبه جسيمات، وهو ما يعني أنها لا يمكنها أن توجد كجسيمات مستقلة خارج المادة الصلبة.




متجه موجة $k$

الشكل ٨-٥

نظاقات طاقة في (a) عازل، (b) شبه معدن، (c) معدن، و(d) شبه موصل. الخط السفلي يرسم حدود نطاق التكافؤ والخط العلوي يرسم حدود نطاق التوصيل. فجوة النطاق هي اختلاف الطاقة بين قمة نطاق التكافؤ وقاع نطاق التوصيل، التي تظهر في حالات معينة.

البنية البلورية للمادة الصلبة تُحدث موقفًا حيث تكون حالات الطاقة للإلكترونات في القشرة الأخيرة من الذرات منفصلة عن قرب شديد، لتشكل نطاقات مستمرة من الطاقة يفصل بينها نطاقات ممنوعة. يظل عدد من هذه الإلكترونات متصل بالذرة، ويطلق عليها إلكترونات التكافؤ. والبعض الآخر قد ينتمي للحالات المزاحة عن مواقعها، حيث يطلق عليها إلكترونات التوصيل، حيث تساهم في التوصيل الكهربائي عند تطبيق مجال كهربائي خارجي على العينة. وتتضمن دورية الشبكة البلورية دورية جهد التفاعل حيث يمكن لإلكترونات التكافؤ للذرات أو الجزيئات أن تتحرك. لو أن الطول المميز للشبكة يُرمز له ب $a$، حينئذ تكون القيم ذات العلاقة لمتجه الموجة k لإلكترون توصيل أو تكافؤ في البلورة بين 0 و$\pi/a$. بنية النطاق يتم تمثيلها باعتماد طاقة الإلكترونات على قيم متجه الموجة الخاص بها. في الشكل ٨-٥ يتم توضيح بنية النطاق لبعض البلورات النموذجية:

- الحالة (a) تناظر عازل. ونطاق التكافؤ مملوء تمامًا، حيث نطاق التوصيل فارغ.
- الحالة (b) تمثل شبه معدن. نطاق التكافؤ مملوء تقريبًا. ونطاق التوصيل، بنفس طاقة فيرمي، حيث أن هناك بعض التداخل، فارغ تقريبًا.
- الحالة (c) توضح الموقف في معدن. نطاق التكافؤ مملوء، بينما يحتوي العلوي على عدد كبير من إلكترونات التوصيل.
- الحالة (d) نموذجية لشبه موصل. عند الصفر المطلق، قد يكون لشبه الموصل نطاق تكافؤ مملوء ونطاق توصيل فارغ. عند درجة حرارة الغرفة، تكون بعض الإلكترونات مستثارة وتمر خلال نطاق التوصيل بسبب حقيقة أن فجوة النطاق ضيقة. والآن يحتوي نطاق التكافؤ على عدد معين من حالات الفراغ، وهي فجوات.

## ٨-٦ إلكترونات وفجوات:

في المثال السابق لشبه الموصل، لو أن إلكترونًا في نطاق التكافؤ تم استثارته إلى نطاق توصيل، تبقى حالة إلكترون فارغة في النطاق الأول. وتسلك هذه الحالة كشحنة موجة وتسمى فجوة، بكمية حركة ولف عكس الإلكترون المستثار.

كان نموذج ديراك لفراغ الإلكترون وراء تحفيز هذا الوصف، باقتراحه تفسير حلول الطاقة السلبية لمعادلة ديراك النسبوية (انظر الفصل ٧). وتلعب الفجوات دورًا مهمًا كحاملات للشحنة في أشباه الموصلات. وهي شبه جسيمات وتخضع أيضًا لإحصاءات فيرمي- ديراك.

تعتمد الخواص الديناميكية للإلكترونات والفجوات على شكل النطاق. وبشكل عام، فإنها تسلك في حركتها بافتراض أنها لها كتلة فعالة تختلف عن كتلة الإلكترون الحر، وتكون أكبر أو أصغر، بل وحتى سالبة.

## ٨-٧ تطبيقات إحصاءات فيرمي - ديراك:

### ٨-٧-١ تأثير هول الكمي:

إذا تم تطبيق مجال مغنطيسي مستعرض بالنسبة لتيار كهربائي في عينة مستوية، يظهر جهد (مجال كهربائي) عمودى على كلاً من التيار الأصلي والمجال المغنطيسي، ينتج عنه تيار جديد. تم اكتشاف التأثير بواسطة إدوين هول Edwin Hall (١٨٥٥- ١٩٣٨) في ١٨٧٩، وأُطلق عليه تأثير هول. تقليديًا، يتم فهم هذا التأثير بسهولة لو أننا بدأنا من قوة لورنتز المذكورة في الفصل ٣. دعنا نفترض أن نظام إلكترونات يقع في المستوى xy، وتتحرك الإلكترونات بسرعة v، بسبب المجال الكهربائي المؤثر $\mathbf{E}$ في اتجاه y، أي $\mathbf{E} = (0, E_y, 0)$ (انظر الشكل ٨-٦).

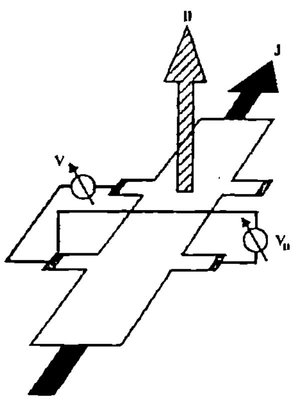
بالإضافة إلى حد القوة بسبب التفاعل الكهروستاتيكي $\mathbf{F}_e = e\mathbf{E}$، تخضع شحنة كهربائية موضوعة في المجال المغنطيسي $\mathbf{B}$ لقوة لورنتز عمودية على المجال المغنطيسي

وعلى سرعــة الإلكترون الأولية، $\mathbf{F}_L = e\mathbf{v}/c \times \mathbf{B}$. إذا كان التيــار ثابت، أي $\dot{\mathbf{v}} = 0$ تلغي القوتان بعضهما البعض، وهو ما يعني:

$$\mathbf{E} = -\frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B}.$$

نتيجة لذلك، سيكون تدفق التيار فقط في الاتجاه العمودي على المجال الكهربائي المؤثر. كثافة التيار $\mathbf{J} = e\rho_0 \mathbf{v}$، مـــع $\rho_0$ كثافة السطح للإلكترونات. باستخراج $\mathbf{v}$ من الحالة الثابتة، نرى أن العنصر غير المتلاشي فقط من $\mathbf{J}$ هو الذي يكون في الاتجاه x، ونحصل عليه من التعبير:

$$J_x = \frac{ec\rho_0}{B} E_y.$$




الشكل ٨-٦

تخطيط تمثيلي لتجربة هول. مقاومة هول هي $R_H = V_H/I$.

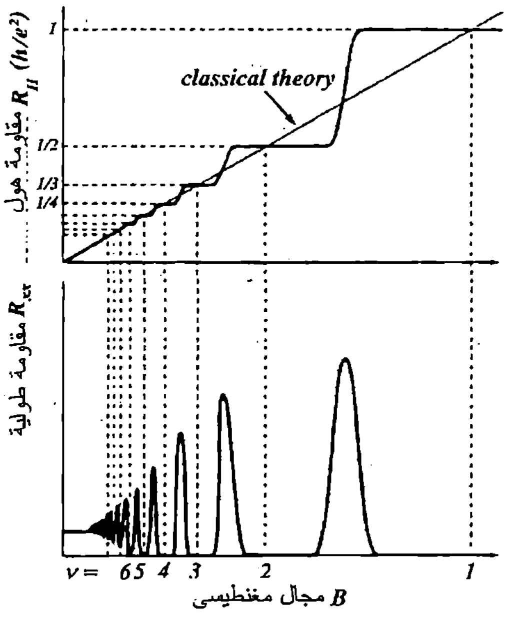
والآن يمكننا حساب المقاومات، بالصيغة $R = E/J$. يتضح أن مقاومة هول $R_H$ تنمو، ويُرمز لها أحيانًا ب $R_{xy}$، لأنها النسبة بين المجال الكهربائي في اتجاه y والتيار في اتجاه x:

$$R_H = R_{xy} = \frac{E_y}{J_x} = \frac{B}{ec\rho_0}. \qquad (8.34)$$

المركبة القطرية للكمية الممتدة للمقاومة، ويطلق عليها المقاومة الطولية $R_{xx}$، تتلاشى، حيث أن $E_x = 0$. هكذا، تعتبر مقاومة هول، تقليديًا، دالة خطية للمجال المغنطيسي المستعرض، لكثافة الإلكترونات الثابتة (انظر الشكل ٨-٧).

احتاج الأمر إلى قرن لاكتشاف أنه لم يتم قول كل شيء حولَ تأثير هول. في نظم إلكترون ذات بعدين تخضع لدرجات حرارة منخفضة ومجالات مغنطيسية قوية، تمت ملاحظة النوع الميكانيكي الكمي لتأثير هول، أي تأثير هول الكمي. في هذه الحالة، تأخذ مقاومة هول $R_H$ قيمًا مكممة نحصل عليها من العلاقة:

$$R_H = \frac{1}{\nu}\frac{h}{e^2}, \tag{8.35}$$




الشكل ٨-٧

موضح تأثير هول الكمي للعدد الصحيح. في النظرية التقليدية لغاز الإلكترون، تتناسب مقاومة هول $R_H$ مع المجال المغنطيسي B المؤثر عموديًا على العينة، كما يشير الخط المسمى نظرية تقليدية. في العينة الفعلية، المعرضة لدرجة حرارة منخفضة جدًا ومجال مغنطيسي مرتفع جدًا، تظهر مقاومة هول مثل سلم، مع الهضبة التي تعبر الخط التقليدي عند قيم عدد صحيح لعامل الملأ، $\nu = 1, 2, 3, \ldots$، بينما تكون مقاومة هول على الهضبة، تتلاشى المقاومة الطولية $R_{xx}$.

حيث e هي الشحنة الكهربائية، وh ثابت بلانك وv عامل الملأ. هذا العامل يمكن أن تكون له إما قيم عدد صحيح ($\nu = 1, 2, 3, \ldots$) لما يسمى تأثير هول الكمي، أو قيم كسر منطقة rational ($\nu = 1/3, 2/5, 3/7, 2/3, 3/5, 1/5, 2/9, 3/13, 5/2, 12/5\ldots$) في تأثير هول الكمي الكسري. والصورة الجانبية لمنحنى مقاومة هول عندما يزداد المجال المغنطيسي موضح في الشكل ٨-٧: يبدو مثل سلم، مع هضبة تعبر الخط التقليدي عند $\nu = 1, 2, 3, \ldots$. وعند نفس النقاط، تتلاشى المقاومة الطولية $R_{xx}$.

تم اكتشاف تأثير هول الكمي للعدد الصحيح في ١٩٨٠ بواسطة كلاوس فون كليتزينج Klaus von Klitzing (مولود في ١٩٤٣) ومساعدون، وتم اكتشاف تأثير هول الكمي الكسري في ١٩٨٢ بواسطة دانيل تسوي Daniel Tsui (مولود في ١٩٣٩)، وهورست ستورمر Horst Stormer (مولود في ١٩٤٩) ومساعدون. وحصل على جائزة نوبل في ١٩٨٥ كلاوس فون كليتزينج، وفي ١٩٩٨ روبرت لوفلين، وهورست ستورمر ودانيل تسوي، لاكتشاف وتفسير تأثير هول الكسري.

يمكن الحصول على عامل الملأ الغامض بسهولة ببحث التشابه بين التعبيرين (٨-٣٤) و(٨-٣٥)، مع النتيجة:

$$\nu = \frac{hc\rho_0}{eB}. \qquad (8.36)$$

هذه الصيغة مستنتجة بالضبط من إجراء تحليل ميكانيكي كمي تفصيلي، وهو ما يؤدي إلى تفسير فيزيائي لعامل الملأ.

تأثير هول الكمي للعدد الصحيح تم تفسيره بالنسبة لحالة جسيم مفرد لإلكترونات في نظام مستوي (غاز إلكترون في بعدين) تحت تأثير مجال مغنطيسي متعامد. تقليديًا، كان يتم تسريع الإلكترونات في حركة مسرع جسيمات cyclotron عند وضعها في مجال مغنطيسي له مركبة عمودية على اتجاه حركتها. وبشكل ميكانيكي كمي يتم تكميم مدارات المسرع، بحيث يمكن للإلكترونات مستوية السطح أن تشغل مستويات طاقة متميزة، نحصل عليها بواسطة نفس التعبير كما في حالة المتذبذب الميكانيكي الكمي في البعد الواحد، ولكن مع تردد يعتمد على المجال المغنطيسي:

$$E_n = \hbar\omega_c (n + 1/2), \qquad n = 0, 1, 2, \dots \tag{8.37}$$

وتردد مسارع الجسيمات:

$$\omega_c = \frac{eB}{mc}, \tag{8.38}$$

حيث e هي شحنة الإلكترون، وB قيمة المجال المغنطيسي العمودي على مستوى النظام، وm كتلة الإلكترون وc سرعة الضوء.

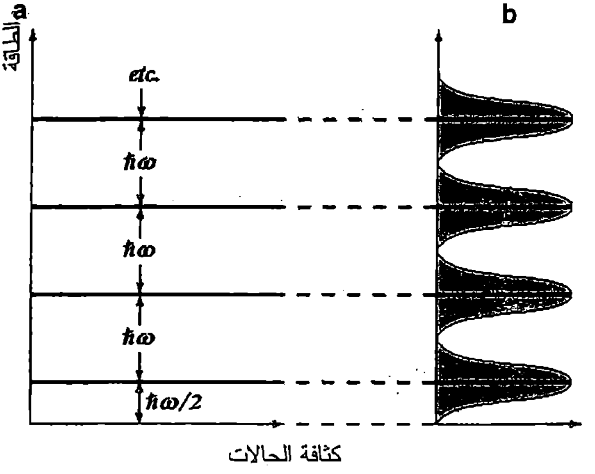
يُشار إلى مستويات الطاقة ب $n \geq 0$ وتسمى مستويات لاندو، تكريمًا لليف لاندو Lev Landau (١٩٠٨-١٩٦٨). يمكننا تخيل الإلكترونات مستوية السطح باعتبارها تشكل حركة مسرع جسيمات له نصف قطر يناظر مستوى طاقتها، بحيث كل إلكترون يحتل مساحة $\pi r_n^2$ ليتجنب أي إلكترون آخر. وتوضح الحسابات أن مربعات أنصاف الأقطار المختلفة يتم التعبير عنها باعتبارها $r_n^2 = (2n + 1)l_B^2$ ويُطلق على الكمية $l_B = \sqrt{\frac{hc}{eB}}$ الطول المغنطيسي وتعطي مقياس تأثير هول الكمي. لاحظ أن هذا الطول يعتمد على المجال المغنطيسي المؤثر ويصبح أصغر مع زيادة الأخير. بالنسبة لمجال مغنطيسي نموذجي يُستخدم في التجارب، يصل إلى نحو ١٠، جاوس، يكون الطول المغنطيسي نحو 100 Å.

عندما يكون نظام الإلكترونات في سطح مستوى، يكون لكل إلكترون درجتي حرية. وعندما يتم تقليص المشكلة إلى متذبذب توافقي في بعد واحد، يتم الاهتمام بدرجة حرية واحدة فقط في التكميم. وهذا يعني أن هناك انحلال لمستويات الطاقة في درجة الحرية الثانية، والتي لا تظهر في التعبير عن الطاقة. وتكون درجة الحرية الثانية في هذه الحالة هي إحداثي مركز المدار. يوضح حساب بسيط باستخدام إحصاءات فيرمي - ديراك (يشبه لما هو موجود في الجزء ٨-٣) أن نظام البعدين للإلكترونات يُظهر انحلال كل مستوى طاقة، بحيث أن كثافة الحالات يكون مستقلاً عن الطاقة، $g(E) = A\frac{m}{\pi\hbar^2}$ حيث A مساحة النظام مستوى السطح. وعندما يتم تطبيق مجال مغنطيسي، تكون مستويات الطاقة متميزة، مع مسافة ثابتة $\hbar\omega_c$. وعدد حالات الامتلاء صفر في فترة $\hbar\omega_c$ يكون:

$$g(E)\hbar\omega_c = A\frac{m}{\pi\hbar^2}\hbar\frac{eB}{mc} = 2\frac{eB}{hc}A.$$

يجب أيضًا تضمين شقوق زيمان Zeeman splitting، لمزيد من اللف وتقليل اللف للإلكترونات، وهو ما سيقلل كثافة الحالات إلى نصف القيمة السابقة. هذا هو انحلال كل مستوى لاندو:

$$\text{عدد الحالات لكل مستوى لاندو} = \frac{eB}{hc}A \qquad (٨-٣٩)$$




الشكل ٨-٨

(a) مستويات لاندو في غاز إلكترون في بعدين.

(b) جعل كثافة الحالات عريضة في مجال مغنطيسي قوي. إزاحة الحالات من مواقعها الأصلية عند مركز القمم، بينما الحالات التي تنحصر في مواقع معينة بسبب الشوائب توجد عند الذيول.

توزيع الحالات غير مبستمر، كما هو في حالة المجال المغنطيسي صفر، ولكن بالأحرى تكون الحالات متجمعة عند قيم متميزة للطاقة (الشكل ٨-٨ a). ورغم ذلك، يكون العدد الكلي للحالات تحت طاقة معينة، وهو أكبر بكثير من تفسيح spacing مستوى لاندو، غير متغير بواسطة المجال المغنطيسي.

عامل التعبئة هو النسبة بين العدد الكلي للإلكترونات وعدد الحالات في مستوى لاندو واحد:

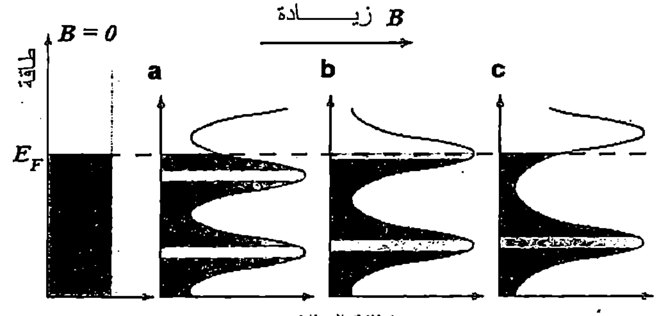
$$\nu = \text{عدد الإلكترونات/ عدد الحالات لكل مستوي لاندو} = \frac{hc\rho_0}{eB} = \frac{\rho_0 A}{eBA/hc}$$

(٨-٤٠)

بافتراض أن الطاقة الحرارية أصغر بكثير من تفسيح مستوى لاندو، أي $kT \ll \hbar\omega c$ (درجة حرارة منخفضة جدًا ومجالات مغنطيسية عالية)، مع المحافظة على عدد الإلكترونات ثابتًا بضبط الجهد الطولي، وتجريبيًا تتم ملاحظة تكميم مقاومة هول، تبعًا للصيغة (٨-٣٥). وتوضح الصورة الجانبية لمنحنى مقاومة هول عندما يكون المجال المغنطيسي متغيرًا الشكل المميز للهضبة عند قيم مكممة ل $R_H$ وقفزات مفاجئة عند هذه القيم للمجال المغنطيسي حيث عامل التعبئة يأخذ قيم عدد صحيح (انظر الشكل ٨-٧).

شكل الهضبة هو إحدى السمات الأكثر أهمية لتأثير هول الكمي، ويعود إلى وجود شوائب في العينة. في العينة النقية، يكون توزيع الحالات مشابهًا بالضبط لما هو موجود في الشكل ٨-٨ a. والشوائب تجعل مستويات طاقة لاندو تنتشر إلى الخارج — بعبارة أخرى، تترك الانحلال إلى حد ما. على سبيل المثال، لو أن لشائبة ذرة مزيد من الشحنة، يكون من المرجح أكثر لأي إلكترون أن يوجد بالقرب من الذرة، وفي هذه الحالة تكون طاقته أقل قليلاً (يكون الإلكترون أكثر استقرارًا) مقارنة بما يناظره من مستوى لاندو. ونتيجة لذلك، تتكون نطاقات من الطاقة حول كل مستوى لاندو، كما في الشكل ٨-٨ b. وتظل هذه النطاقات منفصلة بفجوات طاقة. وتنقسم الإلكترونات في كل نطاق إلى فئتين: (١) تلك الإلكترونات القريبة من مركز النطاق (لها طاقة لاندو) تنتشر على منطقة واسعة من المكان (تُزال من مواقعها)، وتساهم في التوصيل، (٢) الإلكترونات التي تكون في حواف نطاقات الطاقة، تتمركز في المكان بسبب الشوائب، ولا تحمل تيارًا.

دعنا نشرح تكون الهضبة في مقاومة هول (انظر الشكل ٨-٩). مع المحافظة على كثافة الإلكترونات ثابتة في العينة (وهو ما يعني أن طاقة فيرمي لا تتغير خلال العملية كلها)، نزيد من المجال المغنطيسي ونقيس $R_H$. دعنا نفترض أننا نبدأ بقيمة ل B تكون طاقة فيرمي عندها في فجرة بين مستويين لاندو، على سبيل المثال فوق ترتيب n لها. هذا يعني أن كل مستويات لاندو تحت طاقة فيرمي قد امتلأت تمامًا، بينما مستويات لاندو الواقعة أعلى فارغة تمامًا. في هذه الحالة، يكون التوصيل مضمونًا بواسطة الإلكترونات التي تمت إزالتها عن مواقعها في مستويات لاندو ال n الممتلئة تمامًا. والآن، افترض أن شدة المجال المغنطيسي تم رفعها بالتدريج وأنه في نفس الوقت، تم ضبط التيار باستمرار بطريقة تحافظ على جهد هول بين حافتي العينة ثابتًا. يبدأ مستوى فيرمي الدخول في منطقة حالات الطاقة العالية المتمركزة (الشكل ٨-٩ a)، وتتخلى الإلكترونات المناظرة عن هذه الحالات. طالما يظل مستوى فيرمي في حالات النطاق الفرعي للطاقة العالية المتمركزة، فإن كل الحالات الممتدة في نطاق لاندو تظل مشغولة بالكامل.




الشكل ٨-٩

تكوين الهضبة في عينة لها كثافة إلكترونات ثابتة، عندما يكون المجال المغنطيسي الذي تم تطبيقه متغيرًا.

(a) بينما يكون مستوى فيرمي في حالات النطاق الفرعي لطاقة عالية المتمركزة، لا تتغير مقاومة هول،

(b)حيث أن عـــدد حوامل الشحنـــة لا يتأثر. التيـــار تحملـه فقـــط الإلكترونـــات في حـــالات الإزالة عن الموقع، ويهبط التيـــار، لأن الإلكترونات الحاملة للتيار تصبح مُعاقة في حالات متمركزة. ينخفض عامل التعبئة (عدد مستويات لاندو كاملة الامتلاء) بوحدة وتزداد مقاومة هول بشكل مفاجئ، حتى يدخل مستوى فيرمي حالات النطاق الفرعي للطاقة المنخفضة المتمركزة.

(c) يبدأ تكوين هضبة جديدة عند القيمة الجديدة لمقاومة هول.

بينما يزداد المجال المغنطيسي، يزداد انحلال مستويات لاندو بشكل تناسبي تبعًا للصيغة (٨-٣٩). جزء من الحالات المتمركزة يتغير، لكن ليس لذلك أي تأثير على خواص توصيل العينة. وكمية التيار المتدفق في العينة يظل من ثم ثابتًا طالما ظل النطاق الفرعي للحالات الممتدة مملوء بالكامل: رغم أن زيادة المجال المغنطيسي تبطئ من الحركة إلى الأمام لأي تيار حامل للإلكترونات، يتم إلغاء هذا التأثير على وجه الدقة بواسطة الزيادة، بسبب الحالات الممتدة المتولدة من جديد، في عدد الإلكترونات المتاحة لكي تحمل التيار. وحيث أن جهد هول تمت المحافظة عليه ثابتًا، تتغير حقيقة أن التيار لا يتغير بتغير المجال المغنطيسي تتضمن أن مقاومة هول تظل أيضًا ثابتة وتتشكل هضبة.

مع مزيد من الزيادة في المجال المغنطيسي، تدخل طاقة فيرمي النطاق الفرعي للحالات المزاحة عن مواقعها (الشكل ٨-٩ b). ونتيجة لذلك، يصبح بعض من هذه الحالات فارغ ويتناقص عدد من الإلكترونات حاملة التيار. يتناقص التيار فجأة حتى تصبح كل الحالات المزاحة عن مواقعها لمستوى لاندو n فارغة، وتدخل طاقة فيرمي منطقة حالات الطاقة المنخفضة المتمركزة (الشكل ٨-٩ c). عند هذه اللحظة، تتوقف الزيادة التدريجية في المجال المغنطيسي عن أن يكون لها أي تأثير على مقاومة هول، طالما الحالات المزاحة عن مواقعها لمستوى لاندو ال $(n-1)$ مملوءة تمامًا.

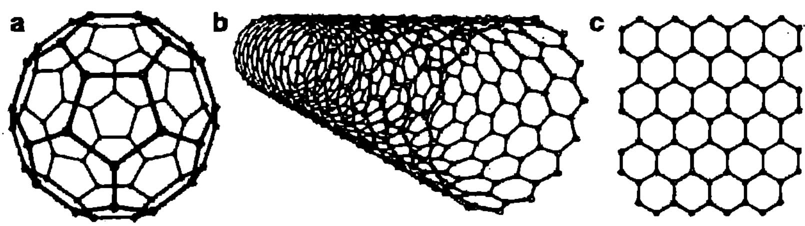
باختصار، تقوم مقاومة هول بقفزة بين هضبتين عندما تصبح الحالات التي تمت إزاحتها عن موقعها لأحد مستوات لاندو فارغة بسبب الزيادة في المجال المغنطيسي. وعندما تصبح الحالات المزاحة عن مواقعها فارغة، لا يكون لذلك تأثير على عدد الإلكترونات الحاملة للتيار، وتظل مقاومة هول على هضبة.

بضع كلمات ستكون مناسبة حول المقاومة الطولية، وسلوكها موضح أيضًا في الشكل ٨-٧. تبعًا للصيغة التقليدية، $R_{xx} = 0$. تلك هي الحالة أيضًا في النوع الكمي لتأثير هول، طالما توجد مقاومة هول على هضبة. وكما أوضحنا توًا، هضبة تعنى أن النطاقات الفرعية ممتلئة تمامًا. ولا يمكن لإلكترونات التوصيل أن تقفز من مستوى

طاقة إلى مستوى طاقة آخر، حيث لا توجد مستويات طاقة متاحة لها. ونتيجة لذلك، لا يمكن أن يحدث تشتت لإلكترونات التوصيل، مع فقد في الطاقة. هكذا يتم الوصول إلى حالة مشابهة للتوصيلية الفائقة في الاتجاه الطولي. ويجب التأكيد على أن تلاشي المقاومة الطولية لا يتطلب غياب مراكز تشتت، ولكن غياب احتمالات تشتت الإلكترونات. ورغم ذلك، عندما يكون المجال المغنطيسي بحيث تكون طاقة فيرمي في نطاق فرعي للحالات المزاحة عن مواقعها وتكون هذه لم تعد ممتلئة بالكامل، فإن احتمال التشتت يظهر فجأة، وتصبح المقاومة الطولية محدودة. لذلك فإن للقفزة الواضحة لمقاومة هول عند انتقال هضبة والقمة في المقاومة الطولية، نفس الأصل.

تكميم مقاومة هول أمر كوني في الطبيعة، اعتمادًا فقط على الثوابت الكونية وأرقام العدد الصحيح. وشكل جهد التمركز وتوزيع المشتتات scatterers ليس له أهمية بالنسبة للتكميم.

ويعتبر تأثير هول الكمي الكسري أكثر تعقيدًا لكن يتم فهمه أيضًا باعتباره شكل من تأثير هول الكمي للعدد الصحيح، حيث تشكل الإلكترونات حالات قفزة بعدد زوجي لكمات التدفق المغنطيسي. والجسيمات الناتجة يُطلق عليها فرميونات مركبة composite fermions.




الشكل ٨-١٠

في الشكل يتم عرض ثلاث أشكال متآصلة **allotropes** من الكربون:

(a) بكمنسترفوليرين **backminsterfullerene** – شكل متعدد السطوح من الفوليرين، يتكون من ٦٠ ذرة، (b) أنبوب نانو من الكربون، و (c) الجرافين **graphene**، ترتيب في البعدين. الجرافيت **graphite**، غير موضح، هو بنية ذات أبعاد ثلاثة يتكون من طبقات جرافين.

لظاهـــرة هول الكمية تطبيقـات مهمة حتى في عــلم القيـــاس metrology. وبناء عليهـــا، تم تقديم معيـــار مقاومة وأُطلق عليـــه ثابت فـــون كلتزينـــج، $R_K = h/e^2 = 25812.807557\ (18)\ \Omega$. ويضاف إلى ذلك، يرتبط ثابت البنية الدقيقة $\alpha$ بثابت فون كلتزينج بواسطة:

$$\alpha = \frac{\mu_0 c}{2}\frac{e^2}{h} = \frac{\mu_0 c}{2} R_K^{-1}.$$

حيث سرعة الضوء معروفة بدقة كبيرة والنفاذية المغنطيسية للفراغ بالتعريف تساوي $4\pi \times 10^{-7}$ H/m، وتسمح هذه العلاقة بتحديد مستقل عالي الدقة ل $\alpha$، أحد ثوابت الطبيعة الأساسية، الذي يميز شدة التفاعلات الكهرومغنطيسية.

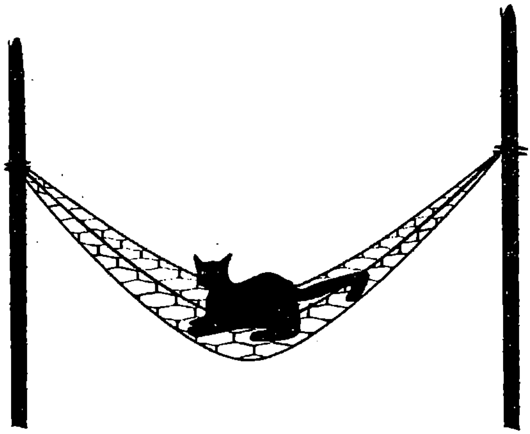
### ٨-٧-٢ الجرافين:

توجد بعض العناصر الكيميائية على شكلين مختلفين أو أكثر، وتعرف بالأشكال المتآصلة allotropes، وهي تعديلات بنيوية مختلفة لعنصر واحد، بمعنى أن ذرات العنصر ترتبط بشكل مختلف. تتضمن الأشكال المتآصلة للكربون الألماس – حيث ترتبط ذرات الكربون في شبكة رباعية السطوح، جرافيت – ترتبط خلاله ذرات الكربون في رقائق لها شكل سداسي، مثل شمع العسل، والجرافين – الذي يمثل رقائق مفردة من الجرافيت، والفوليرين، ترتبط ذرات الكربون الخاصة به مثلاً في شبكة كروية (انظر الشكل ٨-١٠).

والجرافين في الوقت الراهن مادة بالغة الأهمية، وتجد اهتمامًا خاصًا في مجال علم النانو وتقنية النانـــو. حصل على جائـزة نوبل في الفيزياء عام ٢٠١٠ أندريه جيـــم Andre Geim (مولود في ١٩٥٨) وكونستانتين نوفوسيلوف Konstantin Novoselov (مولود في ١٩٧٤) "للتجارب المبدعة المتعلقة بمادة الجرافين في البعدين".

ويعتبر الجرافين مادة ذات بعدين فريدة من نوعها (بسمك 3.35 Å = 0.335 nm). ويبدو أحد أقوى المواد التي تم اختبارها في أي وقت، حيث له قوة كسر تقترب من أن تكون أكبر من الصلب بمائتي مرة. وترشحه قابليته للتحرك وموصليته لإمكانيات

لا يمكن تصديقها، من الترانزستورات والشاشات التي تستعرض كامل النص، حتى الخلايا الفلطية الضوئية، والأجهزة البيولوجية، وتطبيقات أخرى كثيرة.



**الشكل ٨-١١**

**قطة على أرجوحة شبكية.**

الصورة البديهية المألوفة للجرافين أرجوحة شبكية ١ متر مربع مربوطة بين شجرتين، وتتحمل حتى ٤ كيلوجرامات بدون أن تنهار. لجعل الصورة أكثر جاذبية، يمكن تخيل أن الأرجوحة الشبكية تحمل قطة (الشكل ٨-١١)، بينما وزن الأرجوحة ذاتها أقل من ١ ملليجرام، يناظر وزن أحد شعرات شارب القطة!

الكربون عنصر له ستة إلكترونات، تحتل مستويين ذريين. الإلكترونات الأربعة في الطبقة الأخيرة موزعة كما يلي: اثنين في المداري 2s واثنين في المداري 2p. عندما تتكون الروابط الكيميائية، تختلط المداريات 2s و2p في تراكب لحالتين، يطلق عليها حالة مهجنة hybridized. في إحدى الحالات المهجنة، يطلق عليها $sp^2$، تختلط المداريات 2s مع اثنين من المداريات الثلاثة 2p، لتشكل ثلاث مداريات منحلة $sp^2$ موجودة في المستوى xy، بزوايا متساوية ١٢٠ درجة بين بعضها البعض. يتوجه

المداري الباقي 2p بشكل متعامد مع هذا المستوى. ومن المفضل من ناحية الطاقة أن يكون هناك إلكترون واحد على كل من هذه المداريات الأربع المتكافئة. وعندما تقترب الإلكترونات المجاورة، تتشكل أربطة تساهمية قوية، مما يؤدي إلى شبيكة سداسية الأضلاع. تتراكب المداريات $2p_z$ للذرات المتجاورة، لتشكل حالة لا متموضعة delocalized. ولدى الإلكترونات في هذه الحالة القدرة على التحرك بحرية نسبيًا فوق أو تحت مستوى النوى، لتشكل نطاقين بفجوة صفر. بذلك، يختلف الجرافين عن أغلب المواد ذات الأبعاد الثلاثة التقليدية وهو شبه معدن أو شبه موصل ذو فجوة صفر (حيث له أشباه جيسمات بدون كتلة).

في وجود مجال مغنطيسي، يُظهر الجرافين ظاهرة هول كمية شاذة مع سلسلة من خطوات مُزاحة ب ١/ ٢ بالنسبة للسلسلة القياسية، وبعامل إضافي ٤:

$$R_H = \pm\frac{h}{e^2}\frac{1}{4(m+1/2)}, \quad m \text{ integer.} \qquad (8.41)$$

لذلك، فإن عامل التعبئة هو $v^G = \pm 4\ (m + 1/2)$، وهو بصمة لتكميم لاندو النسبوي. تعكس الخطوات في وحدات ٤ ما يُطلق عليه "انحلال واد اللف spin-valley degeneracy"، والذي يعتبر مميزًا للجرافين. توضح مقاومة هول نفس الكونية universality كما في الحالة غير النسبوية، حيث أنها تتحدد بالثابت الكوني $R_k = h/e^2$ وأرقام الأعداد الصحيحة. وللشوائب نفس الدور الأساسي في تكوين الهضبة في مقاومة هول.

من جانب العلم الخالص، تعتبر الروابط بين فيزياء المادة المكثفة وفيزياء الطاقة المرتفعة التي رسخت بظاهرة هول الكمية والجرافين، عميقة: على سبيل المثال، القياس، بدقة عالية لكميات مثل المقاومة النوعية الكمية $h/e^2$ وثابت البنية الدقيقة $\alpha = e^2/4\pi\hbar c$. ذلك يجعل من الممكن دراسة المشاكل التجريبية المتعلقة بفيزياء الطاقة المرتفعة (التي تتطلب عادة تجهيزات ضخمة) في إطار "مختبر قائمة مادة مكثفة".

## ٨-٨ إحصاءات بوز – أينشتاين:

يطلق على الجسيمات المتطابقة التي تخضع لإحصاءات بوز-أينشتاين، بوزونات bosons، ولها لف عدد صحيح ومثلها مثل الفرميونات، غير قابلة للتمييز. الاختلاف الأساسي عن الفرميونات هو أنه يمكن أن يكون هناك عدد عشوائي من البوزونات في الحالة الكمية. بعبارة أخرى، فإنها لا تخضع لقاعدة الاستبعاد لباولي.

التعبير (٨-١٣) يعطي توزيع بوز – أينشتاين. ولذلك، فإن الكثافة المتوسطة للجسيمات لكل حالة كمية بالنسبة لغاز بوز – أينشتاين مثالي هي:

$$n(E_i) = \frac{1}{e^{(E_i-\mu)/kT} - 1}. \qquad (8.42)$$

لو قارنا (٨-٤٢) ب (٨-١٧)، نرى أن الاختلاف يكون في الإشارة أمام وحدة في المقام. والآن تم حذفها من الأسي. وهذا كاف لضمان أنه، عندما يمكن أن تأخذ $E_i - \mu > 0$, $n_i$ أي قيمة موجبة، حيث يلعب الجهد الكيميائي $\mu$ دورًا يشبه طاقة فيرمي في حالة الفرميونات. لو أن القيمة الدنيا لطاقة جسيم واحد هي 0، عندئذ

$\mu \leq 0$. تخضع الفوتونات لإحصاءات بوز-أينشتاين مع $\mu = 0$. ونفس الأمر صحيح بالنسبة للفوتونات في مادة صلبة.

بالنسبة لغاز فوتونات، الطاقة المتوسطة $\langle\varepsilon\rangle$ في نمط له طاقة $\varepsilon = h\nu$ يساوي العدد المتوسط للفوتونات في تلك الحالة مضروب في $h\nu$:

$$\langle\varepsilon\rangle = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}. \qquad (8.43)$$

عدد الحالات لكل وحدة حجم المتضمن في قشرة طاقة $(h\nu, h\nu + hd\nu)$ هو $4\pi p^2 dp/h^3$، مع $p = h\nu/c$. بالنسبة للفوتونات يجب أن نضع في اعتبارنا الاستقطابين المتعامدين، واللذان ينتج عنهما مضاعفة عدد الحالات السابق:

$$n(\nu)d\nu = 2\frac{4\pi\, p^2\, dp}{h^3} = \frac{8\pi}{c^3}\nu^2 d\nu. \qquad (8.44)$$

لو ضربنا (٨-٤٣) في (٨-٤٤)، يتم الحصول على كثافة الطاقة للإشعاع الكهرومغنطيسي في التوازن الحراري كدالة للتردد:

$$U(\nu, T)d\nu = \frac{8\pi h}{c^3}\frac{\nu^3\, d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}. \qquad (8.45)$$

هذا هو قانون بلانك (انظر الفصل ٤ المعادلة (٤-٥٢)). لو أن U تم تطبيقها على رسم بياني كدالة ل $\nu$ عند عدة درجات حرارة، يتم الحصول على المنحنيات النموذجية لتوزيع بلانك (الشكل ٤-٢٥). لو تم إجراء تكامل ل (٨-٤٥) بالنسبة لـ $\nu$، نحصل على الكثافة الكلية للطاقة:

$$U_t = \int_0^\infty U(\nu, T)d\nu = \frac{8\pi(kT)^4}{(hc)^3}\int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = 4\sigma\frac{T^4}{c}.$$

(8.46)

هذا هو قانون ستيفان-بولتزمان: تتناسب كثافة الطاقة الكلية لإشعاع الجسم الأسود مع القوة الأسية الرابعة لدرجة الحرارة المطلقة، حيث معامل التناسب في نظام CGS للوحدات هو $\sigma = 2\pi^5k^4/15h^3c^2 \simeq 5.67 \times 10^{-5}$ erg cm$^{-2}$ s$^{-1}$ K$^{-4}$ ويُطلق عليه ثابت ستيفان - بولتزمان.

النظام الآخر الذي يخضع لإحصاءات بوز-أينشتاين هو غاز الهليوم العادي $^4$He، الذي تحتوي نواته على بروتونين ونيوترونين. وهذا يضمن أن لف النواة عدد صحيح (النظير $^3$He له لف نصف عدد صحيح ويخضع لإحصاءات فيرمي ديراك).

## ٨-٩ نظرية أينشتاين - ديبي للسعة الحرارية:

رأينا دور إحصاءات فيرمي في حساب الحرارة النوعية (السعة الحرارية لكل وحدة كتلة) للمعادن. بالنسبة للعتوازل، يتم تحديد الخواص الحرارية بشبيكة

التذبذبات أو الموجات المرنة (الصوت). وكماتها، التي تسمى فونونات phonons، تخضع لإحصاءات بوز - أينشتاين. ويعتبر حساب الحرارة النوعية توضيح آخر لتطبيق إحصاءات بوز - أينشتاين في المادة المتكثفة.

كان أينشتاين هو أول من حسب في ١٩٠٧ الحرارة النوعية بسبب الموجات المرنة، المثيرة للاهتمام بشكل خاص للمواد الصلبة غير المعدنية (للمعادن، في حدود $T \rightarrow 0$، يكون سلوك الحرارة النوعية لفيرمي - ديراك الخطي في T عادة هو التعبير الشائع). في مقاربة أينشتاين، تم علاج كل ذرة باعتبارها متذبذب توافقي كمي مستقل (أي، بدون تفاعل)، والتردد هو نفسه لكل الذرات. بافتراض متذبذبات N لكل وحدة كتلة، في بعد واحد، بطاقة لكل متذبذب $E = \hbar\omega(n + 1/2)$، حيث $n = (e^{\hbar\omega/kT} - 1)^{-1}$، وتعريف درجة حرارة أينشتاين باعتبارها $\Theta_E = \hbar\omega/k$ نجد بالنسبة للطاقة لكل وحدة كتلة:

$$U = 3N\hbar\omega\left(\frac{1}{e^{\Theta_E/T} - 1} + \frac{1}{2}\right), \qquad (8.47)$$

حيث أدخلنا عامل ٣ لتفسير حقيقة أن كل ذرة لها بالفعل ثلاثة درجات حرية. من هنا ينتج أن:

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = 3Nk\left(\frac{\Theta_E}{T}\right)^2 \frac{e^{\Theta_E/T}}{(e^{\Theta_E/T} - 1)^2}. \qquad (8.48)$$

يؤدي حد درجة الحرارة المرتفعة إلى $C_v = 3\ Nk$، وهو قانون دولونج-بيتي Dulong-Petit التجريبي، وتبعًا له لا تعتمد السعة الحرارية للمواد الصلبة على درجة الحرارة. وعند درجات الحرارة المنخفضة، تميل الطاقة (٨-٤٧) إلى نقطة طاقة ثابت، أو صفر، و $Cv \rightarrow 0$. لذلك، تميل الإنتروبيا أيضًا إلى الصفر $S \rightarrow 0$، تبعًا للقانون الثالث للديناميكا الحرارية. وأتاح عمل أينشتاين أول أساس نظري لفهم تحول الحرارة النوعية للمواد الصلبة عن قانون دولونج - بيتي عند درجات الحـرارة المنخفضة.

هذب بيتر ديبي Peter Debye (١٨٨٤-١٩٦٦) النموذج في ١٩١٢، بما في ذلك تفاعل الذرات في الشبيكة lattice، التي يُنظر إليها باعتبارها متذبذبات مزدوجة، ينتج عنها ظاهرة جمعية لتذبذب الشبيكة. من ناحية ميكانيكا الكم، يمكن إعطاء تفسير لتذبذب الشبيكة بالنسبة لجسيمات خيالية، الفونونات، أطلق عليها هذا الاسم في ١٩٣٢ إيجور تام Igor Tamm (١٨٩٥-١٩٧١). للفونونات طيف ترددات مستمر، من صفر حتى تردد نقطة النهاية $\omega_D$، الذي تحيط به الشبيكة الذرية، مما يضمن عددًا محدودًا من درجات الحرية، 3N. نرمز ب $g(\omega)$ لكثافة التردد، ويكون لدينا:

$$\int_0^{\omega_D} g(\omega)d\omega = 3N. \tag{8.49}$$

ونسمى على التوالي $c_L$ و$c_T$ السرعتين الطولية والمستعرضة للأنماط المنتشرة في المادة الصلبة، وإذا أجرينا حسابًا لحالات مماثل لما أجريناه سابقًا (على سبيل المثال، لأنماط الجسم الأسود) وأخذنا في الحسبان حقيقة أن أي فونون له درجتى حرية مستعرضة وواحدة طولية، يمكننا كتابة:

$$\int_0^{\omega_D} V\left(\frac{\omega^2 d\omega}{2\pi^2 c_L^3} + \frac{\omega^2 d\omega}{\pi^2 c_T^3}\right) = 3N. \tag{8.50}$$

بتعريف سرعة صوتية فعالة $c_s$ بالصيغة $c_s^{-3} = (1/3c_L^{-3} + 2/3c_T^{-3}$ مع مقارنة المعادلتين (٨-٤٩) و(٨-٥٠)، نحصل على:

$$g(\omega) = 3V\frac{\omega^2}{2\pi^2 c_s^3}. \tag{8.51}$$

بإدخال (٨-٥١) في (٨-٤٩)، نجد أن التعبير عن $\omega_D$ الذي يحد من الترددات المحتملة للفونونات هو:

$$\omega_D = c_s\left(6\pi^2\frac{N}{V}\right)^{\frac{1}{3}}. \tag{8.52}$$

يمكن الآن حساب الطاقة الكلية U للفونونات:

$$U = \int_0^{\omega_D} d\omega\, g(\omega) n(\omega) \hbar\omega = 3NkT \frac{3}{x_D^3} \int_0^{x_D} dx \frac{x^3}{e^x - 1} = 3NkT D_3(x_D), \tag{8.53}$$

حيث قدمنا مجموعتي رموز $x = \hbar\omega/kT$ و $x_D = \hbar\omega_D/kT = \Theta_D/T$ (درجة الحرارة $\Theta_D$ يطلق عليها درجة حرارة ديبي). والدالة $D_3(x_D)$ هي ثالث دالة لديبي. وللسعة الحرارية التعبير التالي:

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = 9Nk \frac{1}{x_D^3} \int_0^{x_D} \frac{x^4 e^x dx}{(e^x - 1)^2}. \tag{8.54}$$

أدت نظرية ديبي إلى نتائج نظرية مقبولة لكلاً من $T \to 0$ و $T \to \infty$، رغم أن التبسيطات الملازمة للنموذج تجعل منحنى $C_v$ كدالة ل T يتحول عن الملاحظة التجريبية بالنسبة لدرجات الحرارة المتوسطة.

بالنسبة ل $x_D \ll 1$، وهو ما يعني أن $T \gg \Theta_D$، بتوسعة الأسي باعتباره $e^x \approx 1 + x$ في (٨-٥٤)، نحصل على:

$$C_V \approx 9Nk \frac{1}{x_D^3} \int_0^{x_D} \frac{x^4}{x^2} dx = 3Nk,$$

وهي من جديد سلوك دولونج - بيتي التقليدي.

في الحد العكسي، $T \ll \Theta_D, \chi_D$ عدد كبير، وقد يتم أخذ الحد الأعلى للتكامل في (٨-٥٣) ليكون لانهائيًا. في هذه الحالة، يمكن حساب التكامل بدقة، مع النتيجة $\pi^4/5$. بإجراء الاشتقاق بالنسبة ل T، نحصل على:

$$C_V \simeq \frac{12\pi^4}{5} Nk \left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^3, \tag{8.55}$$

أي، تبعية $T^3$، والتي - في ما لا يشبه نظرية أينشتاين - تعيد بشكل صحيح إنتاج سلوك السعة الحرارية التي يتم ملاحظتها أيضًا في حد درجة الحرارة المنخفضة.

والإنتروبيا، التي تـم تقديرهـا من $S = \int_0^T C_V(t)dt/t$ تـؤدي إلى $S = C_v(T)/3$،
وبذلك تتلاشى الإنتروبيا أيضًا مثل $T^3$ بالنسبة لـ $T \to 0$.

ونموذج ديبي في توافق جيد مع البيانات التجريبية. من قيم N/V والخواص المرنة (المعبر عنها بالسرعتين $c_L$ و$c_T$). يمكن تحديد درجة حرارة ديبـي $\Theta_D$ . ويتـم تحقيق سلوك $T^3$ الكامل بشكل معقول جدًا تحت $\Theta_D/50$ لكن المنحنى $C_V(T)$ يكـون في نطاق واسع لقيم درجة الحرارة في أتفاق مع النتائج التجريبية.

## ٨-١٠ تكثيف بوز – أينشتاين:

كما رأينا حتى الآن، بالنسبة للبوزونات، $-\mu > 0$. بشكل عام تنخفض μ مع درجة الحرارة. ويمكن كتابة عدد الجسيمات N في حجم Vبالنسبة لغاز بوز الذري أو الجزيئي:

$$N = \frac{4V\pi}{(2\pi\hbar)^3}\int_0^\infty \frac{p^2dp}{e^{(E(p)-\mu)/kT}-1}, \qquad (8.56)$$

حيث $E(p) = p^2/2m$. لو أن μ تنخفض مع درجة الحرارة، يجب أن يكون هناك درجة حرارة $T_c$ حيث $\mu = 0$، مع المحافظة على نفس عدد الجسيمات N:

$$N = \frac{4V\pi}{(2\pi\hbar)^3}\int_0^\infty \frac{p^2dp}{e^{p^2/2mkT_c}-1}. \qquad (8.57)$$

المعادلة (٨-٥٧) بالنسبة لكثافة معينة N/V تعطي درجة حرارة حرجة $T_c$ عندها يبدأ التكثيف. إذا أخذنا الصيغة (٨-٥٧) بدرجة حرارة انتقائية T في الجانب الأيمن وأجرينا تغييرًا للمتغير $y = p^2/2mkT$، يصبح التكامل:

$$N = \frac{2V(2\pi mkT)^{3/2}}{\pi^{1/2}(2\pi\hbar)^3}\int_0^\infty \frac{y^{1/2}dy}{e^y-1}. \qquad (8.58)$$

لو انخفضت درجة الحرارة يعطي التعبير على اليمين في (٨-٥٨) العـدد N' ، N، ما الذي حدث لما تبقى من جزيئات $N - N' = N_0$؟. يشغل عدد مرئي منها

حالة الهمود $E = 0$. ويُطلق على هذه الظاهرة تكثيف بوز-أينشتاين. اكتشفها أينشتاين في ١٩٢٥ عندما كان يدرس توزيع بوز.

في النظام الذي يحدث فيه التكثيف، يظهر طوران: طور طبيعي وطور مكثف. مع انخفاض T تحت $T_c$، يزداد عدد الجزيئات في طور التكثيف، وعند $T = 0$، سيكون كل الجزيئات في الطور المكثف. يمكن بشكل تقريبي كتابة $N_0 = N[1 - (T/T_c)^{3/2}]$. ولو تم حساب درجة الحرارة الحرجة لغاز له كثافة $^4He$، نجد أنها 3.2K.

في ١٩٣٧، اكتشف بيوتر كابيتسا في موسكو، وبشكل مستقل جون ألين ودون ميسينير في كمبردج أنه، عند 2.26K، يظهر على سائل الهليوم $^4He$ ظاهرة السيولة الفائقة.، أي فقد اللزوجة، والتي تظهر في خاصية القدرة على التدفق خلال المواد ذات الخاصية الشعرية الرقيقة. تحت تأثير هذه الظروف يظهر سائل الهليوم كخليط من السائل العادي والسائق الفائق. ورغم أن نموذج الغاز لا يمكن تطبيقه بشكل كامل على سائل الهليوم، من المقبول بشكل عام أن ظاهرة السيولة الفائقة تناظر من الناحية الكيفية نوعًا من تكثيف بوز - أينشتاين.

حصل بيوتر كابيتسا Pyotr Kapitsa (١٨٩٤-١٩٨٤) على جائزة نوبل في الفيزياء في ١٩٧٨، لعمله في فيزياء درجة الحرارة المنخفضة. وفي ١٩٣٨، ابتكر فريتس لوندن ولاسلو تيسا نماذج لتفسير السيولة الفائقة بتكثيف بوز - أينشتاين. وفي ١٩٤١، اقترح ليف لاندو نموذج فينومينولجي من الناحية الأساسية للسيولة الفائقة باعتبارها نظرية مكممة للهيدروديناميكا، والتي بسببه حصل على جائزة نوبل ١٩٦٢.

القيمة الرقمية للتكامل في (٨-٥٨) هي $2.612\pi^{1/2}/2$ وأخيرًا يمكن أن نكتب، بالنسبة ل $T = Tc$، ما يلي:

$$\frac{N}{V} = \frac{2.612(2\pi mkT_c)^{3/2}}{(2\pi\hbar)^3} \qquad (8.59)$$

هذا التعبير مثير للاهتمام إلى حد كبير. تذكر من الفصل ٢، أن الكمية $\lambda = h/(2\pi mkT)^{1/2}$ يُطلق عليها طول الموجة الحراري لبروجلي. وهي النسبة بين ثابت

بلانك h وكمية الحركة الحرارية $p(T) = (2\pi mkT)^{1/2}$. من جانب آخر، الكثافة N/V هي معكوس الحجم المتوسط لكل جزئ $v_m = V/N$. والجذر التكعيبي لـ $v_m$ يمكن أن يعطينا المسافة بين الجزيئية المتوسطة. عندئذ يمكن كتابة (٨-٥٩) كما يلي:

$$\frac{\lambda^3(T_c)}{v_m} = 2.612. \qquad (8.60)$$

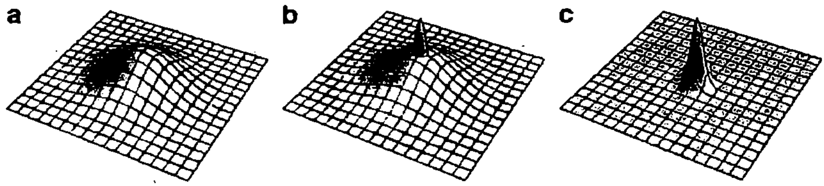
لذلك، يبدأ التكثيف عندما يكون طول الموجة الحرارية أطول من المسافة المتوسطة بين الجسيمات. ذلك هو شرط الانحلال الكمي لغاز بوز - أينشتاين.

الموصلية الفائقة والمغنطيسية الحديدية (التي قابلناها في الفصل ٣) يمكن أيضًا فهمها كيفيًا كأشكال من تكثيف بوز - أينشتاين. في ظاهرة الموصلية الفائقة، يتم لعب دور مهم بنظم الإلكترونات المزدوجة للف عكسي وكميات حركة، تسمى أزواج كوبر Cooper pairs. ويسلك زوج الإلكترون كجسيم مركب له لف صفر، وبالتالي، يمكن معالجته مثل نظام بوزوني bosonic system، حيث يمكن حدوث التكثيف. وبالنسبة للمغنطيسية الحديدية، هناك تبادل تفاعل بين الإلكترونات بحيث أنه، تحت تأثير شروط معينة، ينتقل عدد هائل منها إلى حالة كمية منفردة (عندما تصطف كل ثنائيات القطب الأولية). بالفعل، يلقى هذا الأمر اهتمام بشكل أساسي من وجهة النظر الكيفية والمفاهيمية. ومشاكل السيولة الفائقة، مثلها مثل الموصلية الفائقة والمغنطيسية الحديدية، تتطلب نماذج أكثر تطورًا.

تمت ملاحظة تكثيف بوز - أينشتاين مباشرة للمرة الأولى في ١٩٩٥ في تجربة أجراها كارل إ. ويمان وإريك أ. كورنيل، مع مساعديهم م. إتش. أندرسون، ج. ر. إنشير، وم. ر. ماتيوس. تضمنت هذه التجربة الرائعة ذرات روبيديوم -٨٧ (الذي يحمل عزم مغنطيسي غير صفري)، وتم إحداث تباطؤ له بواسطة ليزر مبرد ومحجوز في فخ مغنطيسي.

لفهم جوهر التجربة، دعنا نرى أولاً كيف يعمل منع المرور المغنطيسي magnetic trapping. كبداية، تذكر أن أي ذرة في مجال مغنطيسي لها طاقة $E = -\mu \cdot B$

حيث μ هي عزمها المغنطيسي. العزوم المغنطيسية المصطفة موازية للمجال يكون لها طاقة أقل من تلك معكوسة التوازي بالنسبة إليه. في مجال مغنطيسي غير متماثل، تبحث العزوم المغنطيسية الموازية عن شدة مجال أعلى، بينما تميل تلك المعكوسة التوازي إلى البحث عن شدة مجال أقل، لإنجاز الطاقة الدنيا لمجمل النظام. وحيث أن المجالات الدنيا المحلية يمكن إنتاجها في المختبر، فإنها تقوم بمنع مرور الذرات ذات الطاقة المنخفضة، أي، الذرات التي تكون طاقاتها الحركية مناظرة لدرجات حرارة كسر من كلفن.




الشكل ٨-١٢

تجربة تكثيف بوز-أينشتاين.

(a) بالنسبة لترددات مانعة المرور المغنطيسية الدوارة فوق 4.23 MHz، يظهر على الذرات توزيع منفرد، وناعم، ويشبه توزيع جاوس.

(b) عند 4.23 MHz، تبدأ قمة مركزية حادة في الظهور، وعند ترددات أكثر انخفاضًا يكون عنصرين متميزين مرئيين، المنحنى العريض الناعم والقمة المركزية الضيقة، ويتم تحديدهما باعتبارهما الكسور غير المكثفة والمكثفة، على التوالي.

(c) مع تقدم التبريد ينقص الكسر غير المكثف حتى يبقى، عند تردد 4.1 MHz متكثف خالص تقريبًا.

كانت آلية إبطاء الذرات بتبريد الليزر. وهذه الظاهرة تعتبر ضد البديهة بالأحرى، حيث يمكن توقع نظام إشعاع للتسخين وليس نظام تبريد. وتتكون البراعة الكبيرة في ضبط الليزر تحت تردد انتقال معين بقليل يمكنه أن يحدث في الذرات التي من المتوقع أن تتصادم مع الإشعاع. تحت تأثير التبعثر باتجاه الأمام، تمتص الذرات

فوتونًا وتفقد بالتالي جزءًا من كمية حركتها تساوي كمية حركة الفوتون الذي بعثرته. لو كانت كمية حركة الفوتون في نفس الاتجاه مع كمية حركة الذرة التي امتصته، يكون التأثير بالعكس تمامًا، أي، تتسارع الذرة. ضبط تردد الليزر تحت تردد امتصاص الذرة بقليل يضمن أن تسود الاصطدامات في الاتجاه الأمامي، حيث أن الذرة التي تقترب من الفوتون، بظاهرة دوبلر، "ترى" أن للفوتون تردد رنان لكي يتم امتصاصه. والذرة التي تتباطأ، لكنها تكون مستثارة، تبعث إشعاعًا في اتجاه عشوائي، وبذلك تعود إلى حالة الهمود ويمكن للدورة أن تبدأ من جديد. بهذه الطريقة، تتم تبطئة الذرات بشكل جذري بواسطة التفاعل مع إشعاع الليزر. تم ابتكار تقنية التبريد بالليزر بواسطة ستيفن شاو Steven Chu (مولود في ١٩٤٨)، وكلود كوهين-تانودجي Claud Cohen-Tannoudji (مولود في ١٩٣٣)، ووليام دانيل فيليبس William Daiel Philips (مولود في ١٩٤٨)، الذين حصلوا على جائزة نوبل في ١٩٩٧. وتُستخدم هذه الآلية في التجربة بحيث أن أي ذرة في مانعة المرور المغنطيسية يصبح من المرجح أكثر أن تصيب فوتون بركلة نحو مركز مانعة المرور، وتخفض طاقته. تتم المحافظة على سحابة الذرة داخل مانعة المرور، وتميل إلى التوازن الحراري، مما يخفض من درجة حرارتها إلى أحد أكثر انخفاضًا. ويتطلب الوصول إلى تكثيف بوز-أينشتاين خطوة إضافية من تبريد الذرات تحت حدود التبريد بالليزر، بواسطة ما يطلق عليه التبريد التبخيري الإجباري، الذي يتكون من إدارة مانعة المرور المغنطيسية، لنقل الذرات ذات الطاقة العالية من سحابة الذرة السابقة التي يتم تبريدها بالليزر حتى يتم تبريد السحابة الباقية تحت درجة حرارة التكثيف الحرجة. وتعمل التركيبة التجريبية مثل شيطان ماكسويل، بعد إزالة السرعة غير الصفرية، وتبقى عينة متكثفة خالصة تقريبًا، عند درجة حرارة $1.7 \times 10^{-7}$ K. ويحتوى المتكثف في التجربة الأصلية على نحو ٢٠٠٠ ذرة، تناظر كثافة $2.5 \times 10^{12}$ $cm^{-3}$، وتستمر لنحو ١٥ ثانية.

بفحص الشكل ٨-١٢، يجب ملاحظة أن القمة ليست ضيقة إلى حد بالغ الصغر بسبب مبدأ عدم اليقين لهيزنبرج: حيث أن الذرات وقعت في مانعة المرور في

منطقة خاصة من المكان، يكون لتوزيع سرعتها بالضرورة عرض أدنى معين، يتحدد بحجم جهد منع المرور المغنطيسي. ويؤدي المكان الأكثر تقييدًا إلى عرض أكبر في توزيع السرعة، حيث إنه في اتجاه القطر L، تكون $L, \Delta p \backsim 2\pi\hbar/L$، ومنها $\Delta v \sim \Delta p/m$.

بعد نحو ٤ أشهر من تجربة فيمان–كورنيل، ابتكر، بشكل مستقل، وولفانج كيتيرل مع مساعدون في معهد مساشوسيتس للتقنية متكثف لذرات صوديوم ٢٣. وبعد ذلك، في ١٩٩٧، أتت تقارير من مجموعته حول ملاحظة تداخل ميكانيكي كمي بين متكثفين مختلفين، بالإضافة إلى نتائج أخرى مهمة متعددة. وحصل إ. أ. كورنيل E. A. Cornell (مولود في ١٩٦١)، و س. إ. ويمان C. E. Wieman (مولود في ١٩٥١)، و و. كيتيرل W. Ketterle (مولود في ١٩٥٧) على جائزة نوبل ٢٠٠١ في الفيزياء لما أنجزوه.

تمت ملاحظة تكثيف بوز–أينشتاين للفوتونات في ٢٠١٠ بواسطة ج. كليرس، ج. شميت، ف. فوينجر، و م. ويتز. للفوتونات الحرة كتلة صفر وفي حالة إشعاع الجسم الأسود، لا يتم حفظ عدد الجسيمات عندما تتغير درجة الحرارة، وهو ما يجعل التكثيف مستحيلاً من الناحية الأساسية. والتجهيزات التجريبية، باستخدام بصريات جهاز رنين المرآة المنحنية الملئ بمحلول صبغة، يعمل مثل "الجدران البيضاء" التي لا تمتص الفوتونات ذات الطاقة المنخفضة، وبذلك يضمن حفظ عددها خلال الحالات الحرارية ويجعل النظام مكافئ من حيث الشكل لغاز في البعدين لبوزونات كثيفة تم منع حركتها.

تتضمن التجارب ملاحظة حواف التداخل بين المتكثفات نتيجة لازدواجية الموجة – الجسيم. ونتج عن تجارب أخرى ظهور سيولة فائقة ودوامات مكممة، وظواهر أخرى متعددة.

## ٨–١١ الترابط الكمي:

في نظرية غاز بوز المثالي، مع انخفاض درجة الحرارة، يزداد عدد الجسيمات في المتكثف، أي في حالة الهمود، وعند صفر كلفن، قد تكون كل جسيمات الغاز في حالة

همود. وعندما يكون كل النظام في حالة كمية مفردة، يقال أنه في حالة نقية pure state. ويمكن وصف النظام بدالة موجة. ويقال أيضًا أنه في حالة ترابط coherent. حالات الترابط هي حالات كمية أقرب إلى الحالات التقليدية. وتقنية حالات الترابط متعددة الفوتون، وهي أساسية لوصف تقنيات الليزر، تم تطويرها في ١٩٦٣ بواسطة روي كلوبر Roy Glauber (مولود في ١٩٢٥)، الذي حصل على جائزة نوبل في ٢٠٠٥ لمساهمته في النظرية الكمية للترابط البصري optical coherence.

عندما لا يمكن وصف نظام بدالة موجة مفردة، لأن معلوماتنا (المحدودة) حول النظام منسجمة مع حالات كمية متعددة، وليس من الممكن أن نحدد بدقة أي من هذه الحالات هي تلك، يكون النظام في حالة مختلطة، وبدلاً عن دالة الموجة علينا أن نستخـدم دالة تعتبر متوسط دالات الموجة المنسجمة مع المعلومات المرئيـة macroscopic التي لدينا عن النظام. عندئذ يتم استخدام مصفوفة كثافة $\rho$ لوصف النظام. بالفعل، كل النظم الإحصائية الكمية التي تمت مناقشتها في الفصل ٢ وفي الفصل الحالي تم وصفها بواسطة مصفوفات الكثافة.

لو بدأنا من متكثف عند صفر كلفن، أي من حالة نقية، ورفعنا درجة الحرارة قليلاً، يكتسب النظام إمكانية أن يصبح في عدد ضخم جدًا من الحالات المحتملة: ينتقل النظام من حالة نقية إلى حالة مختلطة ويكون هناك فقد في الترابط الكمي.

وليس من الضروري بالنسبة لنظام ما أن يكون عند درجة حرارة صفر لكي يكون في حلة ترابط. يقدم إشعاع الليزر مثالاً لهذا. وبسبب التشابه بين حالة ترابط آلاف أو ملايين الذرات في المتكثف وحالة ترابط الفوتونات في الليزر، نستنتج أنه من الممكن صناعة ليزر ذرات بدلاً عن الفوتونات.

1. R.K. Pathria, *Statistical Mechanics*, 2nd edn. (Elsevier, Oxford, 2006). This book deals with quantum statistics at an advanced level
2. K. Huang, *Statistical Mechanics* (Wiley, New York, 1963). Quantum statistics is very clearly discussed in this book
3. C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics*, 7th edn. (Wiley, New York, 1996). A basic and well-known treatise on solid state physics
4. J.K. Jain, *Composite Fermions* (Cambridge University Press, Cambridge, 2007). Excellent introduction to the novel topic of composite fermions

# الفصل التاسع

# القوى الأساسية الأربعة

نعرف الآن أربعة أنواع من القوى باعتبارها التفاعلات الأساسية في الطبيعة. أقواها القوة النووية، التي تربط البروتونات والنيوترونات داخل النواة الذرية، أي $10^{-13}$ سم. بعد ذلك، القوة الأقوى التالية هي القوة الكهرومغنطيسية، التي تتولد بين الجسيمات المشحونة كهربائيًا، وبشكل خاص التي تجذب البروتونات والإلكترونات لتكوين الذرة. ثم يتبع ذلك ما يُطلق عليه القوة الضعيفة، التي تتوسط لتحلل بيتا للنوى. وهــذه أيضًا قوة ذات نطاق قصير. ونتيجة تحلل بيتا، تنتج إلكترونــات ونيوترينات. وأخيرًا، أضعف قوة هي قوة الجاذبية. مثل القوة الكهرومغنطيسية، لهذه القوة نطاق طويل.

يمكن إعادة كل التفاعلات الأخرى التي يتم ملاحظتها في الطبيعة إلى هذه القوى الأربعة. على سبيل المثال، القوى الجزيئية تكون نتيجة تفاعلات كهرومغنطيسية. ورغم ذلك، يجب توضيح أن التأثيرات الكمية الخالصة، مثل مبدأ باولي، تؤدي إلى تأثيرات قريبة من فكرة القوى. وتفاعل التبادل هو مثال جيد لحالة الفرميونات. بالنسبة للبوزونات، يعتبر تكثيف بوز-أينشتاين مثالاً نموذجيًا.

الضغط الجوي والمحيطي يتم تحديدهما بواسطة الجاذبية. لو ضغط المرء على مائدة بيده، تكون القوى المتدخلة في العملية، على مستوى الذرات والجزيئات، هي القوى الكهرومغنطيسية متحدة مع التأثيرات الكمية.

في ما يلي، سوف نفحص بعض صفات هذه القوى الأربعة بمزيد من التفاصيل.

## ٩-١ الجاذبية والكهرومغنطيسية:

لقد تعاملنا سابقًا مع قوتين رئيسيتين: القوى التجاذبية والكهرومغنطيسية. ولهما بعض الخواص المتماثلة، على سبيل

المثال، تعتمد القوة بين الشحنات الكهربائية على معكوس مربع المسافة، وتخضع الجاذبية لقانون مماثل.

M. Chaichian et al., Basic Concepts in Physics, Undergraduate Lecture Notes in Physics, DOI 10.1007/978-3-642-19598-3_9,



من جانب آخر، يمكن أن تنتشر التفاعلات الكهرومغنطيسية مسافات كبيرة، وشدة القوة تنخفض مع مربع المسافة. وتسلك التفاعلات التجاذبية بالمثل من وجهة النظر هذه. لهذه الأسباب، يقال إن الجاذبية والكهرومغنطيسية قوى مدى طويل. من منظور نظري للمجال الكمي، يعكس ذلك حقيقة أن كمات المجال الكهرومغنطيسية (الفوتونات) والمجال التجاذبي (الجرافيتونات) هي جسيمات بدون كتلة، ومن ثم تنتشر بسرعة الضوء. (رغم أن الجرافيتونات لم يتم رصدها حتى الآن، يُعتقد بأنها موجودة). ومن وجهة النظر النظرية، يتم وصف كلاً من الجاذبية والكهرومغنطيسية بنظريات بخاصية اللاتغير القياسي gauge invariance (انظر الفصلين ٣ و٧).

من جانب آخر، يوجد اختلافات جوهرية بين الكهرومغنطيسية والجاذبية. وجود شحنات كهربائية ذات إشارات عكسية يؤدي إلى حجب screening القوة الكهروستاتيكية. ويحدث ذلك في الذرات، والجزيئات وفي أي جسم مرئي. ورغم ذلك، لا يمكن حجب الشحنات التجاذبية حيث أن القوة هي جاذبة فقط، بينما تلعب التفاعلات التجاذبية دورًا مهيمنًا على المقياس الكوني. فهي تحدد حركة الكواكب حول الشمس. والشمس بمجموعتها الكوكبية، مثل النجوم الأخرى في مجرتنا، تقترن بتجاذب في حركة دورانية معقدة حول مركز مشترك. والمجرات، بدورها، تتفاعل مع بعضها البعض من خلال الجاذبية عبر مسافات هائلة، لتشكل حشد من المجرات.

رغم أن التفاعلات الكهروستاتيكية يتم حجبها على المستوى الكوني، يظهر شكل آخر من المجال الكهرومغنطيسي طويل المدى في الكواكب والنجوم، وهو القوى المغنطيسية. يُعتقد أن المجالات المغنطيسية تنتج في الغالب بواسطة حركات دورانية للشحنات الكهربائية داخل هذه الأجرام. وقد تصبح هذه المجالات المغنطيسية بالغة القوة في أشياء مثل البلسارات pulsars، وهي نجوم نيوترونية تدور بتردد مرتفع. وُيقدر أن مجالات تصل إلى ١٠ ^١٤^ جاوس تتولد داخلها.

## ٩-٢ التفاعلات الشديدة:

أقوى قوة معروفة في الطبيعة تتولد بين الجسيمات المكونة للنواة الذرية: البروتونات والنيوترنات. للحصول على فكرة مقارنة، يكفي توضيح أن التجاذب بين بروتونين بسبب هذه القوة يكون أقوى ب ١٠٠ إلى ١٠٠٠ مرة من تنافرهما الكهروستاتيكي،بينما الأخير أكبر من التجاذب الجاذبي بعامل يصل إلى ١٠ ^٣٧^. لكن القوة النووية لها سمة كونها قصيرة المدى: فعلها محدود بمسافات بنفس مقدار أبعاد النواة الذرية، أي ١٠ ^-١٣^ سم.

في ١٩٣٥، تنبأ عالم الفيزياء الياباني هيديكي يوكاوا Hideki Yukawa (١٩٠٧-١٩٨١) بوجود الميزونات mesons كجسيمات تتوسط التفاعلات الشديدة. وحيث أن التفاعلات الشديدة قصيرة المدى، لا بد أن للميزونات كتلة غير صفرية (تختلف من هذا الجانب مع الفوتون)، ويجب أن تكون هذه الكتلة أكبر ب ٢٠٠-٣٠٠ مرة من كتلة الإلكترون. عندئذ يكون شبيه الجهد الكهروستاتيكي هو جهد يوكاوا:

$$\Phi(r) = \frac{g}{r}e^{-r/r_0}, \qquad (9.1)$$

حيث g ثابت مميز للتفاعلات الشديدة. والتعبير (٩-١) مهم بالنسبة ل r أقل من أو قريبة من $r_0$، حيث $r_0$ تصل إلى ١٠ ^-١٣^ سم (هذه وحدة يطلق عليها فيرمي أو فيمتومتر، ويرمز لها ب fm). يمكن أيضًا كتابة (٩-١) على الهيئة التالية:

$$\Phi(r) = \frac{g}{r}e^{-mr}, \qquad (9.2)$$

حيث $m \sim 1/r_0$ تتناسب مع كتلة ميزونات π، بالوحدات الطبيعية. وتحويل فورييه ل (٩-٢) هو:

$$\tilde{\Phi}(|\mathbf{k}|) = \frac{g}{\mathbf{k}^2 + m^2}. \qquad (9.3)$$

الشيء المثير للاهتمام في (٩-٣) هو أنه لو تمت مقارنتها ب (٤-٤٥) في الفصل ٤، يمكن أن نرى أن ما يجعل التفاعلات قصيرة المدى هو كتلة الوسيط، أي لو أنه لو كان للبوزونات التي تتوسط في التفاعلات كتلة m غير صفرية، تكون القوى الناتجة قصيرة المدى، وعامل المضاءلة damping factor للتفاعل يكون متناسبًا مع $e^{-mr}$. وحيث أن للفوتون كتلة سكون صُفر، تكون قوة كولوم طويلة المدى.

تم اكتشاف ميزونات يوكاوا في ١٩٤٧ في تجارب الأشعة الكونية وأُطلق عليها ميزونات π، أو بيونات pions (بايميزون pi-meson). وهناك ثلاثة أنواع من البايميزون: موجب ($\pi^+$)، وسالب ($\pi^-$)، ومتعادل ($\pi^0$)، وكتلها بالتقريب:

$$m_{\pi^\pm} = 273\ m_e, \qquad (9.4)$$
$$m_{\pi^0} = 264\ m_e,$$

حيث $m_e$ كتلة الإلكترون.

تعتبر بيونات $\pi^0$ جسيمات غير مستقرة وتتحلل بطرق مختلفة، مثلاً إلى فوتونين:

$$\pi^0 \rightarrow 2\gamma, \qquad (9.5)$$

في زمن يصل إلى $10^{-16}$ ثانية. يكون للبيونات $\pi^\pm$ عمر أطول، يصل إلى $10^{-8}$ ثانية وتتحلل بطرق متعددة.

نفترض أن $e^-$ و$e^+$ إلكترون وبوزترون، على التوالي، وأن $\nu_e$ و $\bar{\nu}_e$ نيوترين ونيوترين مضاد يصاحبهما إلكترون، و$\mu^+$ و$\mu^-$ جسيمان يعرفان بالميونات muons (أو إلكترونات ثقيلة، كان يطلق عليها في البداية ميزونات μ)، بكتلة أكبر ب ٢٠٧ مرة تقريبًا من كتلة الإلكترون، و$\nu_e$ و $\bar{\nu}_\mu$ نيوترين ونيوترين مضاد، على التوالي، يصاحبهما ميون. عندئذ تتحلل البيونات $\pi^\pm$ بشكل ضعيف، مع أعلى احتمال بالطرق التالية:

$$\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu,$$
$$\pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu,$$

ولكن أيضًا إلى:

$$\pi^+ \to e^+ + \nu_e, \qquad (9.6)$$
$$\pi^- \to e^- + \bar{\nu}_e,$$

أو، باحتمال بالغ الصغر، إلى:

$$\pi^+ \to \pi^0 + e^+ + \nu_e,$$
$$\pi^- \to \pi^0 + e^- + \bar{\nu}_e.$$

وأنماط الانحلال الأخرى تم رصدها أيضًا. من وجهة النظر النظرية تم وصف البيونات بمجالات شبه عددية. وهي تسلك بشكل غير متجه تحت تأثير كل تحويلات لورنتز، باستثناء انعكاس إحداثيات المكان (تحويلات التكافؤ)، وتحت تأثيرها تغير إشاراتها. من هذا الوجه، فإنها تختلف جذريًا عن الفوتونات، ويكون مؤثر المجال الخاص بها $A_\mu$ متجه رباعي. للفوتونات وحدة لف، ولميزونات π لف صفر. وحيث أن لها لف عدد صحيح، فإنها تخضع لإحصاءات بوز-أينشتاين.

تم تفسير آلية التجاذب بين البروتونات والنيوترونات داخل النوى بواسطة تبادل بيونات، أي تبادل $\pi^0$ بين نوكليونات nucleons شحنة نموذجية، و $\pi^0$ و $\pi^\pm$ للتفاعلات بين نوكليونات شحنة مختلفة: يمكن فهم النيوترونات والبروتونات باعتبارهما حالتي لف نظائري لنفس الجسيم، يطلق عليه نوكليون. يمتص النيوترون $\pi^+$ أو يبث $\pi^-$ ويصبح بروتون. ويمتص البروتون $\pi^-$ أو يبث $\pi^+$ ويصبح نيوترون. (للدقة، تحدث هذه العمليات عندما يكون الجسيم الذي تم تبادله افتراضيًا، وإلا لا تكون الطاقة وكمية الحركة محفوظتين). وكما سبقت الإشارة إليه، بالنسبة لبعض الوقت كان من المعتقد أن البيونات كمات تفاعلات شديدة، وكان من الضروري وجود ثلاثة أنواع من الشحنات (0 ,±) للحصول على تفاعلات ممكنة مختلفة بين البروتونات والنيوترونات.

والنيوترونات والبروتونات، بالإضافة إلى الجسيمات الثقيلة الأخرى تسمى هايبرونات hyperons من مجموعة جسيمات تعرف باريونات. تتصف الهايبرونات بأن لها كتلة أكبر من البروتون، وعمر يصل إلى ١٠$^{-١٠}$ ثانية، ويتحدد الانحلال بالتفاعلات الضعيفة.

والقوى الشديدة معروفة الآن أنه يتم تحديدها بالتفاعل بين الكواركات quarks، جسيمات أولية ذات شحنة كسرية ±e/3 ,±2e/3، ومنها تتكون الهادرونات hadrons. وتتفاعل الكواركات من خلال مجال جلوون gluon، وهو حامل القوى الشديدة الأساسية، وتم تعديل كل النماذج السابقة (تتم مناقشة ذلك بالتفصيل في الفصل ١١). القوى النووية هي في الواقع قوة متبقية residual force، وعلاقتها بمجال الجلوون يجب فهمها بما يشبه العلاقة بين القوى الجزيئية وقوة كولوم بين الذرية.

يكون أي نيوترون خارج النواة غير مستقر، ومتوسط عمره يكون بالتقريب ١٢ دقيقة. ومن المفترض أن البروتونات مستقرة، رغم أن بعض نظريات التوحيد الكبرى، على سبيل المثال، إحداها تقوم على مجموعة التماثل المقياسي SU(5)، تتنبأ بعمر يصل إلى ١٠$^{٣٣}$ سنة للبروتون. وتظل هذه الفرضية غير مؤكدة، لكن لو كانت صحيحة قد تنتهك مبدأ حفظ عدد الباريون، الذي يُفترض أن يكون ملزمًا في أي عملية تفاعل للجسيمات الأولية.

## ٩-٣ التفاعلات الضعيفة:

تنحل بعض النوى الذرية بإطلاق إلكترون ونيوترين مضاد، مما يؤدي إلى أن ترفع النواة من عددها الذري Z بوحدة. حيث إن الإلكترونات التي تنشأ عن هذه الانحلالات كانت تسمى في الأصل جسيمات بيتا، يُطلق على هذه العملية التي تبث إلكترون ونيوترين مضاد انحلال بيتا. يعطي انحلال بيتا للكربون ١٤ نواة نتروجين، وإلكترون ونيوترين مضاد:

$$^{14}_{6}C \rightarrow ^{14}_{7}N + e^- + \bar{\nu}_e. \quad (9.7)$$

وينحل نيوترون حر بالمثل إلى بروتون، وإلكترون ونيوترين مضاد:

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e. \quad (9.8)$$

ينحل النيوترون المضاد $\bar{n}$ إلى بروتون مضاد $\bar{p}$، وبوزترون $e^+$، ونيوترين $\nu_e$:

$$\bar{n} \rightarrow \bar{p} + e^+ + \nu_e. \quad (9.9)$$

والتفاعلات الضعيفة مسؤولة عن انحلال جسيمات أخرى كثيرة، مثل البيونات، كما يمكن رؤيته في (٩-٦)، والميزونات الأخرى، بالإضافة إلى الهايبرونات.

التفاعلات الضعيفة قصيرة المدى. ويصل الطول المميز إلى ١٠ ^-١٥^ — ١٠ ^-١٦^ سم: والنتيجة المهمة هي أن احتمال تفاعل نيوترينات مع جسيمات أخرى صغير جدًا عند الطاقات العادية الموجودة على الأرض. ولهذا السبب، نُطلق عليها تفاعلات ضعيفة. والقوة الضعيفة أقوى من الجاذبية، لكن قوة الجاذبية تعمل بشكل أكثر قوة عند مسافات ضخمة لأنها بعيدة المدى وتتناسب مع كتل الأجسام المتفاعلة.

للتفاعلات الضعيفة خاصية أساسية بأنها ليست تكافؤ حفظ conserving parity. دعنا نناقش ذلك الآن.

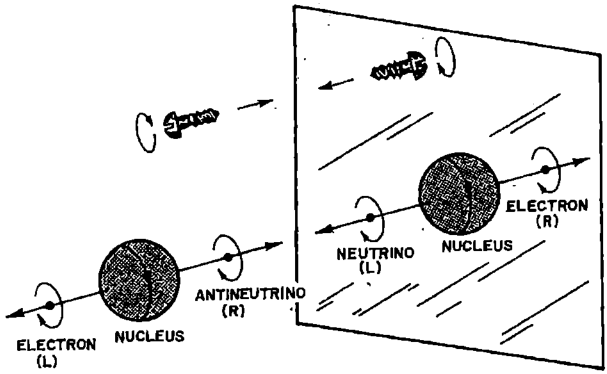
## ٩-٤ تكافؤ عدم الحفظ في تحلل بيتا:

حتى ١٩٥٦، كان يُعتقد بأن تكافؤ (P) الحفظ خاصية أساسية للعالم الذري. لو كانت عملية ما موجودة، يجب أن تكون صورة المرآة لها موجودة. في ذلك العام، تحقق عالما الفيزياء الصينيان الأمريكيان شين نينج يانج Chen Ning Yang (مولود في ١٩٢٢) وتسونج- داوو لي Tsung-Dao Lee (مولود في ١٩٢٦) من أن هذه الخاصية ليست صحيحة بالفعل بالنسبة للتفاعلات الضعيفة. وقامت فرضيتهما على دراسة مقارنة لانحلال ميزونات $K^+$ إلى حالتين نهائيتين لتكافؤ مختلف. في ١٩٥٧، تم إثبات

عدم حفظ التكافؤ بواسطة شيين –شيانج وو Chien-Shiung Wu (١٩١٢–١٩٩٧) مع مساعدون، في دراسة تجريبية على انحلال بيتا لنوى استقطاب لف لكوبلت ٦٠. ويوضح الشكل ٩–١ عملية انحلال بيتا لمثل هذه النواة. تطلق النواة إلكترونًا L (حيث L تعنى اتجاه اليسار) مسقط لف سالب في اتجاه كمية الحركة negative helicity (أو اتجاه يد إنسانية chirality يسرى)، أي، اتجاه دوران اللف واتجاه كمية حركته مثل لولب اتجاه اليسار. ويتم إطلاق الإلكترون L دائمًا في اتجاه ضد استقطاب لف النواة. تُطلق النواة أيضًا نيوترين مضاد $\bar{\nu}$ بمسقط لف موجب في اتجاه كمية الحركة، أي اتجاه دوران اللف وكمية الحركة يتوحدان كما في لولب اتجاه اليمين. يتم إطلاق النيوترين المضاد دائمًا في اتجاه لف النواة المنحلة. حقيقة أنه في تجربة س. س. وو تنطلق الإلكترونات الناتجة عن انحلال الكوبلت ٦٠ في اتجاه واحد فقط وليس في الاتجاه المعاكس أبدًا تم اقتراحها كانتهاك للتكافؤ بواسطة لي ويانج. في ١٩٥٧، حاز على جائزة نوبل للفيزياء لي ويانج لفرضية انتهاك التكافؤ في التفاعلات الضعيفة.

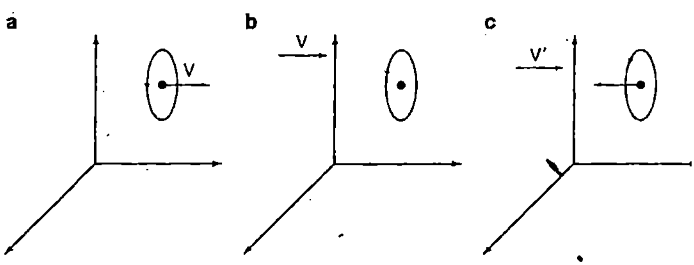
لذلك، لا تحدث صورة المرآة لانحلال بيتا في الطبيعة. ورغم ذلك، لو أنه بجانب أخذ صورة مرآة، كانت الشحنة مقترنة conjugated، أي تم استبدال النواة بنواة مضادة، الإلكترون ببوزترون، والنيوترين المضاد بنيوترين، لا تحدث العملية الناتجة في الطبيعة. أي التكافؤ P فقط غير محفوظ، لكن يتم استعادة التماثل لو أن التكافؤ P والاقتران C يتحدان في عملية اقتران CP. بذلك بشكل فردي، يفشل P و C في أن يكونا تماثلين، لكن التماثل الموحد CP يظل صحيحًا. بمقارنة (٩–٨) و(٩–٩)، يمكن رؤية أن انحلال نيوترون ونيوترون مضاد يرتبط بتحويل CP (انظر أيضًا الشكل ٩–١).

تنتهك النيوترينات، باعتبارها جسيمات بدون كتلة، التكافؤ إلى أقصى حد ممكن. وعلى وجه الدقة (انظر الفصل ١١)، تقترح النتائج الحديثة أن للنيوترينات بالفعل كتلة بالغة الصغر، لذلك يتم أخذ المناقشة التالية، القائمة على النيوترين منعدم الكتلة، كتقريب. في حد الكتلة صفر، يمكن التأكد من أن للنيوترين المضاد مسقط لف موجب في اتجاه كمية الحركة R في أي إطار إسناد (R تعني اتجاه اليمين)، وأن للنيوترين مسقط لف سالب في اتجاه كمية الحركة L.




الشكل ٩-١

تكافؤ عدم الحفظ. تطلق نواة إلكترونًا L له مسقط لف سالب في اتجاه كمية الحركة (مثل لولب اتجاه اليسار) ونيوترين مضاد R له مسقط لف موجب في اتجاه كمية الحركة (كما في لولب اتجاه اليمين). لذلك انحلال بيتا يميز بين اليمين واليسار. وتعطي صورة المرآة (تحت تأثير انعكاس P) إلكترون R ونيوترين مضاد L. بينما لم يتم رصد هذه العملية في الطبيعة، فإن الصورة في مرآة CP يمكن رصدها.




الشكل ٩-٢

(a) إلكترون له سرعة V ومسقط لف في اتجاه كمية الحركة R في نظام إسناد ما.

(b) إلكترون في سكون في نظام متحرك بسرعة V نحو اليمين بالنسبة للإلكترون السابق.

(c) إلكترون له مسقط لف سالب في اتجاه كمية الحركة في نظام يتحرك بسرعة $V' > V$ نحو اليمين.

بالنسبة لجسيم ثقيل مثل الإلكترون، لا يكون مفهوم مسقط اللف في اتجاه كمية الحركة لامتغير نسبويًا، حيث أنه لو كان الإلكترون يتحرك بسرعة V وله مركز لف موجب في اتجاه كمية الحركة (R)، باختيار نظام إسناد يتحرك بسرعة V في نفس الاتجاه مثل الإلكترون، ستتم رؤية الجسيم في حالة سكون. والآن لو أن سرعة نظام الإسناد ارتفعت إلى قيمة $V' \geq V$ في نفس الاتجاه، ستتم رؤية السرعة النسبية للإلكترون على أنها سالبة، ومسقط اللف في اتجاه كمية الحركة الخاص به أيضًا سالب (L) (الشكل ٩-٢). ورغم ذلك، لا يمكن فعل ذلك بدون فرميون بلا كتلة، الذي قد يتحرك بسرعة الضوء، لذلك قد لا يكون هناك نظام إسناد يكون فيه في سكون، ونتيجة لذلك، لا يكون هناك نظام إسناد حيث كمية حركته ومسقط اللف في اتجاه كمية الحركة الخاصب به معكوسين. قد يظهر حينئذ نوع جديد من التماثل، أي اللاتغير في اتجاه اليد chiral invariance، مصحوب بمثل هذه الفرميونات منعدمة الكتلة، التي تظهر بأن لها دائمًا نفس مسقط اللف في اتجاه كمية الحركة. لو كان للنيوترينات (والنيوترينات المضادة) كتلة بالغة الصغر، سوف لن تنتقل بسرعة الضوء، ولكن بسرعات قريبة جدًا منها، وسوف يبقى حفظ مسقط اللف في اتجاه كمية الحركة تقريبي فقط. ورغم ذلك، يجب التأكيد على أن كل عمليات التفاعل الضعيف تخرق التكافؤ، سيان كانت تتضمن نيوترينات أم لا. وسوف نعود لهذه القضية في الفصل ١١.

### ٩-٥ خرق لا تغير CP وT:

تحويل اقتران الشحنة C وتحويل انعكاس المكان، أو التكافؤ، P يتوحد في تحويل CP. وبتطبيق المؤثر CP على جسيم له "يدوية handedness" معينة، نحصل على جسيم مضاد له يدوية عكسية (على سبيل المثال، إلكترون يتجه إلى اليسار بتحويل CP ينتقل إلى بوزترون يتجه إلى اليمين). والتماثل تحت تأثير CP يعني، في واقع الأمر، تماثل بين المادة والمادة المضادة. في ١٩٨٠، حصل على جائزة نوبل فال فيتش Val Fitch (مولود في

١٩٢٣) وجيمس و. كرونين James W. Cronin (مولود في ١٩٣١)، لاكتشافهما المتميز الذي أنجزاه في ١٩٦٤: خرق لا تغير CP في انحلالات معينة.

في ما يتعلق بالتفاعل الضعيف، يكون للميزونات المتعادلة K بعض السمات الخاصة. كلاً من الشحنة الكهربائية والشحنة الباريونية ل $K^0$ و$\bar{K}^0$ يكونان صفرًا.

وهما يختلفان فقط في الغرابة strangeness ‏(S = +1) S ل $K^0$ و S = -1 لـ $\bar{K}^0$). حيث أن الغرابة غير محفوظة في التفاعلات الضعيفة (انظر الفصل ١١ للتفاصيل)، وتعتبر $K^0$ و$\bar{K}^0$ متطابقان بالنسبة لها. وبشكل خاص، يمكن أن تتحول كل منها للآخر.

يمكن تصنيف كل الجسيمات إلى مجموعتين. تتألف مجموعة من جسيمات (مثلاً، بروتون، إلكترون، هايبرونات...إلخ) التي تختلف عن جسيماتها المضادة بأعداد كمية محفوظة بدقة (مثلاً، شحنة كهربائية، شحنة باريونية..إلخ). والمجموعة الثانية تتألف من جسيمات تتطابق مع جسيماتها المضادة أو جنسيات متعادلة حقًا (مثل الفوتون وميزون $\pi^0$). ميزونات $K^0$ المتعادلة تكون على الحدود بين هاتين المجموعتين: $K^0$ و$\bar{K}^0$ يختلفان في الغرابة، لكن هذا الاختلاف ذو صلة بالموضوع بالنسبة للتفاعل الشديد وغير ذي صلة بالموضوع بالنسبة للتفاعل الضعيف. بينما يكون ل$K^0$ و$\bar{K}^0$ غرابة محددة، ليس لهما تكافؤ CP محدد – تحت تأثير تحويلات CP، وتحويلات $K^0$ إلى $\bar{K}^0$ والعكس بالعكس:

$$CP|K^0\rangle = |\bar{K}^0\rangle, \quad CP|\bar{K}^0\rangle = |K^0\rangle. \tag{9.10}$$

تكافؤ CP المحدد يمكن أن يساهم في توحيد ميكانيكي كمي ل $K^0$ و$\bar{K}^0$:

$$|K_1^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle), \quad |K_2^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle). \tag{9.11}$$

تحت تأثير تحويل CP، يتحول $K^0$ إلى $\bar{K}^0$، و$\bar{K}^0$ يتحول إلى $K^0$، بحيث ستتحول الحالة $\langle K_1^0|$ إلى نفسها، بينما $\langle K_2^0|$ ستنعكس إشارتها:

$$CP|K_1^0\rangle = |K_1^0\rangle, \quad CP|K_2^0\rangle = -|K_2^0\rangle. \qquad (9.12)$$

لذلك ل $K_1^0$ تكافؤ CP موجب ول$K_2^0$ سالب، لكن لا $K_1^0$ ولا$K_2^0$ لهما قيمة محددة للغرابة.

لو كان لا تغير CP صحيحًا، قد ينحل ميزون $K_1^0$ فقط إلى ميزونين π، ويكون التكافؤ الإجمالي CP الخاص به موجبًا:

$$K_1^0 \begin{matrix} \nearrow \pi^+ + \pi^- \\ \searrow \pi^0 + \pi^0 \end{matrix} ,$$

بينما ينحل $K_2^0$ فقط إلى ثلاث ميزونات π، تكافؤها CP الإجمالي يكون سالبًا، عندما تكون ميزونات π شبه لا متجهة pseudoscalars:

$$K_2^0 \begin{matrix} \nearrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0 \\ \searrow \pi^0 + \pi^0 + \pi^0 \end{matrix} .$$

وكلا نوعا الانحلال تمت ملاحظتها. عمر ميزون $K_1^0$(0.86 x $10^{-10}$ s) أقصر من عمر ميزون $K_2^0$(5 x $10^{-8}$s). لهذا السبب، $K_1^0$ و $K_2^0$ يُشار إليهما أيضًا كميزون $K^0_S$ قصير العمر وميزون $K^0_L$ طويل العمر، على التوالي.

في غياب لا تغير CP، يمكن لميزون $K^0_L$ أن ينحل أيضًا إلى ميزونين π والميزون $K^0_S$ إلى ثلاثة ميزونات π:

$$K_L^0 \begin{matrix} \nearrow \pi^+ + \pi^- \\ \searrow \pi^0 + \pi^0 \end{matrix} , \qquad K_S^0 \begin{matrix} \nearrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0 \\ \searrow \pi^0 + \pi^0 + \pi^0 \end{matrix} . \qquad (9.13)$$

تتكون تجربة كرونين وفيتش من حقن شعاع $K^0$ نقي في أنبوب فراغ طوله ١٥ م. ويجب أن يكون $K_1^0$ قد انحل في طول ٦ سم، بحيث يكون قد تم كشف $K_2^0$ طويل العمر في نهاية الأنبوب فقط، بانحلاله إلى ثلاثة بيونات. ورغم ذلك، ومما يثير الدهشة، أنه تمت ملاحظة انحلال بيونان أيضًا عند نهاية الأنبوب، مما يشير إلى وجود $K_1^0$. لذلك، حالتا الكتلة الذاتيتين $\langle K_S^0|$ و $\langle K_L^0|$، بعمر محدد، لا يمكن تعيينهما بحالات CP الذاتية $\langle K_L^0|$ و $\langle K_S^0|$، على التوالي، لكنها تمثل بالأحرى تراكب الاثنين:

$$|K_S^0\rangle = \frac{|K_1^0\rangle + \epsilon|K_2^0\rangle}{\sqrt{1+\epsilon^2}}, \quad (9.14)$$

$$|K_L^0\rangle = \frac{|K_2^0\rangle - \epsilon|K_2^0\rangle}{\sqrt{1+\epsilon^2}}. \quad (9.15)$$

هنا، $\epsilon$ بارامتر مركب يشفر مقدار خرق CP.

تأثير خرق CP صغير جدًا، على سبيل المثال، فقط ٠,٢٠ في المائة لكل ميزونات $K_L^0$ تنحــل إلى $\pi^+ + \pi^-$ وتــصل نسبــة احــتمال انحــلال $K_L^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ و $K_S^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ إلى $(3.69 \pm 0.15) \times 10^{-6}$ فقط.

في حالة لا تغير P، يمكن تمثيل جسيم بشكل رمزي باعتباره "مسمار"، وفي حالة لا تغير CP يمكن تخيل جسيم باعتباره "لولب" له اتجاه معين لسن اللولب، وطوله هو نفسه بالنسبة للجسيم والجسيم المضاد، بسبب حقيقة أن الاختلاف النسبي فقط يوجد بينهما تحت تأثير لا تغير CP. ولو تم خرق CP، تساهم "لوالب" مختلفة في الجسيم والجسيم المضاد (كلاً من اتجاه سن اللولب وطوله يكونان مختلفين)، لتمثيل الاختلاف المطلق بين الجسيمات والجسيمات المضادة. ونتيجة لذلك، ستكون احتمالات، مثلاً، انحلالات اللبتونات التالية لميزونات $K_L^0$ مع إنتاج جسيمات وجسيمات مضادة، مختلفة:

$$K_L^0 \begin{matrix} \nearrow \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e \\ \searrow \pi^- + e^+ + \nu_e \end{matrix}, \qquad K_L^0 \begin{matrix} \nearrow \pi^+ + \mu^- + \bar{\nu}_\mu \\ \searrow \pi^- + \mu^+ + \nu_\mu \end{matrix}. \quad (9.16)$$

أي، في حالة كون CP ليست لا متغيرة ستكون احتمالات توليد جسيمات لها شحنة عكسية (أي $e^-$ أو $e^+$، $\mu^-$ أو $\mu^+$) مختلفة (تماثل شحنة). ولقد تمت ملاحظة تماثل شحنة في الانحلالات اللبتونية المشار إليها لميزونات تجريبيًا. وفي ١٩٦٧، استخدم أندريه ساخاروف Andrei Sakharov (١٩٢١-١٩٨٩) حجة خرق CP لتبرير تماثل المادة - المادة المضادة في الكون (سوف نعود إلى هذه النقطة في الفصل ١١).

وبينما يكون قد تم خرق تماثل CP في هذه العمليات، يتضح أن تماثل انعكاس الزمن، T، قد تم خرقه أيضًا، بحيث يكون التماثل الموحد CPT محفوظ. بالفعل، CPT هو تماثل لكل عملية معروفة. كل البحث التجريبي لخرق CPT فشل حتى الآن، لكن البحث مستمر. وفي ١٩٥٤ تمت البرهنة نظريًا على أن تماثل CPT جوهري لنظريات المجال الكمي النسبوي بواسطة جرهارت لودرس Gerhart Luders (١٩٢٠-١٩٩٥)، وبشكل مستقل، بواسطة وولفجانج باولي، وأتى البرهان على فرضية CPT في نظرية المجال الكمي البديهي axiomatic quantum field في ١٩٥٧ بواسطة ريس جوست Res Jost (١٩١٨-١٩٩٠).

## ٩-٦ بعض الأعداد المهمة

طول موجة كمبتون لجسيم له كتلة m هو $\lambda_c = h/mc$. والسلوك الكمي النسبوي، الذي تصفه نظرية المجالات المكممة باعتباره توليد وإبادة جسيمات وجسيمات مضادة، يُظهر نفسه عند مسافات لها هذه القيمة. مقاييس الكتلة في الفيزياء الكمية يتم تمثيلها عادة بطول موجة كومبتون التي تم تخفيضها، والتي يتم تعريفها ب $\lambda\!\!\!^{-}_c = \frac{\hbar}{mc}$. والسبب بسيط، لو نظرنا إليها في وحدات طبيعية ($\hbar = c = 1$): $\lambda\!\!\!^{-}_c = 1/m$. بالنسبة لأي إلكترون يكون طول موجة كمبتون التي تم تخفيضها:

$$\lambda\!\!\!^{-}{}^{e}_{c} = \frac{\hbar}{m_e c} = 3.86 \times 10^{-11} \text{ cm.} \qquad (9.17)$$

وهذا عدد أصغر ١٠٠ مرة من نصف قطر أصغر ذرة، الذي يصل إلى ١٠ $^{-٩}$ سم.

بالنسبة للبروتون، يكون لدينا:

$$\lambda\!\!\!^{-}{}^{p}_{c} = \frac{\hbar}{m_p c} = 0.21 \times 10^{-13} \text{ cm,} \qquad (9.18)$$

وهو ما يصل إلى مقدار الحجم النووي ~ ١ فمتو. وبالنسبة للبيونات يكون لدينا:

$$\lambda_c^{\pi} = \frac{\hbar}{m_{\pi}c} = 1.41 \times 10^{-13}\,\text{cm}, \tag{9.19}$$

عدد يعطي نطاق القوة النووية.

للتفاعلات الضعيفة نطاق أصغر، تقريبًا يصل إلى ١٠ <sup>-١٥</sup> سم. دعنا نقدر كتل الجسيمات التي تتوسط هذا التفاعل:

$$m_W = \frac{\hbar}{c \times 10^{-15}\,\text{cm}} \approx 10^{-22}\,\text{g}, \tag{9.20}$$

وهو أكبر بنحو ١٠٠ مرة من كتلة البروتون. والحرف أسفل الرمز W يرمز إلى متجه البوزونات W، الذي يتوسط انحلال بيتا. نستنتج أنه كلما كان نطاق التفاعل أصغر، كانت كتلة الجسيمات التي تتوسطه أكبر. وبالعكس، كلما كان النطاق أكبر، كانت كتلة الجسيمات التي تتوسط التفاعل أصغر. وحيث أن القوى الكهرومغنطيسية وقوى التجاذب لها نطاق طويل (عادة لانهائي)، يمكن أن نستنتج من العلاقات السابقة أن كتلة الجسيمات المتوسطة (الفوتونات والجرافيتون) يجب أن تكون صفر.

والطاقات المناظرة التي تصحبها هذه الكتل يتم الحصول عليها كثيرًا بالإلكترون فولط (eV) أو مضاعفاتها ($\text{MeV} = 10^6\,\text{eV}$ و $\text{GeV} = 10^9\,\text{eV}$). ويكون لدينا:

$$1\,\text{eV} = 1.6 \times 10^{-12}\,\text{erg}. \tag{9.21}$$

وكتلة البروتون بالوحدات الطبيعية (كان يتم ضربها سابقًا في $c^2$) تكون:

$$M_p = 9.38 \times 10^2\,\text{MeV} \approx 1\,\text{GeV}, \tag{9.22}$$

وبالنسبة للبوزونات التي تتوسط التفاعلات الضعيفة:

$$m_W \approx 80\,\text{GeV}. \tag{9.23}$$

وما يسمى نصف القطر التقليدي للإلكترون يناظر مسافة عندها تكون قيمة الطاقة الكهروستاتيكية هي نفسها مثل طاقة السكون للإلكترون:

$$Mc^2 = e^2/r, \tag{9.24}$$

مما يؤدي إلى:

$$r = e^2/mc^2 \approx 2.82 \times 10^{-13} \text{ cm}. \tag{9.25}$$

مرة أخرى نحصل على مسافات تميز الأبعاد النووية. وهذا يدل على ظواهر جديدة تظهر عند مسافات لها هذه القيمة.

## ٩-٧ موت النجوم:

في ختام هذا الفصل نناقش الظاهرة الكونية التي تجتمع خلالها القوى الأربعة الأساسية في الطبيعة وقاعدة باولي (خلال ما يُطلق عليه ضغط انحلال الفرميون)، أي موت النجوم. ورغم ذلك، تجب الإشارة إلى أنه بعد اجتياز المراحل الأخيرة في التطور النجمي، تظل بقايا النجوم أجرام نشطة جدًا.

داخل النجوم، لا تنتظم المادة على هيئة ذرات وجزيئات: تكون الذرات متأينة تمامًا، والنوى والإلكترونات تتحرك بشكل مستقل، لتشكل بلازما عند درجات حرارة تصل إلى ١٠ ^٧^ — ١٠ ^٩^ كلفن. وعند درجات الحرارة هذه، يمكن أن تحدث تفاعلات حرارية نووية. والتفاعلات الشديدة، والضعيفة والكهرومغنطيسية تجعل التخليق النووي nucleosynthesis للهليوم (وبعض العناصر الأكثر ثقلاً) ممكن من الهيدروجين.

والفرضية المقبولة بشكل عام في الوقت الحالي هي أن كتلة أي نجم تلعب دورًا مهمًا في تطوره. عندما يكون قد حوّل نجم له كتلة أقل من ١٫٤٤ من الكتلة الشمسية كل مخزونه من الهيدروجين إلى هليوم، يصبح قزم أبيض white dwarf، تبعًا للتسمية المعروفة جيدًا. عند لحظة معينة، سوف تبدأ عملية تقلص في قزم أبيض، بسبب القوة الجاذبة. وتتم معادلة هذا التقلص فقط بضغط ناتج عن غاز الإلكترون، وهي ظاهرة كمية تمامًا، ترجع إلى مبدأ باولي. وبسبب درجة حرارته العالية (تقترب من ١٠ ^٧^ كلفن)،

يكون للغاز أيضًا سلوك نسبوي، ببعض تحرك للإلكترونات بسرعات تقترب من c. ورغم أن هناك مساهمة للضغط من النوى، فإن المساهمة الرئيسية تأتي من غاز الإلكترون بالغ الكثافة (تقترب من ١٠^٣٠ سم^-٣). ويعود لمعان مثل هذه النجوم إلى إطلاق طاقة جاذبية في عملية التقلص البطيء.

فقط النجوم ذات الكتلة الأصغر من ١,٤٤ كتلة شمسية يمكن أن تصبح أقزام بيضاء. تنهار الكتل الأكبر. دعنا نلخص إثبات مبنى على الاعتبارات الأولية. افترض أن لدينا N إلكترونات في نجم له نصف قطر R. نتيجة لذلك، تكون كثافته $n \sim N/R^3$، والحجم لكل فرميون $1/n$. يتضمن مبدأ اللايقين بالنسبة للإلكترون $p \sim \hbar n^{1/3}$.

طاقة فيرمي المتنافرة للإلكترونات النسبوية يمكن كتابتها عندئذ مباشرة باعتبارها:

$$E_F = \frac{\hbar c N^{1/3}}{R}. \tag{9.26}$$

ويتم الحصول على مجمل طاقة الجاذبية الجاذبة عمليًا بتفاعل الباريونات (حيث أنها أثقل بكثير من الإلكترونات):

$$E_G = -\frac{GM^2}{R}, \tag{9.27}$$

مع $M = Nm_B$، حيث $m_B$ هي كتلة الباريون، وكون الباريونات هي بروتونات ونيوترونات، ومن المفترض أن عدد النوكليونات يساوي بالتقريب عدد الإلكترونات. شرط أن تكون الطاقة صفر هو $E = NE_F + E_G = 0$، ومن ذلك نحصل على:

$$N_{max} = \left(\frac{\hbar c}{Gm_B^2}\right)^{3/2} \sim 2 \times 10^{57}. \tag{9.28}$$

المعادلة (٩-٢٨) (التي يمكن كتابتها على هيئة $N_{max} \sim (m_p/m_B)^3$، حيث $m_p = \sqrt{\hbar c/G} \sim 10^{-5}$ g هي كتلة بلانك، انظر الفصل ١٠) تتضمن $M_{max} \sim 1.85 M_{\odot}$، حيث $M_{\odot} \sim 1.98 \times 10^{33}$g هي الكتلة الشمسية. نلاحظ أنه، باستثناء بعض

الثوابت العددية التي تعتمد على تركيب النجم، و$N_{max}$ و$M_{max}$ تعتمدان على الثوابت الفيزيائية الأساسية. هذه القيمــةَ ل $M_{max}$ هي تقدير غير مكتمــل للكمية $1.44M_{\odot}$ ، المعروفــة باســـم حــد شاندراسيكـــار، تــكريمًا لسابــراهمانيـــان شاندراسيكـــار Subrahmanyan Chandrasekhar (١٩١٠-١٩٩٥) الذي كان أول من توصل إليها وحصل على جائزة نوبل في الفيزياء* في ١٩٨٣ "لدراساته النظرية حول العمليات الفيزيائية المهمة لبنية وتطور النجوم".

يمكن جعل هذا النقاش أكثر دقة كما يلي. دعنا نرمز ب $p_0$ لضغط غاز الإلكترون المنحل. العمل المبذول لتغيير الحجم بكمية صغيرة dV هو $dW_0 = - p_0 dV$ (حيث $dV = 4\pi R^2 dR$). عند التوازن، يجب أن يساوي ذلك العمل المبذول بالمجال التجاذبي بسبب التغير الصغير dR لنصف قطر النجم، $dW_0 = \eta(GM^2/R^2)dR$ حيث $\eta$، بمقدار الوحدة، تعتمد على الكثافة داخل النجم. وبمساواة التعبيرين عن $dW_0$، نحصل على معادلة يمكن حساب حدين مهمين من خلالها. بتعريف كمية حركة فيرمي باعتبارها $x = p_F/mc$، تكون هذه الحدود هي الحدود غير النسبوية، وبالنسبة لـ $x \ll 1$. تذكر $\lambda_c = \hbar/mc$ هي طول موجة كومبتن الذي تم تقليصه للإلكترون، في الحد غير النسبوي الذي نحصل عيه من معادلة الكتلة – نصف القطر:

$$RM^{1/3} \simeq \frac{3(9\pi)^{2/3}}{40\eta}\frac{\lambda_c m_P^2}{m_B^{2/3}}, \qquad (9.29)$$

أي، تنخفض كتلة القزم الأبيض مع نصف قطرة حيث $M = \text{const.} \times R^{-3}$. في الحالة النسبوية الفائقة، نحصل على معادلة كتلة – نصف قطر أخرى لتوازن النجم:

$$R \simeq \frac{(9\pi)^{1/3}}{2}\left(\frac{M}{m_B}\right)^{1/3}\lambda_c\left[1-\left(\frac{M}{M_0}\right)^{2/3}\right]^{1/2}, \text{where} \quad M_0 = \frac{9}{64}\left(\frac{3\pi}{\eta^3}\right)\frac{m_P^3}{m_B^2}. \qquad (9.30)$$

نرى أن في هذين التعبيرين طول موجة كمبتون للإلكترون، وكتلة الباريون، وكتلة بلانك تلعب دورًا أساسيًا. من المعادلة (٩-٣٠)، نجد أن نجم القزم الأبيض في حالة التوازن يجب أن تكون له كتلة $M < M_0$، حيث $M_0 \sim 10^{33}$ g، وهي نتيجة

مدعمة تمامًا بالملاحظة. لذلك، من (٩-٢٩) و(٩-٣٠) نستنتج أنه في كلا الحالتين ينخفض نصف قطر القزم الأبيض مع كتلته، لكن بالنسبة للأخير، ل $M_0 \geq M$، تتلاشى R أو تصبح عدد تخيلي: وهذا يتضمن أن النجم ليس مستقرًا وقد ينفجر.

يصبح القزم الأبيض كرة كربون ساخنة، وقد تزداد كتلته بالتراكم، مثلاً بالهيدروجين، من نجم مجاور. وتستمر عملية الاندماج وقد ينفجر النجم إلى نوع من السوبرنوفا Ia (متجدد أعظم). ولنجوم السوبرنوفا supernova سطوع أكبر من المجرة بكاملها، وتتشابه في مميزاتها حتى أنه تم اتخاذها "كشموع نموذجية" لتقدير المسافات ما بين المجرات. وحديثًا، دار نقاش حول أن آلية التراكم قد تستطيع إنتاج ٥ في المائة من النوع الذي تتم ملاحظته من السوبرنوفا Ia في بعض المجرات. وأيضًا تم اقتراح أن التصادمات قد تكون آلية مهمة في إنتاج نجوم السوبرنوفا. حيث أن تصادم الأقزام البيضاء قد يكون له نطاق من الكتل، فإن هذا بدوره قد يضعف حجة استخدام انفجار الأقزام البيضاء كشموع نموذجية لتحديد طبيعة الكون.

نجم النيوترون قد يكون النتيجة النهائية بعد حادث انهيار تجاذب لنجم يعاني من حدث من النوع II، أو النوع Ib أو النوع Ic من السوبرنوفا.

يكون لنجم النيوترون النموذجي كتلة نحو ١,٣٥ ونحو ٢,١ كتلة شمسية. بشكل عام، تكون النجوم المدمجة التي تصل كتلها إلى أقل من ١,٤٤ من الكتلة الشمسية أقزام بيضاء. وفوق ٢ إلى ٣ كتلة شمسية، يُعتقد بأن نجم الكوارك قد يتولد، لكن هذا غير مؤكد. ونجوم النيوترون التي لها كتل أقل من ٢-٣ كتلة شمسية تتزن بضغط انحلال كمي للنيوترينات، التي تقاوم انهيار التجاذب. وحد الكتلة لنجوم النيوترون يسمى حد تولمان-أوبينهايمر- فولكوف، وتم الوصول إليه في ١٩٣٩ بواسطة روبرت أوبينهايمر Robert Oppenheimer (١٩٠٤-١٩٦٧) وجورج فولكوف George Volkoff (١٩١٤-٢٠٠٠). بالنسبة لكتل النجم $M > 4M_\odot$ يحدث باستمرار انهيار تجاذبي، مع تكوين ثقب أسود بشكل حتمي.

## ٩-٨ نجوم النيوترون والبلسارات:

في ١٩٦٧، اكتشفت جوسيلين بيل Jocelyn Bell (مولودة في ١٩٤٣) وأنتوني هويش Antony Hewish (مولود في ١٩٢٤) في كمبردج موجات راديو كونية تتكون من نبضات قصيرة، تم إستقبالها على فترات زمنية منتظمة. ولاحقًا، تم اكتشاف مصادر أخرى لإشعاع النبض. وتسمى الأجرام التي ينبعث منها هذه النبضات، البلسارات pulsars، وتبدو أجرامًا ذات أبعاد صغيرة (أقطار نحو ١٠ كم)، تدور حول محاورها بفترات تصل إلى أمد النبضات التي تبثها. وتتغير فترة النبضات من بعض عشرات من المللي‌ثانية حتى بضع ثوان. ويُعتقد أن مثل هذه الأجرام يعود أصلها على وجه الدقة إلى ضغط نواة نجم عندما انفجر في سوبرنوفا. ويتشكل الجرم بالغ الكثافة الناتج من النيوترونات بشكل أساسي، حيث أنه تحت تأثير مثل هذه الظروف من الأكثر تفضيلاً من الناحية الديناميكية الحرارية للإلكترونات، والبروتونات، والنيوترينات تشكيل نيوترونات بواسطة التفاعل الضعيف. ويكون لنجم النيوترون كثافة تماثل النواة الذرية، أي تصل إلى $10^{11}$ كج/سم$^{3}$. وحصل أنتوني هويش على جائزة نوبل في الفيزياء في ١٩٧٤ "لدوره الحاسم في اكتشاف البلسارات".

يصاحب نجم النيوترون عادة مجال مغناطيسي قوي، قد يكون أقوى بمليارات المرات من المجال المغنطيسي للأرض، وقد يسارع تيارات من الإلكترونات تنطلق من النجم. تبث الإلكترونات المتسارعة إشعاعًا بترددات متنوعة (موجات راديوية، ضوء مرئي، أشعة سينية)، لكن بعد المرور بمراحل متعددة من تطور السوبرنوفا، تتكون بقايا الإشعاع بشكل أساسي من موجات راديوية.

السرعة الزاوية الهائلة لنجوم النيوترون، وربما أيضًا المجال الكهربائي بالغ القوة، يعودان إلى حقيقة أنه، عند ضغطه، يحفظ النجم كمية حركته الزاوية، وبذلك يزيد من سرعته الزاوية. وهذا يشبه متزلج يدور بذراعيه مبسوطين، ثم يطويهما إلى الداخل لزيادة سرعته الزاوية. والتدفق المغنطيسي محفوظ أيضًا، وكثافة المجال تزداد من ثم إلى حدٍ كبير.

وطاقة دوران نجم نيوترون له أمد ١٠ ملليثانية وكتلة بنفس مقدار الشمس، يماثل الطاقة التي تنبعث من نجم خلال مجمل حياته.

في ١٠٥٤، ظهر سوبرنوفا في كوكبة الثور Taurus، وسجله علماء فلك عرب وصينيون ويابانيون، والآن في مكانها نلاحظ كتلة ساطعة لغاز متمدد. وهذا معروف بكوكبة السرطان Crab Nebula. في جزئها المركزي، تم اكتشاف بلسار بأمد دوران ٣٠ ملليثانية تقريبًا وقطر نحو ٣٠ كم.

يفسر هذا الاكتشاف والأرصاد الأخرى فرضية أن البلسارات نجوم نيوترون بسرعة زاوية لف هائلة. أمد الدوران للبلسار في كوكبة السرطان انخفض بجزء من ٢٤٠٠ سنويًا. والنقص المناظر في الطاقة الدورانية كاف لتفسير الطاقة المنبعثة بالكوكبة كلها.

طاقة الدوران لكتلة شمسية واحدة $M_\odot$ مركزة في نصف قطر $r \simeq 10$ km $(= 10^6$ cm$)$، ولها تردد زاوي يصل إلى $\omega = 200$ rad/s، وهو $E_r \simeq mr^2\omega^2 \simeq 10^{50}$ erg. لو تمت مقارنة ذلك مع طاقة السكون $E_T = M_\odot c^2 \simeq 10^{54}$ erg، نرى أن $E_r \simeq 10^{-4} E_T$. وهذا حقًا جزء مهم من طاقة السكون. وفي السنوات الحالية تم اكتشاف بلسارات مع كواكب مصاحبة. مثال لذلك PSR B1257 + 12، مع جرمين أكثر كثافة بكثير من الأرض يدوران حوله، وجرم ثالث أصغر بكثير، مثل القمر. لا بد أن لهذه الكواكب تركيب كيميائي مختلف جدًا عن الكواكب في مجموعتنا الشمسية، معرضة مثلها لريح إشعاع يتدفق من البلسار.

1. T.D. Lee, *Particle Physics and Introduction to Field Theory* (Harwood Academic Publishers, New York, 1991). A unified presentation of particle physics at an advanced level
2. S.L. Shapiro, S.A. Teukolsky, *Black holes, white dwarfs, and neutron stars: the physics of compact objects* (Wiley, New York, 1983). A comprehensive treatise on modern astrophysics
3. L.D. Landau, E.M. Lifshitz, *Statistical Physics*, 3rd edn. (Pergamon, London, 1981). This book contains an illuminating presentation of the thermodynamics of dense matter
4. R.K. Pathria, *Statistical Mechanics*, 2nd edn. (Elsevier, Oxford, 2006). The statistical equilibrium of white dwarf stars is very clearly discussed in this book

# الفصل العاشر

# النسبية العامة وعلم الكون

تُعتبر نظرية النسبية العامة تحفة ألبرت أينشتاين في الفيزياء النظرية. بعكس النسبية الخاصة، حيث كان يعمل بها بالتوازي علماء مثل هندريك لورنتز وهنري بوانكريه، تحثهم المشاكل الفيزيائية غير المحلولة التي كانت موجودة في بداية القرن العشرين (مثلاً، الحركة بالنسبة للأثير والنتيجة السلبية لتجربة مايكلسون - مورلي)، ولم يكن هناك مثل هذا الحافز بالنسبة للنسبية العامة. وباستثناء شذوذ في تقدم مدار عطارد، لم تُظهر نظرية نيوتن عن الجاذبية أعراض الزوال التدريجي.

أنشأ أينشتاين نظرية النسبية العامة في شكل استدلالي تمامًا، مستخدما كمسلمات أساسية مبادئ تغاير الموافق والتكافؤ. وكانت أداة رياضية مناسبة قد تم ابتكارها في وقت قريب، بفضل أعمال عالم الرياضيات الإيطالي جريجوريو ريتشي-كارباسترو Gregorio Ricci-Curbastro (١٨٥٣-١٩٢٥) وتاليو ليفي - سيفيتا Tullio Levi-Civita (١٨٧٣-١٩٤١)، اللذان طورا ما يُطلق عليه حساب التفاضل المطلق. تعرف أينشتاين على الجوانب الشكلية في الهندسة غير الإقليدية بواسطة صديقه، عالم الرياضيات مارسيل جروسمان Marcel Grossmann (١٨٧٨-١٩٣٦).

في صيف ١٩١٥، تلقى أينشتاين دعوة من دافيد هيلبرت David Hilbert (١٨٦٢-١٩٤٣)، وهو عالم رياضيات بارز، لزيارة جوتنجين لإلقاء محاضرة حول عمله في نظرية الجاذبية. وفي نوفمبر ١٩١٥، وبشكل مستقل، قدم أينشتاين وهيلبرت معادلات المجال التجاذبي، التي استنتجها هيلبرت بمبدأ تبدلي.

M. Chaichian et al., Basic Concepts in Physics, Undergraduate Lecture Notes in Physics, DOI 10.1007/978-3-642-19598-3_10,

لذلك ، يسمى تأثير المجال التجاذبي عادة تأثير أينشتاين- هيلبرت. ورغم ذلك، تم تطوير مخطط النسبية العامة بواسطة أينشتاين، ومن ثم تكون النظرية الجديدة للجاذبية هي النسبية العامة لأينشتاين.

تمّ نشر النسخة الأخيرة من النظرية بواسطة أينشتاين في ١٩١٦. وتم الحصول على أغلب الإثباتات الأكثر إثارة في ١٩١٩، عندما رصد أرثر إدنجتون Arthur Eddington (١٨٨٢-١٩٤٤) مع فريق انحناء الضوء من نجم بعيد وهو يمر بالقرب من الشمس خلال كسوف للشمس. تم إثبات ذلك مع تنبؤات أخرى للنسبية العامة في ما بعد في تجارب متعددة، مما جعلها أداة أساسية في الأبحاث الكونية.

## ١٠-١ مبدأ التكافؤ والنسبية العامة:

من المألوف التمييز بين شكلين لمبدأ التكافؤ، ويُشار إليهما باعتبارهما الضعيف والقوى. المبدأ الضعيف للتكافؤ يؤسس التساوي بين كتلتي القصور الذاتي والتجاذب. كتلة القصور الذاتي $m_i$، لجسم هي معامل التسارع a في القانون الثاني لنيوتن:

$$\mathbf{F} = m_i\, \mathbf{a}. \qquad (10.1)$$

وكتلة التجاذب لنفس الجسم، على سبيل المثال، في تفاعله مع الأرض، هي تلك التي تظهر في التعبير عن قوة تجاذب الجاذبية، أي:

$$\mathbf{F} = -\frac{GMm_g}{r^2}\mathbf{r}_0, \qquad (10.2)$$

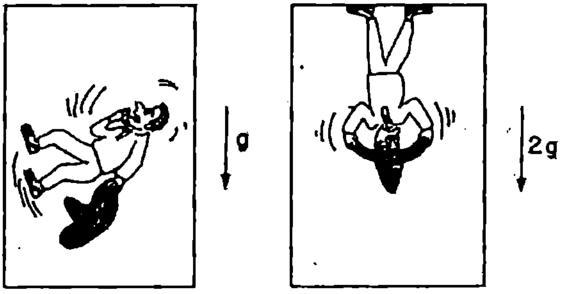
بين، مثلاً، الأرض، ولها الكتلة M، والجسم المعني، وله كتلة $m_g$. ووحدة المتجه $\mathbf{r}_0$ تكون عبر الخط الواصل بين الجسم ومركز الأرض. لدينا تكافؤ بين هاتين الكتلتين مُعبر عنه بواسطة التساوي $m_i = m_g$. وبالتالي، التسارع نتيجة الجاذبية هو نفسه لكل الأجسام، لو تم إهمال مقاومة الهواء.

تخيل مصعد يسقط بشكل حر. سيشعر الملاحظ في داخله بانعدام الوزن. لو كان لدى الملاحظ كرة وتركها تتحرك، بدون دفعها بأية طريقة، سوف تثبت في الهواء، وتسقط مع النظام. عندما يسقط بشكل حر تحت تأثير الجاذبية، فإن كل شيء يحدث بالنسبة للملاحظ كما لو أن الجاذبية كانت صفرًا داخل المصعد. بالنسبة لملاحظ داخل قمر اصطناعي، ينتج عن ذلك تأثير الشعور بانعدام الوزن.

بالعودة إلى المصعد، لو قمنا بتسريعه، بمضاعفة التسارع الناتج عن جاذبية الأرض، سوف يشعر ملاحظنا بالوزن في الاتجاه المعاكس، أي، سوف يشعر بأنه منجذب نحو السقف، كما لو أن هناك مجال تجاذبي في هذا الاتجاه. نرى بهذه الطريقة أن أي نظام متسارع ومجال تجاذبي ينتجان تأثيرين متشابهين، أو بعبارة أخرى، الحركة في نظام متسارع تتكافأ مع الحركة الناتجة عن مجال تجاذبي (الشكل ١٠-١).

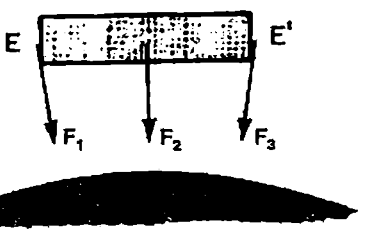
ورغم ذلك، لو أنه كان على المصعد أن يصعد بتسارع ما g'، سوف يعاني الملاحظ ذو الكتلة m من زيادة في الوزن بكمية mg'. أي، قد يبدو كما لو أن هناك زيادة في المجال التجاذبي للأرض، وأن وزن الملاحظ قد أصبح الآن m(g + g')، بدلاً عن mg. في الختام، يوجد تكافؤ محلي (أي، في منطقة صغيرة من المكان) بين إطار إسناد متسارع ومجال تجاذبي.

مبدأ التكافؤ القوي يثبت أنه في كل مجال تجاذبي، يتحول مصعد يسقط بحرية محليًا إلى نظام حيث قوانين الفيزياء تكون هي نفسها مثلها في النسبية الخاصة، أي، نظام قصور ذاتي. والحالة هي نفسها بالنسبة لقمر اصطناعي، حيث ينتج فيه تأثيرات انعدام الوزن باعتبارها نتيجة لسقوط القمر بشكل متواصل نحو الأرض وهو يدور حول مداره (كما أوضحنا في الفصل ١، المدارات الأقرب تنتج عن الجمع بين تأثير هذا السقوط الحر والسرعة المماسية الكبيرة بما يكفي).




الشكل ١٠-١

بالنسبة للملاحظ داخل مصعد يسقط حرًا تحت تأثير الجاذبية، يتم إلغاء قوة مجال التجاذب المؤثر عليه، ويشعر كما لو أنه يطفو أو أنه منعدم الوزن. لو تم تسريع المصعد بضعف التسارع الناتج عن الجاذبية، يشعر الملاحظ في الداخل بقوة تساوي جاذبية الأرض تؤثر عليه، لكنها موجهة نحو سقف المصعد.




الشكل ١٠-٢

بالنسبة لمصعد كبير جدًا يسقط بشكل حر، لا تكون القوى F1 وF2 وF3 متوازية، لذلك يميل المصعد لاتخاذ شكل قوس.

لذلك يمكن معالجة كلاً من سقوط مصعد وقمر اصطناعي باعتبارهما نظامي قصور ذاتي، لو كانت الأبعاد صغيرة (بالضبط، شبه نقطة). بنفس الطريقة يمكن اعتبار الأرض كما لو كانت نظام قصور ذاتي بالنسبة للشمس لو تم اعتبار أبعادها صغيرة إلى حد إهمالها. في حالة الأرض، تسبب حقيقة أنها لا تشبه النقطة قوى المد والجزر بسبب التجاذب الشمسي (هناك أيضًا قوى مد وجزر بسبب القمر). وتعتبر الكتلتين الجوية والمحيطية أكثر حساسية بالنسبة لقوى المد والجزر.

من السهل فهم أصل قوى المد والجزر لو وضعنا في اعتبارنا مصعد ضخم إلى أقصى درجة (الشكل ١٠-٢). يتحرك مركز كتلته M بتسارع بسبب الجاذبية، ويسقط بحرية. لكن القوى المبذولة على الطرفين E وE' ليستا موازيتين لتلك التي تؤثر على M، حيث أنه، بسبب انحناء سطح الأرض، تتجه F1 وF2 وF3 نحو مركز الأرض، لذلك يميل المصعد لاتخاذ شكل قوس. بالمثل، المسار الذي تتبعه الأرض في حركتها حول الشمس (بدون أن نضع في اعتبارنا تأثير القمر) يناظر كتلة شبه نقطة موجودة عند مركز كتلة الأرض. ويسلك مركز الكتلة مثل جسم يسقط بشكل حر خلال حركته. ولكن بسبب انبساط الأرض، لا تتبع النقاط البعيدة عن مركز الكتلة بشكل بالغ الدقة حركة السقوط- الحر. والنتيجة أن قوة متبقية صغيرة تؤثر عليها بواسطة الشمس، وتكون النتيجة المد والجزر. ورغم ذلك، يجب التأكيد على أن أغلب حالات المد والجزر الجديرة بالذكر تنتج بواسطة القمر، ولها أصل مماثل. بالنسبة للأقمار الاصطناعية، تكون تأثيرات المد والجزر هذه صغيرة جدًا، ويمكن إهمالها في أول تقريب. بذلك يمكن اعتبار أن القمر الاصطناعي يحقق شرط مبدأ التكافؤ: بالنسبة للملاحظين داخله، حيث يتلاشى مجال التجاذب الخاص بالأرض.

## ١٠-٢ المجال التجاذبي والهندسة:

يكون جهد المجال التجاذبي بالقرب من سطح الأرض:

$$V(r) = -\frac{GM}{r}, \tag{10.3}$$

حيث r نصف قطر الأرض، G ثابت الجاذبية، وM كتلة الأرض.

تخيل الآن تجربة جيدانكين التالية: افترض أنه عند ارتفاع l بالنسبة لنظام إسناد ما على سطح الأرض لدينا إلكترون وبوزترون في حالة سكون. كتلة كل منهما m. طاقة الوضع لجسيمين عند هذا الارتفاع، بوضع $r \gg l$، تكون:

$$E = -\frac{2mGM}{r+l} = -\frac{2mGM}{r}\frac{1}{1+\frac{l}{r}} \approx 2mV\left(1-\frac{l}{r}\right) = 2m(V+\Delta V), \quad (10.4)$$

حيث $\Delta V = GMl/r^2$. لو سقط الجسيمان الآن على سطح الأرض، تنخفض طاقة الوضع الخاصة بهما إلى 2mV، وسوف تساوي طاقتهما الحركية $2m\Delta V$. والآن إذا فنى الإلكترون والبوزترون لإنتاج فوتونين لهما تردد زاوي ω، يتم تحقق المعادلة التالية:

$$2\hbar\omega = 2mc^2 + 2m\Delta V. \quad (10.5)$$

أي، سوف تساوي طاقة الفوتونان مجموع طاقة السكون للإلكترون والبوزترون، إضافة إلى طاقتهما الحركية. نفترض أن سرعة هذه الجسيمات ليست كبيرة جدًا، بحيث يمكننا استخدام التقريب:

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \approx mc^2 + \frac{1}{2}mv^2,$$

حيث $\frac{1}{2}mv^2 = m\Delta V$ والآن، بواسطة مرآة مناسبة، دع الفوتونين ينعكسان إلى أعلى حتى مستوى الارتفاع الأولي l. عند هذا الارتفاع l، دع الفوتونين يبثان زوج إلكترون – بوزترون من جديد. سيكون الزوج في حالة سكون، وإلا سيكون هناك كسب للطاقة في العملية الدورية، ليتضمن احتمال إنشاء محرك أبدي من النوع الثاني.

يختلف التردد 'ω للفوتونين عند الارتفاع l عن التردد ω عند مستوى سطح الأرض، وعليه أن يحقق:

$$2\hbar\omega' = 2mc^2. \quad (10.6)$$

بمقارنة (١٠-٥) ب (١٠-٦)، نستنتج أن:

$$\frac{\omega-\omega'}{\omega'} = \frac{\Delta V}{c^2}. \quad (10.7)$$

هكذا يتغير تردد الإشعاع في المجال التجاذبي. حيث أن $\Delta V$ تكون موجبة في حالتنا، تتضمن (١٠-٧) أن الإشعاع المنبعث بعيدًا عن سطح الأرض له تردد يتلاشى بكمية:

$$\Delta\omega = \omega - \omega' = \frac{\Delta V}{c^2}\omega, \qquad (10.8)$$

حيث أنه عند كتابة المتساوية الثانية نكون قد افترضنا أن $\omega$ و$\omega'$ أكبر بكثير من اختلافهما.

افترض أن مصدر على الأرض يبث إشعاعًا عند تردد ما. سوف يقيس ملاحظ عند ارتفاع ما تردد ما أقل، أي، انحراف نحو الأحمر. تم قياس هذه الظاهرة لأول مرة بواسطة عالما الفيزياء الأمريكيان روبرت باوند Robert Pound وجلين ريبكا Glen Rebka في ١٩٦٠، باستخدام مصدر أشعة $\gamma$ وظاهرة موسبوير Mossbauer effect. ووصل ذلك مع تجارب أخرى إلى دقة ٧ x ١٠⁻⁵. وفي ٢٠١٠، تم الإبلاغ عن قياس أكثر دقة بكثير للانحراف الأحمر التجاذبي القائم على التداخل الكمي لموجات مادة في إطار دقة تصل إلى ٧ x ١٠⁻⁹ بواسطة ه. مولر، وأ. بيترس و س. شاو.

دعنا الآن نفحص الظاهرة من وجهة نظر الموجة. لو أن التردد يتغير في المجال التجاذبي، يجب أن يكون سبب ذلك هو تمدد الزمن. بالفعل، لو تم إرسال سلسلة موجات train of waves من سطح الأرض، تحتوي على n تذبذبات كاملة خلال الزمن $T_1$، تكون العلاقة بين التردد الزاوي والفترة الزمنية $T_1$، هي:

$$T_1 = 2\pi n/\omega. \qquad (10.9)$$

التردد الزاوي لنفس سلسلة الموجات عند الارتفاع ι يمكن قياسه بقسمة n على دوام السلسلة. والرقم الذي يتم الحصول عليه، $\omega'$، يختلف عن $\omega$، وهذا يعني أن الفترة الزمنية $T_2$ المناظرة لتذبذبات n هي:

$$T_2 = 2\pi n/\omega'. \qquad (10.10)$$

من (١٠-٨) و(١٠-٩) و(١٠-١٠)، نجد أن:

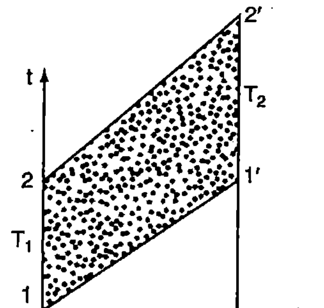
$$\frac{T_2 - T_1}{T_1} = \frac{\Delta V}{c^2}. \qquad (10.11)$$

أي، ساعة عند الارتفاع ι تقيس دوام السلسلة بفترة زمنية أطول من ساعة موجودة على سطح الأرض، و $T_2 = (1 + \Delta V/c^2)\, T_1$.

الساعة على الأرض تعمل بمزيد من البطء عن ساعة أخرى موضوعة عند ارتفاع ما فوق سطح الأرض. وبشكل عام، أية ساعة موجودة في مجال تجاذبي تعمل أبطأ من ساعة أخرى موجودة حيث المجال صفر.

دعنا نرسم صورة حيث نضع علامة على المحور الأفقي x تحدد الارتفاع فوق الأرض وعلى المحور الرأسي الزمن t (الشكل ١٠-٣). الحدث الذي يأخذ علامة 1 يناظر أصل سلسلة الموجة كما تم قياسها بواسطة ملاحظ على الأرض. والحدث '1 يناظر أصل السلسلة كما تم قياسها بملاحظ ثاني موجود عند ارتفاع ι. بالمثل النقطة 2 تحدد نهاية سلسلة الموجة كما تم قياسها بملاحظ أرضي، و'2 لنفس الحدث كما تم قياسه بواسطة الملاحظ الثاني. والخطين '11 و'22 هما المخططان التوضيحيان لانتشار أصل ونهاية سلسلة الموجة في الزمكان. لكن كما رأينا، يكون دوام السلسلة، باعتباره الجزئين $T_1 = 12$ و $T_2 = 1'2'$، مختلفًا بالنسبة للملاحظين:

$$T_2 > T_1. \qquad (10.12)$$




الشكل ١٠-٣

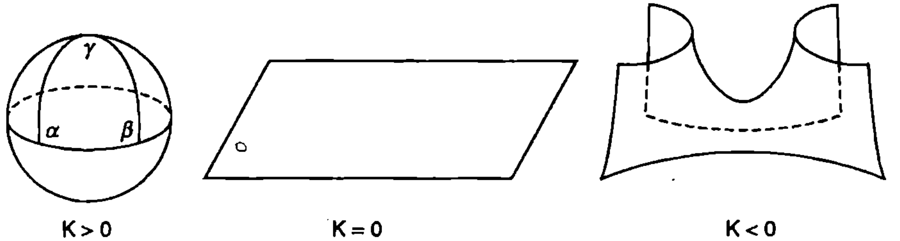
الرسم التوضيحي لزمكان انتشار سلسلة موجة في مجال تجاذبي للأرض من سطحها حتى ارتفاع ما ι. يختلف دوام سلسلة الموجة بالنسبة لملاحظين موجودين عند النقطتين.

من جانب آخر، يجب أن يكون الخطين '11 و'22 متوازيين، حيث أنهما يناظران نفس الظاهرة (انتشار الإشارة) في مجال تجاذبي ستاتيكي (لا يتغير مع الزمن)، ويختلفان فقط في أنهما تم قياسهما بملاحظين مختلفين.

لكن الشكل '11'22 ليس متوازي أضلاع. والحل الوحيد لهذا التناقض هو أنه، في وجود مجال تجاذبي، يكون الزمكان منحنيًا. ولذلك، بدلاً عن أخذ محورين x وt على السطح المستوى، يجب أخذهما على سطح منحنى. لذلك، بإعادة تعريف شرط التوازي على السطح، يمكن جعل الخطين '11 و'22 يحققاه على هذا السطح.

إحدى النتائج الأساسية للنظرية النسبية العامة هي أن تأثير مجال تجاذبي يتم وصفه بانحناء الزمكان. دعنا نقارن سطح مستوى وسطح منحني مثل سطح كرة. ضع علامة لنقطتين في السطح المستوى. تثبت الهندسة أن الجيوديسي أو أقصر مسافة بين هاتين النقطتين هو جزء من خط مستقيم يصل بينهما. في هندسة السطح المستوى، تكون الجيوديسيات خطوط مستقيمة تمتد عبر كل المستوى نحو اللانهاية. وتحدد ثلاث نقاط ليست مصطفة مثلث، ومجموع زواياه الداخلية ١٨٠ درجة. بعبارة أخرى، يمكننا القول بأن السطح المستوي هو مكان إقليدسي له بعدين.

اعتبار نفس المشكلة على سطح الكرة يؤدي إلى استنتاج أن الجيوديسيات أقواس دوائر عظمى (الدائرة العظمى على سطح كروي هي دائرة يتطابق مركزها مع مركز الكرة). على الكرة، تكون الجيوديسيات محددة المدى، كذلك المساحة الكلية للكرة. ويضاف إلى ذلك، يكون للمثلث على السطح الكروي خاصية أن مجموعة الزوايا الداخلية أكبر من ١٨٠ درجة. والسطح الكروي مثال للمكان غير الإقليدسي في بعدين.




الشكل ١٠-٤

كرة لها انحناء موجب، وللسطح المستوى انحناء صفر، والسطح على شكل سرج له انحناء سالب.

لو أن α وβ وγ هي الزوايا الداخلية لمثلث كروي، وA مساحة هذا المثلث، وR نصف قطر الكرة، يكون لدينا العلاقة:

$$\frac{A}{R^2} = \alpha + \beta + \gamma - \pi. \qquad (10.13)$$

إذا حافظنا على A ثابتة وتميل R إلى اللانهاية، تعطي (١٠-١٣) الحد السطحي:

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi. \qquad (10.14)$$

من جانب آخر، من (١٠-١٣)، يمكن تعريف مقلوب مربع نصف قطر الكرة، $K = 1/R^2$، بواسطة:

$$K = \frac{\alpha + \beta + \gamma - \pi}{A}. \qquad (10.15)$$

لو أن المساحة A تميل إلى الصفر في التعبير (١٠-١٥)، يسمح التعبير الناتج لنا بتعريف الانحناء في ما يجاور أي نقطة على السطح كما يلي:

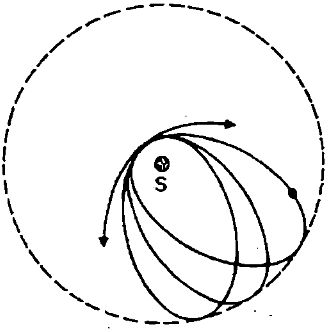
$$K = \lim_{A\to 0} \frac{\alpha + \beta + \gamma - \pi}{A}, \qquad (10.16)$$

أي، ما يزيد عن π من مجموع الزوايا الداخلية لمثلث ما مقسوم على مساحة هذا المثلث، في حد المساحة التي تقترب من الصفر.

عند نقطة معينة يمكن للانحناء أن يكون موجبًا، أو صفر، أو سالبًا. على سبيل المثال، K موجب في كل مكان في حالة كرة، وصفر في حالة السطح المستوي، وسالب على سطح على هيئة سرج (الشكل ١٠-٤).

يقترح حدسنا أن المكان الفيزيائي في الأبعاد الثلاثة له خواص هندسية ناتجة عن تعميم سطح مستوي بإضافة بعدٍ آخر إضافي للحصول على مكان إقليدسي ذي ثلاثة أبعاد. في هذه الحالة، لو بدأنا من نقطة وتحركنا عبر جيوديسي، أي في خط مستقيم، نبتعد عن نقطة البداية نحو اللانهاية.

بالعكس، لو أن مكاننا الفيزيائي ذو الأبعاد الثلاثة له خواص هندسية ناتجة عن تعميم سطح كروي إلى ثلاثة أبعاد، ستكون الجيوديسيات منحنيات مغلقة. بالعكس، لو أن هندسة المكان كانت من نوع السرج (انحناء سالب)، لن تكون الجيوديسيات منحنيات مغلقة، ولكن منحنيات مفتوحة، وقد تمتد إلى اللانهاية.




الشكل ١٠-٥

المسارات الحقيقية للكوكب حول الشمس أشكال إهليلجية مبادرة **precessing ellipses**، وينتج عن ذلك منحنيات على هيئة حليات على شكل وردة. وظاهرة المبادرة **precession** هذه صغيرة جدًا، وتكون ملحوظة أكثر في حالة عطارد نظرًا لقربه من الشمس.

تبعًا للنسبية العامة، تصف الكواكب، في حركتها المدارية حول الشمس، جيوديسيات في زمكان منحني رباعي الأبعاد، والذي تشوهه كتلة الشمس. إضافة إلى ذلك، عندما تمر أشعة الضوء المنبعثة من نجم بعيد بالقرب من الشمس، فإنها تتبع منحنى جيوديسي ولذلك تنحرف عن مسار الخط المستقيم. بالتعريف $b = cL/E$، حيث $L$ كمية الحركة الزاوية للشعاع و$E$ طاقته، والزاوية التي تمت إزاحتها نحصل عليها بالتقريب من:

$$\delta\phi = 4GM_{\odot}/bc^2,$$

حيث $M_{\odot}$ هي كتلة الشمس. لاحظ أن b لها بعد الطول.

بالفعل، تبعًا لميكانيكا نيوتن التقليدية والنسبية الخاصة، بعض انحرافات أشعة الضوء يمكن توقعها بالقرب من الكتل الشمسية الكبيرة، وليس من الصعب حساب هذه الظاهرة، والتي تم الإشارة إليها أيضًا في الجزء ١-٥-٣. لكن النسبية العامة تتنبأ بنتيجة أكبر بمقدار الضعف، وتم إثبات ذلك بواسطة أرصاد أنجزها لاحقًا إدنجتون وراصدون آخرون. ويمكن تفسير مضاعفة الانحراف فقط في إطار النسبية العامة، كنتيجة لانحناء المكان. وهي موجودة من حل معادلة حركة شعاع ضوء (ما يسمى معادلة إيكونال eikonal) ( إيكونال كلمة ألمانية الأصل ومعناها في اليونانية القديمة صورة – المترجم) في مجال تجاذبي متماثل مركزيًا.

المنحنيات الجيوديسية التي ترسمها الكواكب تبعًا للنسبية العامة ليست إهليلجية (كما تنبأت بها ميكانيكا نيوتن)، لكنها منحنيات أكثر تعقدًا على هيئة إهليلجات تقريبًا محاورها الرئيسية تبادر precess حول بؤرتها (الشكل ١٠-٥). كانت ظاهرة شاذة من هذا النوع معروفة منذ القرن التاسع عشر في مدار عطارد. ومبادرة الاعتدالين precession لحضيض عطارد (نقطة أقرب دنو من الشمس على المدار) هي "574 (قوس-ثواني) لكل قرن. وأربطة التجاذب للكواكب الأخرى، التي تم حسابها بواسطة نظرية نيوتن، يمكن أن تفسر مبادرة اعتدالين بنحو "531. وأصل مثل هذا الاختلاف لم يكن معروفًا. والحسابات التي أجراها أينشتاين في ١٩١٥ في إطار النسبية العامة قدمت كمية إضافية بمقدار "43 +، في اتفاق تام مع البيانات التي تمت ملاحظتها. تلك كانت أول حقيقة رصدية تم تفسيرها بواسطة النسبية العامة. والظاهرة ملحوظة أكثر في مدار عطارد نظرًا للاختلاف المركزي العالي له، واقترابه من الشمس، لكن الكواكب الأخرى تُظهرها بكميات أصغر. بشكل خاص، بالنسبة للأرض، هذه الظاهرة نحو "3.84 كل قرن.

من المثير للاهتمام ملاحظة أنه، تبعًا للنسبية العامة، يكون جسم متحرك بسرعة ما v في مجال تجاذبي تحت تأثير قوتين: واحدة تناظر الجذب التجاذبي لميكانيكا نيوتن، والأخرى عمودية على سرعتها. ولذلك تشابه قريب مع الحالة الكهرومغنطيسية، حيث

الجسيم المشحون في حالة الحركة يعاني من تأثير قوة لورنتز، مع مركبتين: القوة الكهربائية، مستقلة عن سرعة الجسيم، والقوة المغنطيسية، العمودية على سرعته. والقوة الإضافية الناتجة عن المجال التجاذبي والمؤثرة على جسيم متحرك في ذلك المجال تشبه القوة المغنطيسية. وهذه القوة التجاذبية الثانية ليست مهمة جدًا بالنسبة للسرعات المنخفضة حيث أنه، كما في الحالة المغنطيسية، الحد الذي يصفها يحتوي على العامل V/c.

تبعًا لمبدأ التكافؤ، تناظر هذه القوة الثانية للجاذبية بشكل أكثر دقة قوة كوريوليس Coriolis force، وهو ما يظهر في نظام دوران (غير قصوري) للإسناد كقوة متعامدة مع سرعة الجسيم المتحرك في هذا النظام.

تتنبأ النسبية العامة أيضًا بأن الأجسام الدورانية الضخمة "تجر" الزمكان جوارها. هذه الظاهرة تم استنتاجها من النسبية العامة بواسطة جوزيف لينس Josef Lense (١٨٩٠-١٩٨٥) وهانس ثيرينج Hans Thirring (١٨٨٨-١٩٧٦)، وهي معروفة أيضًا باسم ظاهرة لينس-ثيرينج.

## ١٠-٣ الترابط التآلفي والكمية الممتدة المترية:

لقد رأينا في الفصل ٥ كيفية استخدام مفهوم الفترة interval لوصف المسافة بين حدثين في الزمكان. يظل هذا المفهوم صحيحًا في النسبية العامة، وفي الحقيقة يبدأ كل الصياغة الرياضية لهذه النظرية من التعبير عن الفترة بالغة الصغر بين حدثين. في النسبية الخاصة، لو كان لحدثين A وB إحداثي زمكان A = (x, y, z, ct) و B = (x, + dx, y + dy, z + dz, ct + cdt). سيكون للفترة الهيئة التالية:

$$ds_{AB}^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \qquad (10.17)$$

لاحـظ أن معامـلات التربيعـات لتفاضـلات الإحداثيات هي أرقام ثابتـة (1, -1, -1, -1). وعادة تتم الإشارة إلى (١٠-١٧) باعتبارها تعبير عن فترة في

الزمكان المسطح، وتتم تسمية مجموعة الأرقام الأربعة (1-, 1-, 1-, 1) مترية مينكوفسكي. مع الرموز الواردة في الجزء ٥-٨، في حالة النسبية العامة، يكون للفترة بين الحدثين A وB الشكل العام:

$$ds^2_{AB} = g_{00}dx_0^2+g_{11}dx_1^2+g_{22}dx_2^2+g_{33}dx_3^2+2g_{12}dx_1dx_2+2g_{23}dx_2dx_3+\cdots, \quad (10.18)$$

مع معاملات عشر عامة مستقلة عن الزمكان $g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}(x)$، حيث $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$، وب x نرمز إلى المتجه الرباعي للزمكان $x^\mu$. في مجالات التجاذب الضعيفة تقترب $g_{\mu\nu}$ من قيمها النسبوية الخاصة، أي، مترية مينكوفسكي. وتشكل الكميات $g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}(x)$ هوية رياضية، الكمية الممتدة المترية للزمكان. تذكر أن الكمية الممتدة هي شيء يتحول كحاصل ضرب متجهات. وتكون الكمية الممتدة المترية متماثلة، أي $g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}$.

نتيجة لانحناء الزمكان، تكون نظم الإحداثيات منحنية الخطوط ملائمة أكثر. تذكر أيضًا أن الكميات مخالفة التغير، التي تتحول مثل تفاضلات إحداثي $dx^\mu = (dx^0, dx^1, dx^2, dx^3)$ والكميات موافقة التغير، التي تتحول مثل التفاضلات الجزئية $\left(\frac{\partial}{\partial x^0}, \frac{\partial}{\partial x^1}, \frac{\partial}{\partial x^2}, \frac{\partial}{\partial x^3}\right) = \frac{\partial}{\partial x^\mu}$، حيث نرمز ب $x^\mu$ إلى الإحداثي المعمم. مثل أمثلة الإحداثيات منحنية الخطوط، هناك إحداثيات أسطوانية $x^\mu = ct, \rho, \varphi, z$ وإحداثيات كروية $x^\mu = ct, r, \theta, \varphi$. والحالة النموذجية لمتجه موافق تغير هو المتجة الذي تشكله مشتقة لدالة لا متجهة $f$ بالنسبة لإحداثيات (مخالف التغير):

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x^\mu}.$$

المثال الآخر لكمية موافق تغير هي الكمية الممتدة المترية $g_{\mu\nu}$. إذا كان هناك متجه مخالف تغير $(A^0, A^1, A^2, A^3)$، يمكننا تحويله إلى متجه موافق تغير بضربه في مصفوفة تتكون من كمية ممتدة مترية. نكتب $A_\mu = \sum_\nu g_{\mu\nu} A^\nu$؛ لكن بعد ذلك نتخلى عن رمز الجمع، ونحن نفهم أنه مع التكرار تظهر المؤشرات indices، مثل $\nu$ في

التعبير السابق، ونجمع عليها. هذا هو تقليد الجمع لدى أينشتاين، والذي قدمه ألبرت أينشتاين في بحثه حول النسبية العامة لعام ١٩١٦. نعرّف $\delta^{\nu}{}_{\mu}$ بأنها وحدة كمية ممتدة ذات أبعاد أربعة، أو رمز كرونيكر Kronecker symbol، مع كل المركبات تساوي صفر ولكن بوحدات تحت القطري الرئيسي. عندئذ تحقق الكمية الممتدة المترية مخالفة التغير الخاصية:

$$g^{\mu\lambda}g_{\lambda\nu} = \delta^{\mu}_{\nu}.$$

ومهمة تعريف مشتقة متجه بالنسبة للإحداثيات أكثر تعقيدًا. علينا أن نضع في اعتبارنا أن تغير كل مركبات متجه تعتمد أيضًا على المركبات الأخرى. أي، هذه المشتقة التي سوف نمثلها ب $\Delta_\lambda$ وتسمى مشتقة موافقة التغير، أو ترابط تآلفي affine connection (للتحويل التآلفي affine transformation شكل عام $y = ax + b$)، وله حدين:

$$\nabla_\lambda A^\mu = \frac{\partial A^\mu}{\partial x^\lambda} + \Gamma^\mu_{\eta\lambda}A^\eta, \qquad (10.19)$$

حيث $\Gamma^\mu_{\eta\lambda} = g^{\mu\xi}\Gamma_{\xi\eta\lambda}$ لاحظ أن $\Gamma^\mu_{\eta\lambda}$ و$\Gamma_{\xi\eta\lambda}$ ليسا كميتان ممتدتان. ويطلق عليهما رمزا كريستوفيل Christoffel symbols، ويتم تعريفهما بالنسبة ل $g_{\mu\nu}$ بالعلاقة:

$$\Gamma_{\xi\eta\lambda} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{\xi\eta}}{\partial x^\lambda} + \frac{\partial g_{\xi\lambda}}{\partial x^\eta} - \frac{\partial g_{\lambda\eta}}{\partial x^\xi}\right). \qquad (10.20)$$

قد نرغب في توضيح التشابه بين (١٠-١٩) و(١-٢٧). المعادلة الأخيرة يمكن كتابتها على هيئة $dx'_i/dt = dx_i/dt - \epsilon_{ijk}\omega_j x_k$، والتعبير عن تحويل سرعة جسيم من إطار قصوري إلى إطار دوراني (غير قصوري) في ميكانيكا نيوتن. بالفعل، تحتوي (١٠-١٩) على تعميم ل (١-٢٧)، كمشتقة موافقة التغير حيث أنه، بسبب مبدأ التكافؤ، يتكافأ النظام الدوراني (محليًا) مع المجال التجاذبي. وبالمناسبة، المشتقات موافقة التغير المرتبطة بتحويلات القياس يتم تعريفها أيضًا في نظرية مجالات يانج - ميلز (انظر الفصل ١١).

الكمية الممتدة المترية $g_{\mu\nu}$ (x) تصف المجال التجاذبي في نظرية النسبية العامة. لو تم استخدام مصعد ساقط كنظام إسناد، في مثل هذا النظام تكون الفترة بين حدثين قريبين جدًا على الشكل (١٠-١٧). أي، بإجراء تحول إحداثيات لمثل هذا النظام، يأخذ التعبير (١٠-١٨) الشكل (١٠-١٧)، ومترية أينشتاين تصبح مينكوفسكية محليًا. ونقول "محليًا" حيث أن هذا التحويل يكون صحيحًا فقط في منطقة بالغة الصغر. الفكرة أن أي مجال تجاذبي يمكن جعله يتلاشى فقط في جوار نقطة معينة. وكما أوضح أينشتاين:

بالقرب جدًا من الملاحظ الذي يسقط بحرية في مجال تجاذبي، لا يوجد مجال تجاذبي.

يثبت ذلك اختلافًا جوهريًا بين مجال تجاذبي حقيقي ومجال افتراضي (ناتج عن نظام غير قصوري). يمكن ببساطة إزالة مجال تجاذبي افتراضي في كل نقط الزمكان بإجراء تحويل مناسب للإحداثيات. ولا يمكن إزالة مجال تجاذبي حقيقي بهذه الطريقة.

مع البدء بكمية ممتدة مترية $g_{\mu\nu}$ (والكمية الممتدة مخالفة التغير المصاحبة لها $g^{\lambda\eta}$)، من الممكن إنشاء هويات رياضية أخرى، مثل الكمية الممتدة لريمان-كريستوفيل $R_{\mu\nu\lambda\eta}$، والكمية الممتدة لريسي $R_{\mu\nu}$، التي تصف انحناء الزمكان، والانحناء اللامتجه $R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$. ويتم تعريف الكمية الممتدة $R_{\mu\nu}$ كما يلي:

$$R_{\mu\nu} = \frac{\partial \Gamma^{\eta}_{\mu\nu}}{\partial x^{\eta}} - \frac{\partial \Gamma^{\eta}_{\mu\eta}}{\partial x^{\nu}} + \Gamma^{\eta}_{\mu\nu}\Gamma^{\lambda}_{\eta\lambda} - \Gamma^{\lambda}_{\mu\eta}\Gamma^{\eta}_{\nu\lambda}, \qquad (10.21)$$

والانحناء اللامتجه هو $R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$. تذكر أنه في النسبية العامة تكون الكميات الممتدة موافقة التغير تحت تأثير التحويلات العامة للإحداثي. والكمية الممتدة غير المتلاشية لريمان هي معيار موافق التغير لتعريف الزمكان المنحني، حيث أن هذه الكمية الممتدة تكون بصورة متطابقة صفر بالنسبة لزمكان مينكوفسكي المستوي.

ويتم وصف توزيع المادة أو الإشعاع في النسبية العامة بواسطة هوية رياضية أخرى: الكمية الممتدة للطاقة-كمية الحركة $T_{\mu\nu}$. بالنسبة لسائل نسبوي في توازن حراري له ضغط p، وكثافة طاقة $\epsilon$، وسرعة متجه رباعي $u_{\mu}$، نجد أن:

$$T_{\mu\nu} = (p + \epsilon)\frac{u_\mu u_\nu}{c^2} - p g_{\mu\nu}. \qquad (10.22)$$

## ١٠-٤ معادلات المجال التجاذبي:

معادلات المجال التجاذبي في النسبية العامة، وتسمى معادلات أينشتاين، تثبت علاقة بين الخواص الهندسية للزمكان، معبر عنها بكمية ممتدة مترية $g_{\mu\nu}$، والكمية الممتدة لريسي $R_{\mu\nu}$، وانحناء الزمكان R من جانب، وتوزيع الكتلة والطاقة، التي تمثل الكمية الممتدة الطاقة-كمية الحركة للمادة $T_{\mu\nu}$، من جانب آخر:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}, \qquad (10.23)$$

حيث G ثابت التجاذب. وتشبه معادلات أينشتاين للمجال التجاذبي معادلات ماكسويل في الديناميكا الكهربائية التقليدية. ورغم ذلك، هناك ثلاثة اختلافات مهمة:

١- تُطبق معادلات ماكسويل على النظم القصورية. ومعادلات المجال التجاذبي تطبق على نظم متحركة عشوائية،

٢- لا تحتوي معادلات ماكسويل على معادلات حركة للشحنات التي تنتج مجالاً كهرومغنطيسيًا. ورغم ذلك، فإن معادلات المجال التجاذبي تتيح معادلة حركة للجسيمات التي تنتج المجال،

٣- معادلات ماكسويل هي معادلات تفاضل خطية في الجهد الكهرومغنطيسي $A_\mu(x)$، بينما معادلات المجال التجاذبي غير خطية إلى حد كبير في $g_{\mu\nu}(x)$، تمثل مركباتها الجهد التجاذبي المعمم.

بشكل خاص، من السمة الأخيرة، في النوع الكمي من النظرية، قد نتوقع أن تستطيع جرافيتونات أو كمات مجال تجاذبي (المثيل التجاذبي للفوتونات) أن تنشطر وينتج عن ذلك جرافيتونات أخرى. والفوتونات، من جانب آخر، لا تنشطر إلى أزواج فوتونات (في الفراغ)، في الديناميكا الكهربائية الكمية النموذجية. ويضاف إلى

ذلك، هناك تشابه بين قوة لورنتز في الكهرومغنطيسية والقوة التجاذبية على الكتلة المتحركة، كما تم توضيحه سابقًا. لو رمزنا ب $h = -g_{00}$ ولو قمنا بتعريف المتجه في الأبعاد الثلاثة g بمركبات $g_i = g_{0i}/g_{00}$ حيث $i = 1, 2, 3$ لمجال تجاذبي ثابت (مركبات الكمية الممتدة المترية لا تعتمد على الزمن)، يمكننا كتابة هذه القوة على هيئة:

$$\mathbf{F} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \left\{ -\nabla \ln \sqrt{h} + \sqrt{h}\frac{\mathbf{V}}{c} \times (\nabla \times \mathbf{g}) \right\}. \quad (10.24)$$

بالنسبة للسرعات الصغيرة، يناظر الحد الأول لقوة الجاذبية المعروفة جيدًا، وهو مثيل للتجاذب الكهروستاتيكي، بينما الحد الثاني يعتمد على السرعة، كما هو الحال مع القوة المغنطيسية، ويساوي قوة كوريوليس في النظام الدوار بسرعة زاوية $\Omega = \frac{c}{2} \sqrt{h} \nabla \times \mathbf{g}$ . لكن الأخير سيكون مهمًا، أي في حالة الكواكب، يكون عليها الحركة بسرعة مرتفعة، مقارنة بسرعة الضوء.

ويضاف إلى ذلك، كما هو الحال بالنسبة للمجال الكهرومغنطيسي، يجب أن تكون هناك موجات تجاذبية، أي، تشوهات لانتشار هندسة الزمكان عند سرعة الضوء. ولكن حتى بالنسبة للأجرام الفلكية بالغة الضخامة، تكون كمية طاقة التجاذب المنبعثة صغيرة إلى حد كبير. على سبيل المثال، بالنسبة لنظام النجوم الثنائية، قد يصل الإشعاع الذي يتم بثه في عام ١٠^-١٢ من الطاقة الكلية للنظام. وما يطلق عليه ثنائي هولس – تايلور هو زوج من النجوم، أحدهما بلسار. ولكل منهما كتلة نحو $1.4\ M_\odot$ والمسافة بينهما نحو ٢ x ١٠^٦ كم، وهو ما يساوي قطر الشمس. ويُتوقع أن يشعا ١٠^٢٢ مرة طاقة تجاذبية مما يشعها نظام الأرض- الشمس. ويسبب ذلك أن النجمين يتحركان أقرب إلى بعضهما بالتدريج، في ما هو معروف باتخاذ شكل لولبي إلى الداخل inspiral، ولذلك تأثير على إشارات البلسار التي يتم رصدها.

وحصل راسيل هولس Russell Hulse (مولود في ١٩٥٠) وجوزيف تايلور Joseph Taylor (مولود في ١٩٤١) على جائزة نوبل في ١٩٩٣ لقياساتهما التي أدت إلى اكتشاف أول بلسار ثنائي، وسمحت لهما بتوضيح أن الإشعاع التجاذبي الذي

تنبأت به النسبية العامة يتلاءم مع نتائج هذه الأرصاد بدقة في إطار ٠,٢ في المائة. ذلك كان أول دليل غير مباشر لإشعاع الطاقة التجاذبية، والتي يتم فهمها باعتبارها ظاهرة موجة.

واستمر البحث عن دليل مباشر، باستخدام كاشفات بشكل أساسي قائمة على قياس تداخل الليزر، مثل LIGO على سطح الأرض (مرصد أجهزة تداخل ليزر الموجة التجاذبية) في ليفنجستون، في لويزيانا، وموقع هارفورد في رتشلاند، واشنطن، أو LISA الموجهة (هوائي الفضاء لأجهزة تداخل الليزر) التي تدور في الفضاء.

## ١٠-٥ علم الكون:

لو تم حل معادلات أينشتاين لمجال تجاذبي تم إنتاجه في الفراغ بجسم له كتلة M بتماثل كروي، وبحيث ألا يعتمد المتري metric على الزمن ويكون مسطح بشكل تقاربي، نجد أن الفترة $ds^2$ توجد في تعبير حصل عليه كارل شوارزشيلد Karl Schwarzschild (١٩١٦-١٩٧٣) في ١٩١٥:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) c^2 dt^2 - r^2(\sin^2\theta d\varphi^2 + d\theta^2) - \frac{dr^2}{1 - \frac{r_g}{r}}, \quad (10.25)$$

حيث $r_g = 2GM/c^2$ هو نصف قطر شوارزشيلد لجسم كروي كتلته M. بالنسبة ل $r = r_g$، و$g_{00} = 0$ و$g_{11} \to \infty$ مع تكوين ما يطلق عليه أفق الحدث لثقب أسود. أفق الحدث هو حد في الزمكان بعده لا يمكن للأحداث أن تؤثر على راصد خارجي.

درس عالم الفيزياء الروسي ألكسندر أ. فريدمان Alexander A. Friedmann (١٨٨٨-١٩٢٥) معادلات أينشتاين كما تم تطبيقها على الكون، مفترضًا كثافة متجانسة وذات خصائص متطابقة في جميع الاتجاهات، واستنتج أن هناك حلين ممكنين. على الحد بين النماذج المفتوحة والمغلقة، هناك حل مستوي. من الناحية

الفيزيائية، يتم تحديد شرط الكون المفتوح، أو المغلق أو المستوي بالكثافة (للمادة أو الطاقة).

لو أن المسافة بين مجرتين تم اعتبارها $d(t) = R(t)d_0$، يمكن كتابة سرعتهما النسبية باعتباره $v = [\dot{R}(t)/R(t)]d(t)$ أي السرعة تتناسب مع الفاصل بين المجرتين، مع عامل تناسب $H(t) = \dot{R}(t)/R(t)$ وهو ما يسمى بارامتر هابل. وقيمته الحالية يتم تمثيلها عادة ب $H_0$ ويسمى ثابت هابل. ونسمى $R(t)$ عامل قياس كوني، وهنا نأخذه بدون أبعاد، بينما ل $d_0$ بعد طول. وفي ما يلي سوف نعتبر أن $R(t)$ كثيرًا ما يحتوي ضمنيًا على عامل $d_0$ وله أبعاد طول. في ما يتعلق ب $H(t)$، يكون له بعد الزمن المعكوس.

سوف نناقش مسألة حركة مجرة باستخدام ميكانيكا نيوتن في الفصل ١، ولكن بعد أن نأخذ في اعتبارنا قانون هابل. دعنا نعتبر كتلة المجرة $m$، تحت تأثير جذب تجاذبي لبقية الكون، بكتلة $M$. حيث أن $m \ll M$، يكون لدينا $M + m \simeq M$ وتكون الطاقة الكلية:

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} = E. \qquad (10.26)$$

دعنا نكتب $v = \dot{R}(t) = H(t)R(t)$ و $r = R$، حيث $H(t)$ بارامتر هابل Hubble parameter و $R$ نصف قطر الكون. بالنسبة لتوزيع كتلة كروية، تكون الكتلة الكلية $M = \frac{4}{3}\pi R^3\rho$ ، حيث $\rho$ متوسط كثافة كتلة الكون، ونقوم بتبديل هذا التعبير ب (١٠-٢٦). وهذا يعطي:

$$\frac{\dot{R}^2(t)}{2} - \frac{4\pi\rho G R^2(t)}{3} = \frac{E}{m} = \frac{-K}{2}. \qquad (10.27)$$

تلك طريقة غير نسبوية للحصول على معادلة أينشتاين من نموذج فريدمان لتمدد كون منسجم ومتطابق الصفات في كل الاتجاهات. ويتطابق الأخير مع ما نحصل عليه باستخدام الشكلية النسبوية بالبداية من مترية روبيرتسون - ووكر،

وهي مترية مشابهة لشروط الانسجام وتطابق الصفات في كل الاتجاهات (تسمى هذه الشروط أحيانًا مبدأ كوني):

$$ds^2 = c^2dt^2 - R^2(t)\left[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)\right]. \tag{10.28}$$

وهنا k = -1, 0, 1 تناظر أكوان مفتوحة، ومستوية ومغلقة، على التوالي. لاحظ أن K في (١٠-٢٧) له بعد مربع مسافة، بينما k في (١٠-٢٨) بدون أبعاد، لأن R(t) لها بعد مسافة، وr بدون أبعاد. لذلك يكون لدينا $K \backsim kc^2$. وتبعًا ل (١٠-٢٧)، الشرط الحرج لدفع التمدد إلى التوقف يحدث بالنسبة ل k = 0، أي للكثافة:

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}. \tag{10.29}$$

مع كون القيمة الحالية لبارامتر هابل، $H_0$، وقيمة $\rho_c$ تصل إلى ١٠^-٢٩ جم. سم^-٣.

لكن الدالة المسافية لروبرتسون-ووكر لا تخبرنا بأي شيء عن استقلال الزمن لعامل القياس R(t). للحصول على هذه البيانات، يجب حل ليس فقط معادلات أينشتاين، أي، المعادلتين (١٠-٢٧) و(١٠-٣١)، ولكن أيضًا معادلة حفظ الطاقة ومعادلة الحالة. دعنا نناقش أبسط حالة للكون المنبسط. لو أننا جعلنا $\dot{R}(t)$ تمتد إلى متسلسلة قوى حول زمن الإسناد $t_0$، مأخوذة لزمن حالي، نحصل على $R(t) = R(t_0)[1 + H_0(t- t_0) - 1/2\ q(t_0)\ H^2_0(t - t_0)2 + \ldots]$, حيث ما يسمى بارامتر التقاصر deceleration parameter يتم الحصول عليه بواسطة:

$$q(t) = -\frac{\ddot{R}(t)R(t)}{\dot{R}^2(t)}. \tag{10.30}$$

هذه الكمية تم تقديرها بنحو – ٠،٥ في الوقت الحالي، مما يشير إلى أن تمدد الكون يتسارع. وقيمة بارامتر التقاصر موضوع رئيسي كبير في البحث الكوني في الوقت الحالي.

إجمالاً مع المعادلة (١٠-٢٧) يجب أن نضع في اعتبارنا معادلة أينشتاين الأخرى:

$$\ddot{R}(t) = -\frac{4\pi G}{3} R(t) \left(\rho + \frac{3p}{c^2}\right). \qquad (10.31)$$

ل $\rho > 0$ و $p > 0$، يكون التسارع سالبًا، ويتسق مع التقاصر الموجب. لكن كما سنوضح لاحقًا، قد تعطي الطاقة المظلمة قيمة سلبية للعامل $(\rho + 3p/c^2)$، وينتج عن ذلك تمدد متسارع للكون. ونؤجل النقاش في هذه الحالة ونستمر مع حلول لعلم الكون المعياري. نرمز ب $\Omega = \rho/\rho_c$. عندئذ يمكننا كتابة المعادلة (١٠-٢٧) بالنسبة لبارامتر هابل كما يلي:

$$H^2(\Omega - 1) = KR^{-2}(t). \qquad (10.32)$$

لو افترضنا أن الضغط يمكن إهماله مقارنة بالكثافة، أي $p \simeq 0$، يتم الحصول على حلول بسيطة لنموذج فريدمان. في الحالة المسطحة $(k = 0, q_0 < 0.5, \Omega = 1)$ يكون لدينا:

$$R(t) = [3GM/\pi]^{1/3} t^{2/3}, \qquad H = 2/3t. \qquad (10.33)$$

وفي الحالة المغلقة $(k = +1, q_0 > 0, \Omega > 1)$، يكون للكون حجم محدود، لكنه غير مطوق (يناظر ذلك المكان السابق ذكره الذي يمكن النظر إليه كتعميم لسطح كروي إلى ثلاثة أبعاد). في مثل هذه الحالة، نحصل على حلول بالنسبة لبارامتر $\eta$ يتم تعريفه ب $d\eta = R(t)dt$:

$$R(\eta) = (2GM/3\pi c^2)(1 - \cos\eta), \qquad t(\eta) = (2GM/3\pi c^3)(\eta - \sin\eta). \qquad (10.34)$$

في كل من الحالة المفتوحة $(k = -1, \Omega < 1)$ والحالة المسطحة، يكون الكون لانهائي وغير مطوق. في الحالة المفتوحة، يكون لدينا:

$$R(\eta) = (2GM/3\pi c^2)(\cosh\eta - 1), \qquad t(\eta) = (2GM/3\pi c^3)(\sinh\eta - \eta). \qquad (10.35)$$

في غير هذه الحالات الثلاثة يكون الكون ساكنًا، وإما أن يكون متمددًا أو متقلصًا. يتم تفسير التمدد بمعنى أن المجرات تنفصل بسرعة متزايدة لأن انفصالها المتبادل يزداد. لكن لو حدث ذلك، يجب أن يكون هناك إزاحة حمراء في طيف الضوء القادم من المجرات البعيدة. تم رصد الظاهرة لأول مرة في ١٩١٢ بواسطة فيستو سليفر Vesto Slipher (١٨٧٥-١٩٦٩) في مرصد لوويل في فلاجستاف في أريزونا.

اكتشف إدوين هابل Edwin Hubble (١٨٨٩-١٩٥٣) أن المسافات إلى المجرات البعيدة جدًا تتناسب تقريبًا مع إزاحتها الحمراء، والمعروفة حاليًا باسم قانون هابل. وصل هابل إلى هذا الاستنتاج بتفسير قياساته الخاصة لمسافات المجرات وقياسات الإزاحة الحمراء المجرية لسليفر. وكان جورج لوميتر George Lemaitre (١٨٩٤-١٩٦٦) أول من أخبر بهذه النتيجة في ١٩٢٧ وأول من اقترح تمدد الكون. وكما تم توضيحه من قبل، مع تمدد كوننا، تتراجع المجرات عن بعضها البعض مع زيادة في السرعة. ويقترح هذا التمدد أنه كان هناك بالضرورة لحظة أولية حيث كانت كل المادة تشكل هذه المجرات، وكل مادة ما بين المجرات كانت مركزة في منطقة صغيرة من الكون. وحدث انفجار، الانفجار الكبير، عند زمن ما منذ نحو ١٠ إلى ٢٠ مليار سنة. وأحدث تقدير بواسطة تعاون بلانك لعمر الكون، أي الزمن منذ الانفجار الكبير، هو ١٣٫٧٩ مليار سنة. تم اقتراح نظرية الانفجار الكبير بواسطة لوميتر في ١٩٣١، لكن مصطلح الانفجار الكبير تم ابتكاره لاحقًا.

خلال بضعة عقود مضت تم اقتراح نظرية على فرضية أنه، في المراحل المبكرة للكون، كان هناك تمدد أسي. وأُطلق على هذا الطور التضخم inflation في ثمانينيات القرن العشرين. وتم اقتراح أنه يمكن وصف ذلك باقتران بين مجال تجاذبي ومجال لامتجه تمت إزاحته عن هيئة توازنه. وسوف تتم مناقشة هذه النقطة أكثر في الفصل ١١.

بشأن توزيع المجرات، وتحركها مبتعدة عن بعضها البعض في كل اتجاهات المكان، تشير الأرصاد إلى أنها تجمعت في حشود clusters أو حشود فائقة، فصل بينها المكان الفارغ، مع توزيع خلوي. ويقترح ذلك بدوره بنية في الأبعاد الثلاثة لهذه الحشود التي يفصل بينها مكان فارغ، مع بعض الانتظام، على مقياس هائل يصل إلى ٣٩٠ مليون سنة ضوئية، على هيئة مماثلة لشمع العسل.

كانت درجة حرارة كرة النار القديمة حيث تركزت المادة التي شكلت كوننا المرئي مرتفعة بشكل غير طبيعي، وكانت تصل إلى $١٠^{٣٢}$ كلفن، لكنها انخفضت بسرعة إلى قيم بين $١٠^{١٠}$ و$١٠^{٩}$ كلفن بعد بضع ثوان من الانفجار الكبير. ويقال إن هذه المرحلة قد هيمن عليها الإشعاع، لأن كثافة الإشعاع كانت أكبر إلى حد بعيد من كثافة المادة. على سبيل المثال، كانت كثافة الفوتون أكبر بكثير من كثافة الباريون. مع تبريد الكرة الأولية في عملية التمدد، تكثفت ذرات عناصر الضوء، بينما تشكلت الذرات الأكثر ثقلاً لاحقًا داخل النجوم.

مع تمدد الكون، انخفضت درجة الحرارة المتوسطة، وأصبح مجمل النظام باردًا، ليمر عبر عصر هيمنة-المادة، عندما كان معظم طاقة الكون مركزة في كتل الجسيمات النووية. في الوقت الحالي، يهيمن على الكون طاقة سوداء، التي تقود التسارع الكوني.

نتيجة للعملية الكونية، قد نتوقع بصمة ما لعصر هيمنة- الإشعاع خلال المراحل الأولى بعد الانفجار الكبير. تنبأ جورج جاموف George Gamow (١٩٠٤-١٩٦٨) بوجود إشعاع خلفية، يناظر الجسم الأسود عند درجات حرارة بالغة الانخفاض. في ١٩٦٤، اكتشف أرنو ألان بينزياس Arno Allan Penzias (مولود في ١٩٣٣) وروبرت وودرو ولسون Robert Woodrow Wilson (مولود في ١٩٣٦) هذا الإشعاع الأحفوري، وهو اكتشاف جعلهما يحصلان على جائزة نوبل في ١٩٧٨. يأتي إشعاع الخلفية من كل الاتجاهات في الفضاء ويناظر إشعاع جسم أسود عند درجة حرارة نحو ٢,٧٢٥ كلفن. ويسمى ميكروويف الخلفية الكوني CMB. لهذا الإشعاع كثافة ٤٫٤٠ x $١٠^{-٣٤}$ جم/ سم$^{٣}$، بينما كثافة المادة تصل إلى $١٠^{-٢٩}$ جم/ سم$^{٣}$، أي أكبر بمقدار $١٠^{٥}$ مرة. بالنسبة لزمن معين يحقق ذلك الزعم بأننا نعيش في عصر هيمنة- المادة. في الوقت الحالي، تغيرت وجهة النظر هذه بسبب افتراضات راهنة حول المادة السوداء والطاقة السوداء، وهو ما سوف نعود إليه في الجزء ١٠-٦-٢.

## ١٠-٦ نصف القطر التجاذبي والانهيار:

فكرة سرعة الإفلات معروفة جدًا، هي أدنى سرعة يجب إعطاؤها لأي جسم لكي يتمكن من الإفلات من مجال الأرض التجاذبي. لو أهملنا مقاومة الهواء، تتقلص المسألة إلى حل معادلة حيث الطاقة الكلية للجسيم في مجال تجاذبي تساوي صفر، أي:

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} = E = 0. \quad (10.36)$$

بأخذ M و r باعتبارهما كتلة الأرض ونصف القطر، يعطينا ذلك:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}. \quad (10.37)$$

لو انخفض نصف قطر الأرض إلى الربع (مع المحافظة على نفس الكتلة الكلية)، تتضاعف سرعة الإفلات. لكن يمكننا أيضًا أن نضع في اعتبارنا المسألة العكسية: إلى أي نصف قطر يتطلبه الأمر لضغط الأرض لتصل قيمة معينة لسرعة الإفلات؟ دعنا نفترض v = c، سرعة الضوء. عندئذ تكون القيمة التي نحصل عليها لنصف القطر R هي نصف قطر نصف القطر التجاذبي أو شوارزشيلد السابق ذكره:

$$R = \frac{2GM}{c^2} \equiv r_g. \quad (10.38)$$

بالنسبة ل M بقيمة كتلة الأرض ٦ x ١٠^٢٧ جم، R ≈ 0.45 cm. لذلك لو تم ضغط كتلة الأرض إلى مثل هذا الحجم الصغير بصورة عجيبة، لا يمكن لأي شيء أن يفلت من الداخل، وفقط الضوء المنبعث رأسيًا يستطيع الخروج.

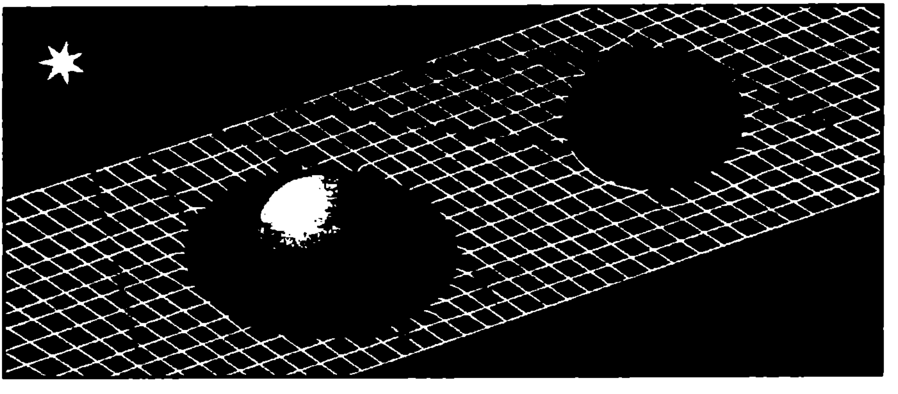
بالنسبة لنصف قطر أصغر من هذه القيمة ل R، يمكن أن تتحول الأرض إلى ثقب أسود، وحتى الضوء لا يمكنه الإفلات منها. ويمكن للثقب الأسود أن يمتص كل المادة والإشعاع في الفضاء المحيط به. ووجود الثقوب السوداء، الذي قدمنا حججه بشكل أساسي من ميكانيكا غير نسبوية، هو نتيجة نظرية النسبية العامة. لكل جسم له كتلة M، يمكن حساب نصف قطر تجاذبي مناظر بقسمة كتلته M (مضروبة في ثابت تجاذبي G)، على مربع سرعة الضوء. ولقد رأينا بالفعل أن نصف القطر التجاذبي للأرض تصل قيمته إلى ٠,٤٥ سم. وإذا تم إجراء حساب مماثل للشمس سوف يعطي كرة ذات نصف قطر نحو ٣ كم. بافتراض شكل كروي وكثافة ρ، قد تكون كتلته $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$ عندئذ:

$$R = \frac{8\pi}{3c^2} G R^3 \rho, \quad (10.39)$$

وهو ما يتضمن أن $\rho = 3c^2/(8\pi GR^2)$، أي تتطلب الكثافة إنجاز شرط انخفاض نصف القطر التجاذبي كمعكوس مربع نصف القطر. بعبارة أخرى، كلما ازدادت الكتلة، كلما كانت الكثافة المطلوبة لإنجاز شرط نصف القطر التجاذبي أصغر. على سبيل المثال، بالنسبة لمجرتنا، لو افترضنا كتلة $١٠^{٤٤}$ جم (أي $١٠^{١١}$ كتلة الشمس، وكتلتها نحو ٢ x $١٠^{٣٣}$)، يكون نصف القطر التجاذبي:

$$R \approx 10^{11}\ \text{km}, \qquad (10.40)$$

وهو نحو جزء من مائة من السنة الضوئية (السنة الضوئية ٩,٤ x $١٠^{١٢}$ كم تقريبًا). نصف قطر مجرتنا ٥٥٠٠٠ سنة ضوئية، أي $5.2 \times 10^{17}$ km ~. ويمكن الوصول إلى نصف القطر التجاذبي بتخفيض نصف القطر المجري إلى جزء من مليون من الحجم الحالي.



**الشكل ١٠-٦**

**ضوء من نجم بعيد ينحرف بواسطة جسم ثقيل، وهو ما يشوه الزمكان حوله (جزء منه ممثل بشكل تخطيطي بحشية في بعدين). يمسك الثقب الأسود بالضوء بالإضافة إلى المادة التي تسقط عليه.**

لو قدرنا بالنسبة لكون كتلة $١٠^{٨٠}$ مرة كتلة الفوتون، أي نحو $١٠^{٥٦}$ جم، سيكون نصف القطر التجاذبي المناظر نحو $١٠^{١٠}$ سنة ضوئية. وهذه هي نفس قيمة

نصف قطر الكون التي تم تقديرها، وهي مسافة أغلب الأجرام الكونية البعيدة. بذلك تم تخمين أن كل كوننا المرئي عبارة عن ثقب أسود. مثل هذه الفكرة تتناقض مع علم الكون الحالي.

لو انفجر نجم إلى سوبرنوفا، قد تنضغط نواته إلى حد من الكثافة تجعله يصبح نجم نيوترون، له كثافة نحو ١٠^١٠ جم/ سم٣. لو أن كتلته أكبر من ٢٫٥ مرة كتلة الشمس، تهيمن الجاذبية على أي قوة أخرى تقاوم الانضغاط. حينئذ يحدث انهيار تجاذبي يؤدي إلى تكوين ثقب أسود. يحدد نصف القطر التجاذبي ما يسمى أفق الحدث event horizon. كل الإشعاع والمادة المحيطة به يتم امتصاصها بواسطة الثقب الأسود، وتختفي تحت الأفق (الشكل ١٠-٦). وقد يكتشف أي راصد داخل الثقب الأسود (لو كان من نصيبه النجاة من القوى المتولدة داخله) ما يحدث خارجه، لكنه لن يستطيع الاتصال براصدين في الخارج، حيث سيكون من المستحيل إرسال أية إشارة.

تحت هذه الظروف المتطرفة حيث تصبح قوة التجاذب كبيرة جدًا، تتوقف الأفكار التقليدية عن أن تكون صحيحة، ونكون في موقف مماثل لذلك الخاص بالنظرية الذرية كما تصفها الديناميكا الكهربائية التقليدية، والتي تبعًا لها تختفي الذرة في انهيار. تحت هذه الظروف المتطرفة، تدخل بناء على ذلك الظواهر الكمية المباراة بطريقة مهيمنة.

اقترح سيتفن هاوكنج Stephen Hawking (مولود في ١٩٤٢) في ١٩٧٤ أنه يمكن أن تتبخر الثقوب السوداء إلى غاز فوتونات وجسيمات أخرى، بميكانيكا الكم: ظاهرة النفق. في الفصل ٧، رأينا ظهور وفناء أزواج الجسيم والجسيم المضاد تلقائيًا في الفراغ. ولعملية تكوين الأزواج زمن مميز، نحصل عليه من مبدأ عدم اليقين لهيزنبرج:

$$\tau = h/E, \qquad (10.41)$$

حيث E الطاقة المطلوبة لتكوين زوج. ويصاحب الثقب الأسود أيضًا وجود زمن مميز $\tau'$ نحصل عليه من:

$$\tau' = R/c, \qquad (10.42)$$

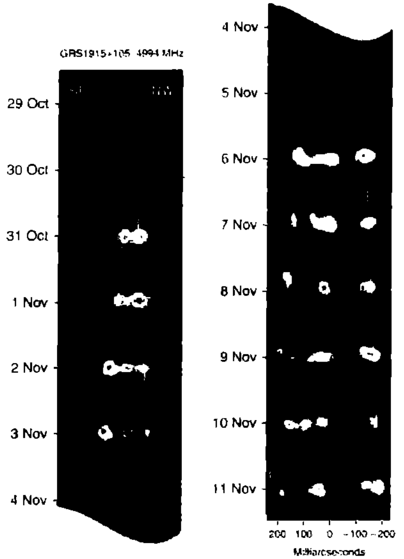
حيث $R = 2GM/c^2$ هي نصف قطر التجاذب للثقب الأسود. لو أن $\tau' > \tau$، قد تكون عملية إنتاج الزوج ممكنة، على حساب كتلة (طاقة) الثقب الأسود، ويمكن أن يشق جسيم واحد من الزوج نفقًا للخروج من الثقب الأسود. وتتناسب درجة حرارة الثقب الأسود عكسيًا مع كتلته ويمكنه أن يشع طاقة تتناسب مع الأس الرابع لدرجة الحرارة. كان لدى جاكوب بيكنشتاين Jacob Bekenstein (مولود في ١٩٤٧) في ١٩٧٢ حدس بأن مساحة أفق الحدث تتناسب مع إنتروبيا الثقب الأسود. هذا أمر يمكن فهمه بالحدس لو تذكرنا أنه، عندما ينضم ثقبان أسودان لهما الكتلتين $M_1$ و$M_2$ (ونصفي القطر $r_1$ و$r_2$) إلى بعضهما، تكون مساحة أفق حدث الثقب الأسود الناتج أكبر دائمًا من مجموع مساحتي الثقبين الأسودين الأصليين، لأن$(r_1 + r_2)^2 > r_1^2 + r_2^2$. كما نرى، ينمو سطح الأفق باستمرار مع الكتلة. وبأعماله حول إشعاع الثقب الأسود لعام ١٩٧٤ أثبت هاوكنج حدس بيكنشتاين ورسخ ثابت التناسب.

دعنا نفترض إذن أن أنتروبيا أي ثقب أسود تتناسب مع مساحة أفق الحدث، $S = kA$. لكن $A = k'R^2 = 4k'G^2M^2/c^4$، حيث $k$ و$k'$ ثابتا تناسب. إذن $S \sim U^2$، حيث $U$ الطاقة الداخلية، وهي تتناسب مع الكتلة $M$. من هذا،يكون لدينا $1/T = \partial S/\partial U \sim U$، ومن الواضح أن $T \sim 1/M$. من ذلك نستنتج أن الثقب الأسود الكبير سوف يشع أقل من الثقب الأسود الصغير، تبعًا لقانون $1/M^4$، حيث أن قوة الإشعاع تتناسب مع $T^4 \sim 1/M^4$. أي ثقب أسود هو نظام يفقد المعلومات. لو أن الثقب الأسود في حالة كمية نقية عند بدايته، حيث أنه يشع طاقة حرارية، فإنه سوف ينتقل إلى حالة مختلفة مع فقد تالي للتماسك الكمي. وهذه الفرضية تعود إلى هاوكنج.

من المعتقد أن أول رصد غير مباشر لثقب أسود كان النظام الثنائي GRO J1655-40، من المفترض أنه يتضمن ثقب أسود ونجم، مثل النظام GRS1915 + 105 (الشكل ١٠-٧). وفي مدار حول الثقب الأسود، هناك قرص تراكم مكون من مادة حصل عليها من نجم عادي، ويشع هذا القرص منطقة أشعة سينية. كلا النظامان الثنائيان هما "كوازارات مجهرية microquasars" مجرية وقد يقدمان ترابطًا بين الثقوب السوداء بالغة الضخامة التي يعتقد بأنها تغذي كوازارات ما بين المجرات وتعتبر أكثر محلية، تجعل نظم الثقب الأسود تنمو.

في ٢٠٠٨، وجد علماء الفيزياء الفلكية دليلاً إجباريًا على أن ثقبًا أسودًا بالغ الضخامة، يسمى ساجيتاريو Sagittario، له كتلة أكثر ٤ مليون من كتل شمسية موجود عند مركز الطريق اللبني. وتم العثور لاحقًا على ثقوب سوداء بالغة الضخامة عند كل المجرات المعروفة.

تم اقتراح أنه بدلاً عن ضغط لانهائي، قد تظهر المادة الموجودة داخل الثقب الأسود في منطقة أخرى من الزمكان. ويمكن أن يؤدي ذلك إلى ثقب أبيض، قد يكون ثقبًا أسود يتراجع في الزمن. بعبارة أخرى، قد يسبب انهيار تجاذبي ترابط بين منطقتين بعيدتين في الزمكان.



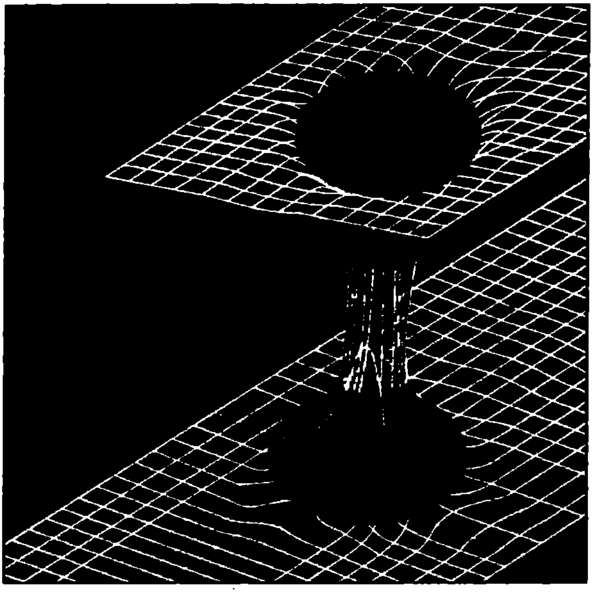

**الشكل ١٠-٧**

**تصوير MERLIN لتفجرات نسبوية في كوازار مجهري GRS1915 + 105 microquasar، وهو نظام ثنائي لأشعة سينية من المفترض أنه يتكون من ثقب أسود دوار ونجم عادي. للثقب الأسود قرص تراكم يحصل على الغاز من النجم. كان أول مصدر مجري معروف يُطلق مادة بسرعات تفوق في الظاهر سرعة الضوء. ويبدو أن ذلك يعود إلى ظاهرة نسبوية معروفة باسم تعزيز دوبلر Doppler boosting، ناتجة عن تفجرات جسيمات تتحرك بسرعة ٠،٩ سرعة الضوء.**

**(Courtesy of Fender et al, University of Manchester, Jodrell Bank Centre for Astrophysics).**

### ١٠-٦-١ الثقوب الدودية:

والجسور الافتراضية بين مناطق منفصلة من الزمكان يُطلق عليها ثقوب دودية. وقد تكون طرق مختصرة بين مناطق في المكان انفصلت بطريقة أخرى بمسافات طويلة (الشكل ١٠-٨). يكون للثقب الدودي فمين (وهما كرتان في مكان له ثلاثة أبعاد) وحلق بينهما. وتشير النظرية التقليدية إلى أنها لا تكون بشكل عام مستقرة. لكي تكون مستقرة، أو قابلة للعبور، يتطلب الأمر بعض من المادة الغريبة لها كثافة طاقة سلبية في هذا الحلق. لكن هذه النقطة تظل مفتوحة، حيث أن افتراض أبعاد إضافية قد يقدم سيناريوهات جديدة. يجب أن نلاحظ أنه، رغم أن السرعات الأسرع من الضوء تظل ممنوعة محليًا، في ثقب دودي ما، حتى مع الانتقال بسرعات أصغر من C، قد يكون من الممكن ربط حدثين A وB بفترة زمنية $\tau < t_{AB}$، حيث $t_{AB} = l_{AB}/c$ و$l_{AB}$ هي المسافة عبر مكان نموذجي. ويؤدي ذلك إلى اتصال فعال أسرع من الضوء. حتى السفر عبر الزمن يبدو ممكنًا خلال الثقوب الدودية.



الشكل ١٠-٨

ثقب دودي طريق مختصر بين مناطق منفصلة للزمكان.

## ١٠-٦-٢ المادة السوداء والطاقة السوداء والتمدد المتسارع:

في كون مفتوح سيكون هناك تمدد أبدي، بينما في الكون المغلق قد يتعاقب التمدد والتقلص في دورات ضخمة. والزمن المطلوب لكل من هذه الدورات يتحدى كل خيال.

ولقد رأينا من (١٠-٢٩) كيفية الحصول على $\rho_c$. والقيمة الأكثر حداثة التي تم قياسها لثابت هابل $H_0$ هي $67.8$ km/s $Mpc^{-1}$، حيث ١ Mpc = ٣,٢٦ x ١٠^٦ سنة ضوئية. والكثافة الحرجة $\rho_c$ تصل إلى ١٠^-٢٩ جم/سم٣. وهناك دليل قوي، أكثر حداثة من بعثة فضاء بلانك، على أن الكون المرئي مسطح، أي $\rho = \rho_c$، وهو ما يتفق مع النماذج التضخمية. لكن التسطح يتضمن وجود مادة سوداء وطاقة سوداء، بكميات كبيرة مقارنة بالمادة العادية.

في الوقت الحالي، تبدو المادة السوداء فرضية لا يمكن تجنبها، حيث تتيح المادة المفقودة المطلوبة لتفسير السرعات الدورانية المرصودة للمجرات، والسرعات المدارية للمجرات في حشود، وتأثير العدسة التجاذبي gravitational lensing لأجرام الخلفية بواسطة حشود مجرة، والظواهر الأخرى المرصودة.

وأغلب المادة السوداء لا تتفاعل مع الإشعاع الكهرومغنطيسي. ولذلك تكون شفافة. ورغم ذلك، ليس هناك بعد أي نموذج مقبول للمادة السوداء. على سبيل المثال، قد يكون هناك بعض الجسيمات المتفاعلة بشكل ضعيف لم يتم اكتشافها حتى الآن كانت قد ظهرت خلال الانفجار الكبير وظلت الآن بكميات ضخمة إلى حد بالغ الأهمية لتفسير المادة السوداء. وتم اقتراح اسم الجسيمات الكثيفة ضعيفة التفاعل WIMPs لبعض من المرشحين كمادة سوداء، بافتراض أنها غير باريونية، أي إنها لا تحتوي على ذرات. بالإضافة إلى WIMPs، يتضمن المرشحون غير الباريونيون للمادة السوداء النيوترينات والجسيمات الافتراضية مثل الأكسيونات axions أو الجسيمات فائقة التماثل (انظر الفصل ١١).

ورغم ذلك، لعل بعض الأجرام الفلكية تؤلف المادة السوداء، لكن لا يمكن كشفها. على سبيل المثال، النجوم الأقزام البنية بكتل صغيرة جدًا أو بقايا ثقب أسود لجيل مبكر من النجوم يكون غير مرئي بالمثل. جزء صغير من المادة السوداء الافتراضية يُشار إليه على أنه MACHO، وهي كلمة مؤلفة من الأحرف الأولى لجرم هالة (فيزيائي فلكي) ضخم مدمج، متكون من مادة باريونية. ومع ذلك، فإن جزء كبير من المادة السوداء يجب أن يكون ذو طبيعة غير باريونية.

من المعتقد في الوقت الحالي أن المادة العادية تشكل فقط نحو ٤،٩ في المائة من كتلة الكون، بينما تشكل المادة السوداء ٢٦،٨ في المائة، ويُظن بأن ال ٦٨،٣ في المائة الباقية عائدة إلى الطاقة السوداء. ولقد تغيرت هذه النسب المئوية خلال السنوات القليلة الماضية، حيث تم تهذيب بعض القياسات.

منذ ١٩٩٧، تقترح أرصاد السوبرنوفا من النوع Ia، التي تعتبر شموع نموذجية ممتازة لقياس المسافات الفلكية، أن تمدد الكون يتسارع بالفعل. ذهبت جائزة نوبل للفيزياء في ٢٠١١ إلى ساول بيرلماتر Saul Perlmutter (مولود في ١٩٥٩)، وبريان شميدت Brian Schmidt (مولود في ١٩٦٧)، وآدم ريس Adam Riess (مولود في ١٩٦٩) لاكتشافهم التمدد المتسارع للكون. ولا يمكن تفسير ذلك على أساس التفاعل التجاذبي الراهن، ويتطلب افتراض طاقات إضافية قادرة على التأثير كقوة طاردة، مثلاً، ومن هنا تأتي فكرة الطاقة السوداء. ويفترض أن هذه الطاقة السوداء شفافة.

وتم اقتراح الفراغ الكمي في ١٩٦٧ بواسطة ياكوف زيلدوفيتش Yakov Zel'dovich (١٩١٤–١٩٨٧) باعتباره مرشحًا للمادة السوداء، لكن التقديرات الحالية تعطي رقمًا كبيرًا إلى أقصى حد لذلك، وهو ما لا يتفق مع ما توقعه الرصد.

دعنا ننظر في كمية طاقة سوداء داخل فجوة أسطوانية، ومكبس. الطاقة المصاحبة لتغير في الحجم dV هي $dE = -pdV$. لو أن $\rho E$ هي كثافة الطاقة، يكون لدينا $dE = \rho E dV$. بذلك، $\rho E = -p$. ضغط الفراغ يكون ناقص كثافة طاقته. في المادة العادية، يكون لدينا عادة $\rho E \gg |p|$. ويقودنا ذلك إلى استنتاج أن الطاقة السوداء

نسبوية من الناحية الأساسية، قادرة على التفاعل بطريقة تنافرية مع المادة العادية. ويعطي ذلك حد ضغط سالب في معادلة أينشتاين.

عندما كتب أينشتاين معادلاته، لم تكن هناك معرفة بتمدد الكون. لذلك، للحصول على كون ساكن من نموذجه، أدخل أينشتاين ثابتًا كونيًا. ولعدة سنوات، تم اعتبار هذا الثابت الكوني صفرًا بواسطة علماء الكون. يكافئ تأثير الفراغ الكمي اقتراض ثابت كوني لا يتلاشى.

عمل باحثون آخرون على نماذج قائمة على مجالات لا متجهة مناسبة، تسمى المثال quintessence، قادر على توليد تأثيرات مماثلة. ولا تزال المسألة مفتوحة.

## ١٠-٧ الجاذبية والظواهر الكمية:

لو جمعنا ثابت الجاذبية G، وثابت بلانك المخفض ħ، وسرعة الضوء c، من الممكن تقدير مدى المقدار الذي من المرجح عنده أن تُظهر ظواهر الجاذبية الكمية نفسها. والجمع مع بعد الطول هو:

$$l_P = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}} \approx 10^{-33}\,\text{cm}. \qquad (10.43)$$

هذا ما يُطلق عليه طول بلانك. وهو يشير إلى قيمة المسافات التي من المتوقع أن تظهر عندها التأثيرات التجاذبية الكمية. لو بدأنا من هذه القيمة، من الممكن استنتاج رقم له أبعاد كتلة، وهو ما يُطلق عليه كتلة بلانك:

$$m_P = \sqrt{\frac{c\hbar}{G}} \approx 10^{-4}\,\text{g}. \qquad (10.44)$$

يمكن تفسير كتلة بلانك باعتبارها كتلة جسم طول موجة كمبتون المخفضة الخاصة به (وهي مميزة للتأثيرات الكمية النسبوية) تساوي نصف قطر شوارزشيلد أو النصف قطر التجاذبي الخاص به:

$$\frac{\hbar}{m_P c} = 2\frac{G m_P}{c^2},$$

وهو ما يؤدي إلى التعبير السابق عن $m_P$. ولهذه الكتلة قيمة مرئية، ويمكن استخدامها للحصول على الطاقة المكافئة:

$$E_P = m_P c^2 = \sqrt{\frac{c^5 \hbar}{G}} \approx 10^{16}\text{erg} \approx 10^{19}\ \text{GeV}. \quad (10.45)$$

وهذه الطاقة ضخمة جدًا حتى أن المجال التجاذبي يمكنه أن يتسبب في التوليد التلقائي لأزواج جسيم–جسيم مضاد. ودرجة الحرارة المتوسط المصاحبة لهذه الطاقة تكون ١٠^٣٢ كلفن وهو ما يُعتقد أنها درجة الحرارة الأولية لكرة النار القديمة التي نتج عنها الانفجار الكبير.

## ١٠–٨ الأرقام الكونية:

كما سبقت الإشارة إليه، تم تقدير كتلة الكون المرئي بأنها ١٠^٨٠ مرة كتلة البروتون. هذا رقم ضخم إلى حد لا يُصدق. وتظهر الأرقام الكبيرة جدًا الأخرى (وتسمى أرقام كونية) في فيزياء العالم المجهري microscopic بالإضافة إلى العالم المرئي macroscopic. والرقم الكوني الأول هو النسبة بين القوتين الكهرومغنطيسية والتجاذبية المتولدة بين إلكترون وبروتون. دع $F_e$ و$F_G$ يكونا معاملي هاتين القوتين، يكون لدينا:

$$F_e = \frac{e^2}{r^2}, \quad F_G = \frac{G m_p m_e}{r^2}, \quad (10.46)$$

حيث e هي شحنة الإلكترون، وG ثابت التجاذب، و$m_p$ و$m_e$ كتلتا البروتون والإلكترون. عندئذ يكون أول رقم كوني $N_1$ هو:

$$N_1 = \frac{F_e}{F_G} = \frac{e^2}{G m_p m_e} = 0.23 \times 10^{40}. \quad (10.47)$$

وهو النسبة بين قوتين، وهو رقم بدون أبعاد.

والرقم الكوني الثاني هو خارج قسمة نصف قطر الكون L ونصف قطر البروتون $r_p$. والرقم L تصل قيمته إلى ١٠^١٠ سنة ضوئية، والسنة الضوئية ≈ ١٠^١٨ سم، لذلك $L \approx 10^{28}$ cm. من جانب آخر، $r_p \simeq 10^{-13}$ cm. بقسمة L على $r_p$، نحصل على الرقم الكوني الثاني:

$$N_2 = \frac{L}{r_P} \approx 10^{40}. \qquad (10.48)$$

مدى تطابق قيمة ضخامة الرقمين أمر صادم جدًا، واقترح ديراك أنه يجب أن يكون هناك علاقة ما بينهما. والآن، كلما ارتفع L مع الزمن، يرتفع $N_2$ أيضًا، ولو كانت هناك علاقة بين $N_2$ و$N_1$، يجب أن يتغير الأخير مع الزمن. ولا يوجد دليل حول أن $e^2$ أو $m_e$ أو $m_p$ تتغير مع الزمن، وهذا يجعل الاحتمال مفتوحًا حول أن G قد تعتمد على الزمن. ويظل هذا الموضوع الرئيسي مفتوحًا للتأمل.

1. L.D. Landau, E.M. Lifshitz, *The Classical Theory of Fields* (Pergamon, Oxford, 1975). The principles of general relativity are presented very clearly in this book
2. S. Weinberg, *Gravitation and Cosmology* (Wiley, New York, 1972). This is a valuable book containing a large amount of information and adopting a very original approach, where the point of view of a particle physicist plays a more important role than in other books dealing with general relativity
3. T. Regge, *An Elementary Course on General Relativity* (CERN, Geneva, 1985). An excellent introduction to the topic, based on lectures given by the author
4. S. Hawking, *A Brief History of Time* (Bantam Books, New York, 1988). A unique book, recommended to all readers
5. M.S. Longair, *Theoretical Concepts in Physics* (Cambridge University Press, London, 1984). There is a partial overlap in the scope of several sections of our book with that of this reference. The interested reader will find it useful to supplement several sections of the present chapter
6. L.C. Epstein, *Relativity Visualized* (Insight Press, San Francisco, 1985). A highly appreciated intuitive approach to special and general relativity, replacing equations with diagrams and paper models

# الفصل الحادي عشر

# توحيد قوى الطبيعة

في ١٩٧٩، كانت جائـزة نوبـل للفيزياء من نصيب شيلدون جلاشـو Sheldon Glashow (مولود في ١٩٣٢)، وعبد السلام Abdus Salam (١٩٢٦-١٩٩٦)، وستيفن وينبرج Steven Weinberg (مولود في ١٩٣٣)، لصياغة نظرية لتوحيد الكهرومغنطيسية والتفاعلات الضعيفة. وفي ذلك الوقت، كان هناك بالفعل ما يكفي من الأدلة التجريبية التي تتعلق بتنبؤات النموذج النظري الذي وضعوه. ومصادفة، في ١٩٧٩ كانت مئوية وفاة جيمس كلارك ماكسويل، الذي صاغ نظرية أثبتت بوضوح الصفة الموحدة لظاهرتين الكهربائية والمغنطيسية. وفي ١٩٧٩ أيضًا احتفل المجتمع العلمي بمئوية ميلاد ألبرت أينشتاين. وكان أينشتاين قد كرس سنواته الأخيرة في البحث عن نظرية توحيد للتفاعلات الكهرومغنطيسية والتجاذبية.

أحرزت أعمال جلاشو، وعبد السلام، ووينبرج هذا الهدف جزئيًا عندما وحدوا التفاعلات الكهرومغنطيسية والتفاعلات الضعيفة في نظرية مشتركة. لكن الطريقة التي فعلوا بها ذلك كانت مختلفة جدًا عن محاولات أينشتاين. تبع أينشتاين مقاربة تقليدية (وليس كمية)، فبدأ من النسبية العامة وبحث عن توحيد للجاذبية والديناميكا الكهربائية. بالعكس، تم بناء نظرية الكهروضعيف electroweak في إطار نظرية إعادة التسوية الكمية الحديثة لمجالات القياس غير الآبلية nono-Abelian مع كسر التماثل التلقائي.

## ١١-١ نظرية التفاعلات الضعيفة:

كان اكتشاف النشاط الإشعاعي في ١٨٩٦ بواسطة هنري بيكيريل Henri Becquerel (١٨٥٢-١٩٠٨) نقطة البداية لدراسة ما هو معروف الآن باسم انحلال الجسيمات والتحول العنصري للعناصر الكيميائية. وفي ١٨٩٩،

M. Chaichian et al., Basic Concepts in Physics, Undergraduate Lecture Notes in Physics, DOI 10.1007/978-3-642-19598-3_ 11,



صنّف أرنست رذرفورد انبعاثات النشاط الإشعاعي إلى نوعين: ألفا وبيتا، وتبع ذلك إضافة أشعة جاما في ١٩٠٠، بوساطة بول فيلارد Paul Villard (١٨٦٠-١٩٣٤). وقوة اختراق المادة يزداد من إشعاع ألفا إلى بيتا ثم أخيرًا جاما. وأوضحت الأبحاث التالية أن إشعاع ألفا يتكون من نوى الهليوم، وإشعاع بيتا من الإلكترونات وأشعة جاما من فوتونات نشيطة جدًا. بينما انبعاث جاما، لأنه إشعاع كهرومغنطيسي، من الواضح أنه تم إنتاجه بالتفاعلات الكهرومغنطيسية المعروفة جيدًا، واتضح أن الانبعاثين الآخرين طرق للتحقق من تفاعلين أساسيين جديدين: القوة الشديدة والقوة الضعيفة. تم تفسير انحلال ألفا في ١٩٢٨ بواسطة جورج جاموف من خلال المرور بنفق ميكانيكي كمي، وتم التحكم في عملية التأثر المتبادل بين التفاعلات الشديدة والكهرومغنطيسية.

انحلال بيتا، الذي ناقشناه باختصار في الجزء ٩-٣، هو ظهور للتفاعل الضعيف. ويكون طيف الطاقة للإلكترونات في انبعاث بيتا مستمر، ومتميز، كما هو متوقع. ويبدو أن ذلك يوضح أن الظاهرة كانت تخرق حفظ الطاقة-كمية الحركة. ويضاف إلى ذلك، بدى أن كمية الحركة الزاوية أيضًا ليست محفوظة في هذه العملية. والحل الذي تم اقتراحه بواسطة وولفجانج باولي في ١٩٣٠ أتى على هيئة جسيم غير مكتشف حتى ذلك الحين، خفيف جدًا، له لف ١/ ٢ وليس له شحنة كهربائية. أطلق عليه باولي اسم "نيوترون". في ١٩٣٢، اكتشاف جيمس تشادويك James Chadwick (١٨٩١-١٩٧٤) جسيم نووي بدون شحنة، بكتلة قريبة من كتلة البروتون، وأطلق عليه أيضًا اسم نيوترون. وحيث أن "نيوترون" باولي يجب أن يكون خفيفًا إلى أقصى درجة، أزال أنريكو فيرمي Enrico Fermi (١٩٠١-١٩٥٤) الارتباك بتسمية جسيم باولي نيوترين، أي "النيوترون الصغير"، وأدخل الجسيم الجديد في نظريته عن انحلال بيتا.

حتى ١٩٦٧، كان يتم وصف التفاعلات الضعيفة بشكل مرضي بواسطة نموذج فينومينولوجي اقترحه في ١٩٣٤ أنريكو فيرمي. واستخدم ذلك مفهوم التيار الضعيف $J_\mu(x)$، الذي يحتوي على جزء هدروني (كما سبقت الإشارة إليه سابقًا، الهدرونات هي جسيمات تتفاعل بشدة، مثل الباريونات والميزونات) وجزء لبتوني (اللبتونات جسيمات لا تتفاعل بشدة، بما في ذلك الإلكترونات والنيوترينات المصاحبة لها، والميونات والنيوترينات الخاصة بها، والتاو والنيوترينات الخاصة به). رياضيًا، وتم وصف التفاعل الضعيف بواسطة كثافة لاجرانجية:

$$\mathcal{L}_F(x) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} J_h^{\dagger\mu}(x) J_{l\mu}(x) + \text{مرافق هيرمتي} \qquad (11\text{-}1)$$

حيث $J^\mu{}_h$ المتجه الرباعي للتيار الهدروني، و$J^\mu{}_l$ التيار اللبتوني، و$G_F$ ثابت الاقتران الضعيف (أو فيرمي). لن ندخل في المزيد من التحليلات التفصيلية ل (١١-١). ويكفي توضيح أنها حاصل ضرب تيارين. تذكر أن اللاجرانجية للتفاعلات الكهرومغنطيسية تكون كما يلي:

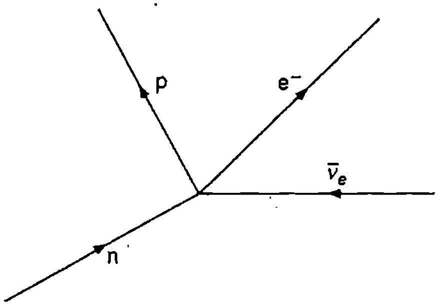
$$\mathcal{L}_{\text{em}}(x) = j^{\mu}(x) A_{\mu}(x), \qquad (11.2)$$

حيث $j_\mu$ هي المتجه الرباعي للتيار و $A_\mu$ المتجه الرباعي للمجال الكهرومغنطيسي. استخدم فيرمي هذا التشابه في اقتراح النموذج (١١-١) للتفاعلات الضعيفة.

تصف اللاجرانجية (١١-١) عملية انحلال بيتا الموضحة في الشكل ١١-١: ينحل نيوترون إلى بروتون، وإلكترون، ونيوترين مضاد. ويتكون التيار الهدروني من بروتون ونيوترون، $J_h^\mu = \bar{\Psi}_p \gamma^\mu \Psi_n$ ، والتيار اللبتوني يتكون من إلكترون والنيوترين المضاد الخاص به، $J_l^\mu = \bar{\Psi}_e \gamma^\mu \Psi_\nu$ . وتزامن زوجا الجسيمات يناظر حاصل ضرب التيارين في التعبير (١١-١).

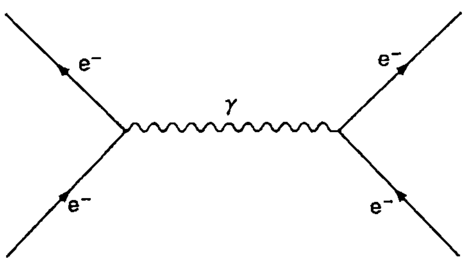
من جانب آخر، تتضمن المعادلة (١١-٢) عدة عمليات في الديناميكا الكهربائية الكمية، إحداها تمت الإشارة إليها في الشكل ١١-٢: يتفاعل إلكترونان بتبادل فوتون .

(افتراضي) ويتبعثران على بعضهما البعض. لكن لو قارنا الشكل ١١-١ و١١-٢، من الصادم أن الأول يحتوي على أربعة فرميونات ولا يوجد أي بوزون. والثاني يحتوي على أربعة فرميونات، لكن يتوسط العملية متجه بوزون، الفوتون.




الشكل ١١-١

**انحلال بيتا: انحلال نيوترون إلى بروتون، وإلكترون ونيوترين مضاد. ويتم وصف العملية كالتفاعل بين هدرونين (بروتون ونيوترون) مع لبتونين (إلكترون ونيوترين مضاد). في الرأس لدينا أربعة فرميونات ولا يوجد أي بوزون. واتجاه حركة الجسيم المضاد يكون، كالعادة، عكس اتجاه السهم في الشكل التوضيحي.**




الشكل ١١-٢

**تبعثر إلكترونين. في الشكل هناك زوجان من الفرميونات تتبادل بوزون، وفوتون $\gamma$.**

تم وصف عمليات التفاعل الضعيف بشكل كافٍ إلى حد ما بالنموذج الذي يعطيه التعبير (١١-١). ولم يكن هناك سبب فينومينولوجي أو تجريبي لتعديل هذا

التعبير. ورغم ذلك، لم تكن النظرية الفيزيائية المناظرة مرضية من الناحية الجمالية. لم تحقق المبدأ المقبــول عالميًا بأن التفاعلات بين الفرميونــات لا بد أن يتوسطها بوزونات. ويضاف إلى ذلك، تخرق سعات التعثر المحسوبة من (١١-١) الوحدوية عند الطاقات العالية جدًا ولا يمكن إعادة تسوية النظرية. قياسًا على التعبير (١١-١)، تم اقتراح لاجرانجية تفاعل بالشكل التالي:

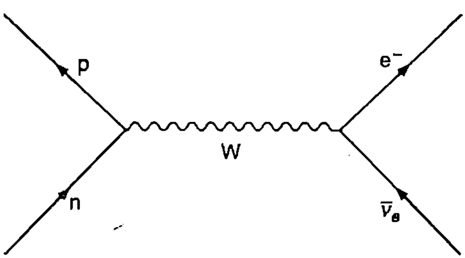
$$\mathcal{L}_W = gJ_h^{\mu}W_{\mu} + gJ_l^{\mu}W_{\mu} \quad + \text{تقارب هيرميتياني} \qquad (11\text{-}3)$$

حيث $W_\mu(x)$ مجال بوزون متجه جديد، وg ثابت اقتران ضعفيف. وبدلاً عن الشكل ١١-١، سيكون لدينا الشكل التوضيحي في الشكل ١١-٣، وبين رأسي نيوترين-بروتون وإلكترون-نيوترين مضاد، سيظهر جسيم مشحون افتراضي، يتوسط التفاعل الضعيف.

هناك تشابه بين النموذج الناتج عن التعبير (١١-٣) والديناميكا الكهربائية الكمية، لكن هناك أيضًا اختلافات مهمة:

١- الكهرومغنطيسية تفاعل طويل المدى، أو بشكل مساو، للفوتون كتلة صفر، بينما التفاعلات الضعيفة طويلة المدى، لذلك يجب أن تكون بوزونات التوسط W ثقيلة.

٢- الفوتون محايد، في حين أن البوزونات W يجب أن تكون مشحونة، لكي يكون هناك حفظ شحنة عند كل رأس.




الشكل ١١-٣

**شكل توضيحي يحل محل الشكل في ١١-١ لو كان هناك جنيم بوزوني يتوسط التفاعلات الضعيفة. الجسيم W قد يختلف عن الفوتون في امتلاك شحنة كهربائية وكتلة غير صفرية.**

يتضمن هذان الاختلافان صعوبات تقنية جادة في إنشاء نظرية مقبولة. صعوبة رياضية ذات أهمية رئيسية كانت عدم إمكانية إعادة تسوية نظرية التفاعلات الضعيفة، لتكون النتيجة أن حساب التصحيحات الكمية ذات الرتب الأعلى كانت متضاربة. كان ذلك يتناقض مع الديناميكا الكهربائية الكمية، حيث ينجح برنامج إعادة التسوية.

تم إنجاز إنشاء نظرية قابلة لإعادة التسوية للديناميكا الكهربائية الكمية بناء على حقيقة أن الفوتون جسيم بدون كتلة. وساعد ذلك على ربط تباعدات في سعات الاحتمال المتناثرة المختلفة.

والآن، في ما يتعلق ببوزونات W الثقيلة، كان الموقف أكثر تعقيدًا. كانت النظرية غير قابلة لإعادة التسوية، لأنه لم يكن من الممكن فهم شكلية تستطيع إزالة التباعدات بشكل متسق. ولهذا السبب، لم يكن من الممكن استخدام الحسابات المضطربة، أي، لعمل توسع في سلسلة أشكال توضيحية، حيث أن التباعدات في حدود الرتب الأعلى كانت غير مترابطة، مما جعلها تسبب في مجملها عدد لانهائي من التباعدات. لذلك لم يكن من الممكن التنبؤ بعمليات بعيدة عن العمليات الأولية.

بجانب مشكلة إعادة التسوية هذه، بدأ عدد من السمات الأخرى للتفاعلات الضعيفة يتراكم بعد نموذج فيرمي الناجح جزئيًا. والأكثر إثارة كان انتهاك تعادل التماثل، وهو ما ناقشناه في الجزء ٩-٤. كان الاقتناع موجودًا بالفعل بأنه يجب توحيد التفاعلات الكهرومغنطيسية والتفاعلات الضعيفة، وكان من غير العادي إنجاز انتهاك التعادل فقط في القطاع الضعيف، بينما تتم المحافظة على الجزء الكهرومغنطيسي لا متغير- تكافؤ parity-invariant، كما أوضحت كل التجارب.

هل من الممكن وجود طريقة ما لحل هذه الصعوبات؟ هل من الممكن تعديل اللاجرانجية (١١-٣) لإنشاء نظرية توحيد قابلة لإعادة التسوية للتفاعلات الكهروضعيفة؟ كانت الإجابة إيجابية، وذهب فضل إيجاد مثل هذه النظرية إلى شيلدون جلاشو، وعبد السلام وستيفن وينبرج. وساهم العديد من علماء الفيزياء النظرية آخرون، مثل يوشيرو نامبو، جيفري جولدستون، روبرت بروت، فرانسوا

إنجلرت، بيتر هيجس، مارتينوس فيلتمان، جيراردت هوفت وغيرهم، في طريقة رائعة لتقديم دعم نظري لافتراضاتها الأساسية. الآن، كانت الفكرة أن القوى الضعيفة والكهرومغنطيسية تعود إلى وجود بعض المجالات المتجهة تظهر كمجال كهرومغنطيسي، بسبب مبدأ تماثل قياس ما. من أجل تضمين مثل هذه المجالات في نظرية كـــان من الضروري إدراك نماذج جديدة لمجالات القياس وآلية لتفسـير كتلة البوزونات W.

## ١١-٢ مجالات يانج – ميلز:

في ١٩٥٤، اقترح شين نينج يــانج Chen Ning Yang (مولــود في ١٩٢٢) وروبـــرت ل. ميـــلز Robert L. Mills (١٩٢٧- ١٩٩٩) تعميــم لا تـغير قياســي gauge invariance معروف جيدًا للديناميكا الكهربائية. في هذا النموذج، يكون لكل مركبة زمكان لمجالات القياس مركبات أيضًا في مكان مجرد، مكان متطابق الخواص في كل الاتجاهات. في ١٩٣٢، قدم هيزنبرج رقم كمي جديد، لف متماثل isospin (أو لف متطابق الخواص في كل الاتجاهات isotopic spin)، لكي يتم وصف تماثل خواص البروتون والنيوترون تحت تأثير التفاعل النووي. واقترح هينزنبرج النظر إلى البروتون والنيوترون كحالتين لجسيم واحد، النوكليون nucleon، حيث أن كتلتيهما تعتبر متساوية تقريبًا وقوة التفاعل الشديد بين أي زوج منهما (p-p, n-n, p-n) هي نفسها. تم تضمين هذين الجسيمين في زوج، كان التمثيل الأساسي لمجموعة تماثل اللف المتماثل، SU (2) (أي مجموعة وحدوية unitary خاصة من الدرجة ٢). والمجموعة SU(2) متماثلة في الشكل محليًا مع SO(3)، مجموعة الدورانات في مكان ذي ثلاثة أبعاد. ونتيجة لذلك، في المكان متطابق الخواص في كل الاتجاهات هناك ثلاثة "اتجاهات" مستقلة. ويمكن اعتبار المجموعة SU(2) تعميم ذي أبعاد أعلى لمجموعة U(1). وعناصر مجموعة القياس SU(2)، في التمثل الأساسي، هي مصفوفات 2 x 2 من النوع:

$$U(x) = e^{i \sum_{k=1}^{3} \alpha^k (x) T_k},$$

حيث $\alpha^k (x)$ هي البارامترات الحقيقية المعتمدة على الإحداثي لتحويلات اللف المتماثل، و$T_k$ هي مولدات مصفوفة 2 x 2 للتحويلات، التي تحقق العلاقة:

$$[T_i, T_j] = i f_{ijk} T_k. \qquad (11.4)$$

هذه العلاقة عامة بالنسبة لأي مجموعة لي Lie group. والمعاملات $f_{ijk}$ تسمى ثوابت البنية ويمكن اختيارها بحيث تكون غير متماثلة في كل المؤشرات indices. ولا يوجد أي اختلاف لو وضعنا أسس التماثل الداخلي في الأعلى أو الأسفل.

المصفوفات المركبة U واحدية unitary، أي $U^\dagger = U^{-1}$ وخاصة، بمعنى أن det U = 1. ويمكن توضيح أن أقصى عدد لمصفوفات 2 x 2 المستقلة يحقق هذه الشروط هو ٣. ومولدات تحويلات SU(2) يتم اختيارها عادة على أنها $T_k = \sigma_k/2$ حيث $\sigma_k$ هي مصفوفات باولي التي تم تقديمها في الفصل ٧. وفي هذه الحالة $f_{ijk} = \epsilon_{ijk}$، رمز ليفي – سيفيتا Levi-Civita symbol، أو وحدة الكمية الممتدة غير المتماثلة تمامًا من الرتبة ٣.

ويمكن تعريف مجموعات ذات رتبة أعلى، ويرمز لها ب SU(n)، عناصرها مصفوفات كلية خاصة n x n. بالنسبة للحالة العامة، نحصل على عدد المولدات بالصيغة $n^2 - 1$. ويمكن معرفة ذلك كما يلي: العدد الكلي للعناصر المستقلة في مصفوفة مركبة 2 x 2 هو $2n^2$. وشروط التوحيدية unitarity، المكتوبة كمركبات، هي بالفعل $n^2$ معادلة، وهو ما يقلل عدد المتغيرات المناظرة المستقلة. وبرغم ذلك تمثل الوحدة المحددة شرطًا آخرًا، بحيث يظل لدينا في النهاية العدد $n^2 - 1$ المشار إليه سابقًا. والزمر غير آبلية لأن مولداتها لا تتبدل، كما هو موضح في المعادلة (١١-٤).

الزمر الكلية الخاصة، العمومية والمحلية، أساسية في فيزياء الجسيم، فهي جوهرية بالنسبة للنموذج المعياري وأيضًا امتداداتها المختلفة. وسوف نقابلها مرارًا في هذا الفصل. لكن دعنا نعود للحظة إلى نظرية يانج وميلز. بشكل مستقل، تم تقديم

نفس فكرة إنشاء نظريات مجال قياسي في الحالة العامة، بأي تماثل لزمرة لاي Lie group، بواسطة ريويو أتياما في نحو نفس العام ١٩٥٤. ويجب التأكيد على أن السمة الأكثر جدارة بالملاحظة لنظرية قائمة على مبدأ لا تغير قياسي أن كل التفاعلات وحدود التفاعل المناظرة لها في اللاجرانجية سوف يظهر تلقائيًا وبطريقة فريدة من نوعها، كما كانت حالة التفاعل الكهرومغنطيسي، وهي نظرية قياس آبلية.

في الديناميكا الكهربائية، يتم وصف المجال الكهرومغنطيسي باستخدام جهد متجه رباعي $A\mu$، أي متجه له مركبة واحدة على كل إحداثي زمكان، وخواص تحوله الرياضي تمليها زمرة لورنتز. والمجال الذي اقترحه يانج وميلز يكون بحيث في كل اتجاه في المكان متطابق الخواص في كل الاتجاهات هناك مركبة جهد متجه رباعي. وحيث أن للمكان متطابق الخواص في كل الاتجاهات ثلاثة أبعاد، يكون لدينا ثلاثة متجهات رباعية $A^1_\mu,\ A^2_\mu,\ A^3_\mu$، وكل منها، بدوره، بأربع مركبات زمكان. وتتغير تحويلات SU(2) القياسية من نقطة إلى أخرى، وتكون بالتالي محلية، كما رأينا في الفصل ٧. ولكن بسبب المركبات متطابقة الخواص في كل الاتجاهات، لمثل هذه المجالات غير الآبلية، لا ينجح اللاتغير القياسي للديناميكا الكهربائية، ومن الضروري وضع قانون جديد يربط المركبات الثلاثة متطابقة الخواص في كل الاتجاهات $A^1_\mu,\ A^2_\mu,\ A^3_\mu$ (وهي خارج إطار هذا الكتاب). ويؤدي ذلك إلى ظهور خواص فيزيائية جديدة، التحولات القياسية لمجالات يانج-ميلز تكون غير تبادلية أو غير آبلية (وكثيرًا ما يتم تسمية التحولات التبادلية بالآبلية تكريمًا لعالم الرياضيات النرويجي نيلز أبيل). على سبيل المثال، لو نظرنا إلى تحويلات متناهية الصغر SU(2)، أي $1 \gg \alpha_k(x)$، تتحول المجالات القياسية كما يلي:

$$A'^k_\mu(x) = A^k_\mu(x) + \partial_\mu \alpha^k(x) + i\epsilon^{kij} A^i_\mu(x)\alpha^j(x). \quad (11.5)$$

تذكر أن الحدين الأولين متماثلين كما في حالة المجال القياسي الآبلي U(1)، بينما الحد الأخير علامة على تحويل غير آبلي. يضاف إلى ذلك، هوية أساسية، الكمية الممتدة لشدة المجال، غير خطية في المجالات القياسية ويتم التعبير عنها كما يلي:

$$\mathcal{F}^i_{\mu\nu} = \partial_\mu A^i_\nu - \partial_\nu A^i_\mu + g\epsilon^{ijk} A^j_\mu A^k_\nu, \qquad i = 1, 2, 3.$$

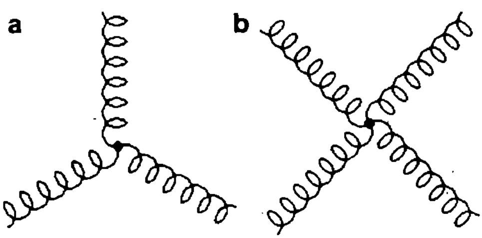
في هذه الصيغة، تم استخدام اصطلاح الجمع للأسين j و k.

تحمل الكمية المتدة $\mathcal{F}^i_{\mu\nu}$ تشابه قريب بالكمية المتدة لريسي (١٠-٢١). وتلعب مجالات يانج – ميلز $A^i_\mu(x)$ دورًا في رموز كريستوفيل في النسبية العامة. بالفعل، هناك تشابه قريب بين النظريتين.

في الديناميكا الكهربائية الكمية، لا يكون لأي فوتون اقتران مباشر مع الفوتونات الأخرى. والكثافة اللاجرانجية للمجالات القياسية SU(2) تكون:

$$\mathcal{L}(x) = -\frac{1}{4}\mathcal{F}^{i\mu\nu}(x)\mathcal{F}^i_{\mu\nu}(x).$$

وتتضمن الكثافة اللاجرانجية السابقة فيزيائيًا أن التفاعلات الثلاثية والرباعية لبوزونات القياس غير الآبلية ممكنة أيضًا، مثل تلك الموضحة في الشكل ١١-٤. وسوف نعود إلى هذه الخاصية عندما نناقش النموذج المعياري لتفاعلات الجسيم.




الشكل ١١-٤

**تفاعلات ثلاثية الخطية trilinear ورباعية الخطية لمجالات قياسية غير آبلية. تذكر أن مثل هذه الاقترانات لا يمكن أن توجد بين الفوتونات في نظرية المجال القياسي الآبلي للديناميكا الكهربائية الكمية.**

لاحقًا أصبح من الواضح أن تماثل اللف المتماثل الشديد SU(2) يظل دائمًا تماثل عام ولا يوجد في الحقيقة مجالات قياسية مناظرة له. ورغم ذلك، فإن الإطار النظري الذي اقترحه يانج وميلز هو نموذج أصلي لوصف أي تفاعل أساسي، كما سنرى لاحقًا.

لو أن مجال يانج – ميلز (أو أي مجال قياسي غير آبلي) يتفاعل مع أي مجال آخر، مثل مجال لا متجه أو مجال فرميوني، يجب أن يكون للأخير أيضًا مركبات متطابقة الخواص في كل الاتجاهات متعددة. على سبيل المثال، في نظرية التوحيد جلاشو-سلام-وينبرج للديناميكا الكهربائية والتفاعلات الضعيفة، يسلك الإلكترون والنيوترين مثل مركبتين متطابقتي الخواص في كل الاتجاهات (ضعيفتين) لمجال فرميوني واحد.

جانب واحد حاسم لنظرية يانج وميلز هو أن المجالات القياسية يجب ألا تكون لها كتلة، حتى تكون النظرية لا متغيرة بالنسبة للتحويلات القياسية (١١-٥). لكن لو أن التفاعلات الضعيفة يجب وصفها بنظرية يانج-ميلز، يجب أن تكون البوزونات المتجهة ثقيلة بالضرورة. وسوف نناقش الآن الآليات التي يتم بها إدخال كتلة بوزونات متجهة وسيطة في نظرية كهروضعيف.

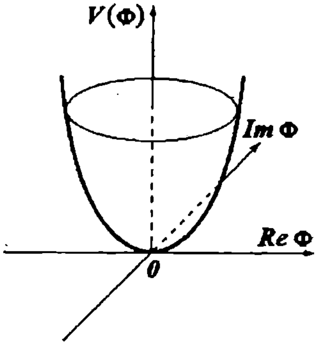
## ١١-٣ فرضية نامبو – جولدستون:

أحد النماذج النظرية الأكثر بساطة هي المجال اللامتجه، الذي يصاحب جسيمات ذات لف صفر. ولكن بشكل مستقل عن معناه الفيزيائي المميز، يمكن دراسة المجال اللامتجه كنموذج بسيط ومثير للاهتمام حيث يكون للاجرانجية حد جهد على هيئة:

$$V(\Phi) = m^2\Phi^\dagger\Phi + \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2, \qquad (11.6)$$

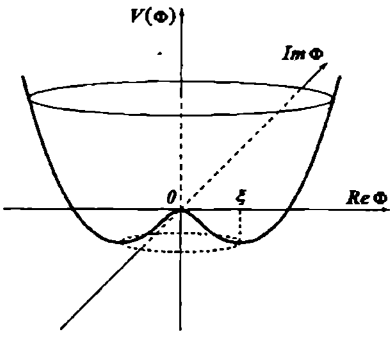
حيث $\Phi$ مجال لامتجه مركب، $\Phi^\dagger$ مقترن هيرمتي الخاص به، و$m^2$ مربع كتلته، و$\lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2$ يصف تفاعلـه الذاتي، مع $\lambda$ ثابت اقتران موجب. تـكون مثل هذه اللاجرانجية متماثلة تحت تأثير تحويلات الزمرة ذات طور التحويلات $U(1)$، أي:

$$\Phi(x) \rightarrow \Phi'(x) = e^{i\alpha}\Phi(x). \qquad (11.7)$$




الشكل ١١-٥

جهد المجال اللامتجــه V(Φ) للحالة العادية للحد الموجــب $m^2$، كما في المعادلة (١١-٦). الحد الأدنى ل V(Φ) يناظر القيمة $\Phi = 0$.




الشكل ١١-٦

جهد المجال اللامتجه V(Φ) في حالةِ الحد السالب ل $m^2$، لكن مع $\lambda > 0$ كما في المعادلة (١١-٨). يمكن كسر التماثل حيث حالة الهمود منحلة.

قد يسأل المرء عن ما يحدث لو كان حد الجهد:

$$V(\Phi) = -m^2\Phi^\dagger\Phi + \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2. \qquad (11.8)$$

وهناك إغراء بأن تكون الإجابة أن هذا مساو لأن يكون هناك تاكيونات لامتجهة، لأن $m^2$ تناظر مربع حد الكتلة، ولو كان الحد سالبًا، فإنه يؤدي إلى تاكيونات. لكن الحد الحالي $\lambda(\Phi^{\dagger}\Phi)^2$ يقتـرح تفسيرًا أكثـر حرصًا. تم تمثيل الجهد (١١-٦) في الشكل ١١-٥. ويناظر الحد الأدنى لهذا الجهد $\Phi = 0$. عندئذ يصف التعبير (١١-٦) جسيمات لها كتلة m. وحالة الهمود (أو حالة الفراغ) غير منحلة.

يأخذ الجهد (١١-٨) الشكل الموضح في الشكل ١١-٦. ويتم الوصول إلى الحد الأدنى للجهد عند قيمة ل $|\Phi|$ تختلف عن الصفر، وهي ما سوف نطلق عليها ع. في هذه الحالة نقول إن كسر التماثل التلقائي SSB يحدث، كما تمت مناقشته في الفصل ٣. هناك حالات فراغ كثير إلى مالانهاية تتولد عن تحويل مجال $\Phi$ تبعًا ل (١١-٧). وكلها مختلفة ولا يمكن أن يوجد تراكب ميكانيكي كمي لها - بالنسبة للفراغات المختلفة هناك عوالم مختلفة مناظرة. وبشكل أكثر دقة، فضاءات هيلبرت الناتجة عن فراغات مختلفة تكون كلها متعامدة على بعضها البعض، لذلك تتلاشى كل تأثيرات التداخل في التراكبات الخطية بين الحالات المناظرة. فقط يمكن استخدام واحدة فقط من هذه النقاط كفراغ فعلي. وعادة يتم اختيار الجزء المحصور مع محور $\Phi$ الحقيقي. ويمكن إثبات أنه، في هذه الحالة، تصف اللاجرانجية مجال لامتجه متكتل ومجال آخر بدون كتلة.

تقول فرضية نامبو - جولدستون أنه عندما يكون التماثل العام قد تم كسره تلقائيًا، تظهر الجسيمات عديمة الكتلة. ويُطلق على هذه الجسيمات اللامتجهة عديمة الكتلة اسم بوزونات جولدستون، أو بوزونات نامبو - جولدستون[1]. لو كان التماثل عام يجب أن يوجد بوزون نامبو-جولدستون، ولكن لو كان التماثل محلي (أي لو أن البارامتر $\alpha$ دالة ل x)، لا تكون الحالة هكذا، تبعًا لآلية بروت - إنجلرت - هيجز.

---

(١) حقيقة أن الجسيمات منعدمة الكتلة تصاحب كسر التماثل العام تم الوصول إليها في ١٩٦٠ بواسطة يوشيرو نامبو Yoichiro Nambu (مولود في ١٩٢١) في سياق آلية التوصيل الفائق لباردين-كوبر-شيفر BCS. وتم تطوير الفكرة وتفسيرها بواسطة جيفري جولدستون Jeffrey Goldstone (مولود في ١٩٣٣). بذلك، الأكثر صحة تسميتها بوزونات نامبو-جولدستون.

## ١١-٤ آلية بروت - إنجلرت - هيجز:

ما الذي يحدث لو أن المجال غير المتجه تفاعل مع بعض المجالات القياسية، على سبيل المثال مع مجالات غير آبلية يانج-ميلز؟ في هذه الحالة، لو أن هناك كسر تماثل، سوف يتم حذف بوزونات نامبو-جولدستون المرغوب فيها من النظرية، بينما تصبح بعض المجالات القياسية متكتلة. ويساو ذلك زيادة درجات حريتها بنفس الكمية التي فقدتها المجالات اللامتجهة. لكل بوزون نامبو-جولدستون مرغوب فيه، يصبح جسيم متجه بدون كتلة (مجال قياس) متكتل.

توجد هذه الآلية أيضًا في نظرية الموصلية الفائقة. وهناك، يكون المجال اللامتجه هو زوج كوبر من الإلكترونات ومجال متجه يصبح متكتل هو المجال الكهرومغنطيسي. وتتضمن هذه "الكتلة" أن المجال المغنطيسي له عمق اختراق قصير.

تم اقتراح آلية كسر التماثل التلقائي في سياق نظريات مجال القياس لأول مرة بواسطة روبرت بروت Robert Brout (١٩٣٨-٢٠١١) وفرانسوا إنجليرت Francois Englert (مولود في ١٩٣٢) في ١٩٦٤، وبعد ذلك بوقت قصير جدًا، بواسطة بيتر هيجز Peter Higgs (مولود في ١٩٢٩). وساهم أيضًا جيرالد جارالنيك، وكارلف هاجين، وتوماس كيبل في تفسير الآلية. وفي هذا الكتاب سوف نشير إليها باعتبارها آلية بروت - إنجليرت - هيجز(١). وحصل على جائزة نوبل في الفيزياء ٢٠١٣ فرانسوا إنجليرت وبيتر هيجز، للاكتشاف النظري لهذه الآلية.

بالفعل، لو فكرنا في ما هو أعمق، لا يتم كسر تماثل القياس حقًا، لكنه بالأحرى يكون مختفيًا. وبنية الفراغ تماثل البنية في الشكل ١١-٦، لكن الآن يتم ربط حالات الفراغ المختلفة بتحويلات قياس. ويخبرنا تماثل قياس اللانجرانجية أن ليس كل درجات الحرية للمجال اللامتجه وللمجالات المتجهة تكون مستقلة. ولتكميم النظرية، علينا تثبيت القياس، أي بأن نفرض شروطًا بين المجالات، بحيث ينخفض

(١) يُشار كثيرًا جدًا إلى هذه الآلية ببساطة على أنها آلية هيجز.

عدد درجات الحرية إلى الدرجات الفيزيائية فقط. في نظريات مجال القياس العادية، يتم فعل ذلك بفرض علاقات بين مركبات مجالات القياس، مثل، على سبيل المثال، $\partial_\mu A^\mu(x) = 0$، وهو ما يُطلق عليه قياس لورنتز في الديناميكا الكهربائية الكمية. في حالتنا هذه، يمكننا تثبيت القياس أيضًا بفرض شروط على درجة الحرية اللامتجهة. هناك شرط قياس على درجة الحرية اللامتجهة يسمى قياس التوحيدية unitarity gauge، الذي تم استخدامه في الأصل لتوضيح أن مجالات يانج - ميلز تكتسب كتلة، وأن بوزون جولدستون منعدم الكتلة يظهر. حيث أنه تم الاحتفاظ بلاتغير القياس، يمكن استخدام قياس لاندو (أو بشكل أكثر عمومية قياسات موافقة التغير) كما فعل بروت وإنجليرت، حيث تم اقتراح إعادة التسوية بشدة لكن التوحيدية لم تكن واضحة. وبدلاً من ذلك، يمكننا أخذ قياس توحد الذي استخدمه هيجز (عندما يتم ترجمته إلى لغة نظرية المجال)، حيث التوحد واضح لكن إعادة التسوية مخبأة. بالفعل، ما ننظر إليه باعتباره كسر تماثل، هو عملية تثبيت قياس، ولا يتم كسر تماثل القياس بأية طريقة، لكنها تكون مخبأة فقط. مصطلح "كسر تماثل القياس تلقائيًا"، رغم أنه غير كاف للغرض تمامًا، فإنه يشير إلى مثل هذا الموقف. والنتيجة الجديرة بالملاحظة لآلية بروت – إنجليرت - هيجز المطبقة على تفاعل مجال يانج-ميلز مع مجال لامتجه مع تماثل قياس مكسور تلقائيًا هي أن النموذج قابل لإعادة التسوية. وبالتالي، تصبح الآلية عنصرًا أساسيًا في النظرية التي تصف توحيد التفاعلات الكهرومغنطيسية والضعيفة.

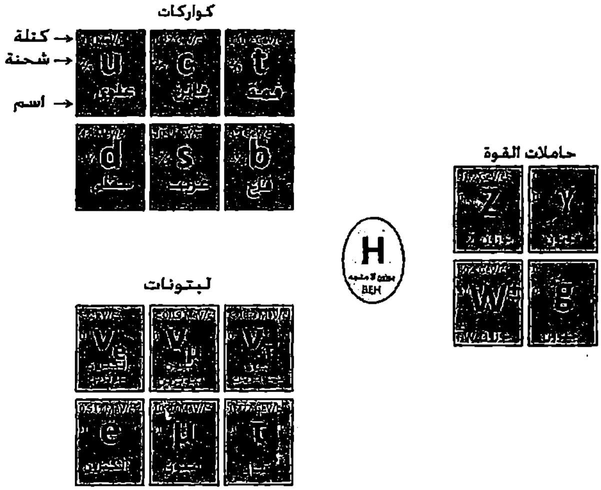
## ١١-٥ نموذج جلاشو – سلام – وينبرج:

يعبر النموذج المعياري لتفاعلات الجسيم عن معرفتنا الحالية بالتفاعلات الكهرومغنطيسية، والضعيفة، والشديدة. ويقدم الشكل ١١-٧ مختصرًا للجسيمات الأولية المتضمنة في النموذج المعياري. على الجانب الأيسر من الشكل ما يسمى جزيئات المادة، الكواركات واللبتونات، وكلها لها لف ١/٢. وعلى الجانب الأيمن

حاملات القوى الكهرومغنطيسية، والضعيفة والشديدة، وكلها لها لف ١ (بوزونات متجهة). في الوسط جسيم بروت-إنجليرت-هيجز اللامتجه (اللف صفر)، الذي يظهر من الكسر التلقائي لتماثل القياس $SU(2)_L \times U(1)$. والجسيمات المضادة للجسيمات الأولية يجب أن تكون متضمنة أيضًا، رغم أنه لم يتم ذكرها بوضوح.

نموذج جلاشو - سلام - وينبرج هو نظرية التوحيد للتفاعلات الكهرومغنطيسية والضعيفة. وقصة إدراكه مثال مدهش للإبداع النظري العلمي القائم على دليل تجريبي نادر يؤدي إلى تنبؤات مذهلة. حصل جلاشو، وسلام، ووينبرج على جائزة نوبل في ١٩٧٩ عن هذه النظرية، بعد إنجاز الكثير من الإثباتات. بدأت القصة في ١٩٦١، عندما اقترح جلاشو كبنية توحيد كهروضعيف زمرة قياس $SU(2) \times U(1)$. في ذلك الوقت، لم يكن معروفًا كيفية جعل بوزونات القياس متكتلة. وتم اقتراح آلية بروت - إنجليرت - هيجز في ١٩٦٤ ودمج وينبرج الآلية في نموذج جلاشو في ١٩٦٧. وفي ١٩٦٨، كان جلاشو، وسلام ووينبرج قد صاغوا بالتفاصيل نموذجهم النظري لتوحيد الكهروضعيف. في ١٩٧١-١٩٧٢، برهن جيرارد تهوفت Gerard't Hooft (مولود في ١٩٤٦) ومارتينوس فيلتمان Martinus Veltman (مولود في ١٩٣١) أن هذا النموذج النظري بكسر التماثل التلقائي قابل لإعادة التطبيع renormalizable، وحصلا على جائزة نوبل في ١٩٩٩.

يتحكم في النموذج زمرة قياس $SU(2)_L \times U(1)_Y$ (العلامة x تتم قراءتها "حاصل الضرب المباشر للزمر" وتعني أن تحويلي زمرتين يعمل مستقلاً). والحرف المكتوب في الأسفل L يعني "أيسر" وهو إشارة إلى حقيقة أن كسر التكافؤ في التفاعلات الضعيفة وأن النيوترينات التي تتم ملاحظتها هي لفافات spinors ذات اتجاه يساري. والزمرة $U(1)_Y$ التي بدأنا بها لا تمثل التفاعل الكهرومغنطيسي، لكنها تماثل آخر، الرقم الكمي المصاحب له يسمى الشحنة الفائقة الضعيفة ويرمز له ب Y. وفقط بعد كسر التماثل سوف يظهر التفاعل الكهرومغنطيسي العادي على هيئة بقايا تماثل قياس، $U(1)_{em}$. يجب التأكيد على أن زمرة القياس $SU(2)_L$ هذه لا علاقة لها بزمرة التماثل العام اللف المتماثل$U(1)_{em}$ . ويجب التأكيد على أن زمرة القياس $SU(2)_L$ هذه لا علاقة لها بزمرة التماثل العام اللف المتماثل الشديد $SU(2)$، التي أشرنا إليها سابقًا.




الشكل ١١-٧

جسيمات أولية في النموذج المعياري لتفاعلات الجسيم.

بشكل عام، يمكن تفكيك أي لفاف عادي، مثل مجال إلكترون، إلى مجموعة مساقط لف في اتجاه كمية الحركة helicities ذات اتجاه يساري وذات اتجاه يميني.

$$e(x) = e_L(x) + e_R(x).$$

في هذه الصيغة، ب $e(x)$ نرمز إلى مجال الإلكترون، الذي تم الرمز إليه في الفصل ٧ سابقًا ب $\Psi(x)$ . وفي النموذج المعياري هناك الكثير جدًا من جسيمات المادة، حتى أنه من المناسب أكثر الرمز للمجالات المناظرة ببساطة برموز للجسيمات.

في نموذج جلاشو - سلام - وينبرج، تم تجميع اللبتونات والكواركات في تمثيلات أساسية لزمر قياس $SU(2)$ و$U(1)$. لتقديم خرق التكافؤ parity violation، فقط الأجزاء ذات الاتجاه اليساري للفافات سيسمح لها بالتفاعل مع ثلاث بوزونات قياس $SU(2)$. ويتم إحراز ذلك بتوزيع المركبات ذات الاتجاه اليساري إلى أزواج $SU(2)$ والمركبات ذات الاتجاه اليميني إلى مفردات $SU(2)$. ورغم ذلك تتفاعل مركبات كلاً من L وR بصورة متطابقة مع بوزون القياس $U(1)_Y$. بالنسبة لقطاع اللبتون يكون لدينا التعيين التالي للتمثيلات:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L, e_R, \mu_R, \text{ and } \tau_R, \tag{11.9}$$

بينما بالنسبة للكواركات يكون لدينا:

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L, u_R, d'_R, c_R, s'_R, t_R, \text{ and } b'_R. \tag{11.10}$$

حالات الكوارك d' وs' وb' التي لها دور في التفاعلات الضعيفة، هي جمع خطي (خليط) لحالات الكوارك d وs والتي تتفاعل بشدة. وضرورة خلط الكواركات تمليها التجربة، وسوف نناقش ذلك ببعض التفاصيل لاحقًا. تذكر أيضًا أن كل الكواركات لها مركبات L وR، بينما في قطاع اللبتون ليس للنيوترينات مركبة R، في اتفاق مع الملاحظات التجريبية.

يجب أيضًا الإشارة إلى أن هذا التعيين للتمثيلات يجعل من المستحيل وجود حدود كتلة عادية لجسيمات المادة، حيث أن مثل هذه الحدود لا يمكن أن ينتج عنها لا متغير قياس. وتكتسب اللبتونات (في ما عدا النيوترينات) والكواركات في نموذج جلاشو – سلام – وينبرج كتلتها خلال نفس آلية بروت – إنجليرت – هيجز لكسر التماثل التلقائي الذي يعطي كتلاً لحوامل القوة الضعيفة.

دعنا الآن نعود إلى بوزونات القياس. هناك ثلاث بوزونات قياس تناظر تماثل $SU(2)_L$، وهو ما سنرمز إليه ب $W^k_\mu$، مع $k = 1, 2, 3$، وهناك أيضًا متجه بوزون واحد، $B_\mu$، يناظر تماثل الشحنة الفائقة $U(1)_Y$. لذلك، في الإجمال، يكون لدينا أربع بوزونات قياس. كل منها له فقط استقطابين ممكنين، مستعرضين بالنسبة إلى اتجاه الانتشار، أي بعبارة أخرى، درجتي حرية فيزيائيتين.

حول كسر التماثل التلقائي، يجب أن يصبح الحوامل الثلاثة للقوة الضعيفة متكتلة، وبذلك تحقق صفة المدى القصير للتفاعلات الضعيفة. ورغم ذلك، يجب أن يظل الفوتون الذي يتوسط التفاعل الكهرومغنطيسي بدون كتلة. وهذا يتضمن أن كسر التماثل ليس كاملاً، ولكنه بقايا لا متغيرة $U(1)_{em}$:

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \to U(1)_{em}.$$

لإنجاز ذلك، نستخدم آلية بروت – إنجليرت - هيجز بزوج من المجالات اللامتجة المركبة،

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix}. \qquad (11.11)$$

يتفاعل الزوج اللامتجه مع كل مجالات القياس الأربعة وتحتوي اللاجرانجية الخاصة به على جزء جهد بحد تفاعل ذاتي على هيئة:

$$-m^2\Phi^\dagger\Phi + \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2,$$

الذي ينتج عنه قيمة الفراغ المتوقعة غير الصفرية المطلوبة. ويناظر المركبات الأربع المتميزة للزوج غير المتجه أربع درجات حرية.

الكثافة اللاجرانجية لنموذج جلاشو–سلام–وينبرج، المحتوية على كل هذه المادة ومجالات القياس مع تفاعلاتها الخاصة، تكون لامتغيرة تحت تأثير زمرة قياس $SU(2)_L \times U(1)_Y$. ورغم ذلك، لا يكون فراغ النظرية لا متغير: بتحويلات القياس ننتقل من ترتيب فراغ إلى ترتيب فراغ مميز. ويجب علينا اختيار حالة الفراغ، التي تكافئ تثبيت القياس. وأي اختيار سيكون بنفس الجودة فيزيائيًا، لكن واحد منها؛ يسمى واحدية القياس unitarity gauge، يكون ملائم أكثر للتفسير الفيزيائي للنظرية الناتجة. في واحدية القياس، تختفي ثلاثة درجات حرية لامتجهة من اللاجرانجية، ويبقى لدينا لامتجه متكتل بدون شحنة، $H(x)$، وهو جسيم بروت–إنجليرت–هيجز. ويصبح ثلاثة توحيدات من بوزونات القياس الأصلية متكتلة، بينما جمع واحد يظل بدون كتلة. ويختلط بوزونان متجهين $W^k_\mu$ و$B_\mu$ كما يلي:

$$W_\mu^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 + iW_\mu^2),$$
$$W_\mu^- = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 - iW_\mu^2) \qquad (11.12)$$

و

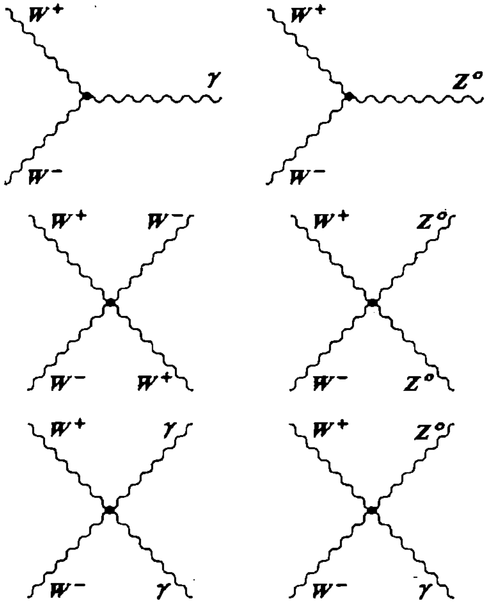
$$A_\mu = B_\mu \cos\theta_W + W_\mu^3 \sin\theta_W,$$
$$Z_\mu = -B_\mu \sin\theta_W + W_\mu^3 \cos\theta_W. \qquad (11.13)$$

يسمى البارامتر الحر $\theta_W$ زاوية وينبرج Weinberg angle، أو زاوية الاختلاط الضعيف weak mixing angle، وترتبط بثابت اقتران لتماثلي قياس $SU(2)_L$ و$U(1)_Y$. للمجالات $W^{\pm}_\mu$ شحنة كهربائية وتشكل زوج جسيم–جسيم مضاد. والمجال $Z_\mu$ متعادل وهو الجسيم المضاد لنفسه. وكل الثلاثة تعتبر الآن بوزونات متجهة متكتلة، أي لكل منها ثلاثة درجات حرية (اثنين مستعرضتي الاستقطاب وواحد استقطاب طولي). يقال أحيانًا أن مجالات القياس "أكلت ate" بوزونات جولدستون المزعومة. هكذا، فإن ما يتم فقده من درجات الحرية بواسطة المجالات اللامتجهة يتم كسبه بمجالات بوزون متجه. كتلة بوزون $Z_\mu$ هي $91.2\ GeV/c^2$ وكتلة $W^{\pm}_\mu$ هي $80.4\ GeV/c^2$ (أكثر بنحو ١٠٠ مرة من كتلة البروتون). وترتبط زاوية وينبرج أيضًا هاتين الكتلتين: $m_W = m_Z \cos\theta_W$. ويظل جمع $A_\mu$ بدون كتلة ويمثل فوتون التفاعل الكهرومغنطيسي.

توحيد الكهروضعيف يعنى أنه عند طاقات عالية جدًا (فوق مقياس التوحيد)، أو عند مسافات بالغة الصغر، تكون للقوة الكهرومغنطيسية وللقوة الضعيفة شدة مساوية. وفقط يعكس "الضعف" الواضح للتفاعل الضعيف في التجارب التي يتم إجراؤها عند طاقات منخفضة مدى تأثير مداه القصير. ونتيجة لذلك، فإن الاختلاف الأساسي بين شدة قوتين يمكن أن يعود فقط إلى كتلة البوزونات المتجهة التي تتوسط العمليات الضعيفة.

العمليات التي يشارك فيها جسيمات $W^{\pm}_\mu$ و$Z_\mu$ تكون تفاعلات ضعيفة. وتتفاعل بوزونات $W^{\pm}_\mu$ فقط مع مركبات L لمجالات المادة، بينما بوزونات $Z_\mu$ تتفاعل مع كلاً من مركبات L وR، ولكن بشكل مختلف. وبذلك يكون خرق التكافؤ الذي تم ملاحظته في التفاعل الضعيف مندمج تمامًا بشكل جيد في النموذج. ويتفاعل الفوتون $A_\mu$ بشكل غير مباشر مع مركبات L وR لمجالات المادة.

حيث أننا بدأنا بنظرية مجال القياس غير الآبلية، تظهر الاقترانات غير الخطية لبوزونات القياس. عادة، يتفاعل الفوتون مع $W^{\pm}$، حيث أنها جسيمات مشحونة. لكن تحدث أيضًا اقترانات ثلاثية ورباعية ل $W\pm$، بالإضافة إلى توحدات أخرى ل $W\pm$ و $Z$ و $\gamma$. وكل نقاط تقاطع البوزون المتجه الممكنة ممثلة في الشكل ١١-٨.




الشكل ١١-٨

كل نقاط تقاطع متجه البوزون في نموذج جلاشو-سلام-وينبرج لتوحيد الكهروضعيف.

بينما التفاعلات الضعيفة التي تتضمن بوزونات $W^{\pm}_{\mu}$ كانت متوقعة، كان البوزون المتعادل $Z_{\mu}$ تنبؤ للنظرية. يتفاعل البوزون $Z_{\mu}$ مع كل جسيمات المادة، بما في ذلك النيوترينات. وتتوسط في عمليات التيار المتعادل، وكان رصدها أحد أول الإثباتات لنموذج جلاشو-وينبرج-سلام. وتم اكتشاف التيارات المتعادلة الضعيفة في ١٩٧٤ في تجربة نيوتين بغرفة فقاعة جارجاميل في CERN. ووجود التيار المتعادل

يعني أن القوة الضعيفة تعمل أيضًا بين الإلكترونات، بالإضافة إلى القوة الكهرومغنطيسية التي تتوسط بواسطة الفوتونات. وتؤثر هذه القوة أيضًا بين الفوتونات والإلكترونات في الذرة، وبين الفوتونات والنيوترينات داخل النواة.

مبكرًا في ١٩٨٣، في تجارب تم إجراؤها في CERN بتعاون بين UA1 وUA2، عندما تم جعل أشعة بروتونات وبروتونات مضادة تتصادم عند طاقة عالية بما فيه الكفاية، ظهر بعض من الإلكترونات ذات الطاقة العالية وتم تفسير وجودها بأنه يعود إلى انحلال منتجات $W^{-}_{\mu}$ في تصادمات بروتون-بروتون مضاد. بعد وقت قليل من دليل بوزونات $W^{\pm}_{\mu}$ هذه، تمت ملاحظة أزواج إلكترون-بوزترون عالية الطاقة، قد يعود أصلها إلى تحلل جسيمات $Z_{\mu}$، تم إنتاجها أيضًا في تصادمات بروتون-بروتون مضاد. في ١٩٨٤، حصل كارلو روبيا Carlo Rubbia (مولود في ١٩٣٤) وسيمون فان دير مير Simon van der Meer (١٩٢٥-٢٠١١) على جائزة نوبل لهذا الاكتشاف التجريبي.

جسيم واحد تنبأ به نموذج جلاشو – وينبرج – سلام تهرب من الاكتشاف لأكثر من ٤٠ عامًا: لامتجه بروت – إنجليرت – هيجز. وكان منذ وقت قريب الاكتشاف الذي طال انتظاره أكثر من غيره في فيزياء الطاقة العالية. في الرابع من يوليو ٢٠١٢، جاءت أخبار في وقت واحد بأن تعاونًا بين ATLAS وCMS في CERN أدى إلى اكتشاف البوزون الذي كان مجهولاً سابقًا وله كتلة نحو $125\ GeV/c^2$. وأوضح تحليل البيانات الذي تم إجراؤه في ديسمبر ٢٠١٢ أن للجسيم لف 0 وسلوكه متلائم مع لامتجه النموذج المعياري.

## ١١-٦ تحول طور الكهروضعيف:

كما تمت الإشارة إليه بالفعل، هناك تشابه قريب مع ظاهرة الموصلية الفائقة، حيث يكتسب المجال المغنطيسي كتلة تتناسب عكسيًا مع طول اختراق لوندون London penetration، وهذا يتضمن تأثير ميسنر ووفقًا لاختراق المجال المغنطيسي

ينخفض الموصل الفائق أسيًا. يتم تدمير الموصلية الفائقة بزيادة درجة الحرارة أعلى درجة حرارة حرجة ما $T_c$، وفي ١٩٧٢ اقترح دافيد كيرزنيتز وأندريه ليند أن آلية مماثلة قد تحدث في نظرية الكهروضعيف. والفكرة أن بارامتر كسر التماثل ξ، ونتيجة لذلك، الكتلتان الفعالتان لبوزني $W^{\pm}{}_{\mu}$ و$Z_{\mu}$، يجب أن تنخفض مع درجة الحرارة وتتلاشيان عند درجة حرارة حرجة عالية بما يكفي. عند هذه النقطة، تصبح التفاعلات الضعيفة قوى طويلة المدى بصورة مجدية مثل القوة الكهرومغنطيسية. ويُعتقد بأن درجة الحرارة الحرجة لتحول طور الكهروضعيف هذا تصل إلى ١٠^١٥ كلفن. ويُعتقد بأن مثل درجات الحرارة المرتفعة هذه قد حدثت في المراحل المبكرة للكون، بعد الانفجار الكبير. وتحت هذه الظروف بالغة التطرف، تم حفظ التماثل، الذي تحطم عند درجات حرارة أكثر انخفاض، واكتسبت كل مركبات مجال الكهروضعيف وضعًا متساويًا.

الفكرة الأساسية أن الجهد الفعال يأخذ الآن شكلاً أكثر تعقدًا عن ما هو في (١١-٨)، حيث يجب أن نضع في اعتبارنا الجانب الكمي وتصحيحات درجة الحرارة. بالفعل، عند درجة حرارة مرتفعة جدًا، يصبح الأخير مهيمنًا. ويأخذ الجهد الفعال الهيئة التالية:

$$V(\xi) = \frac{\lambda \xi^4}{4} - \frac{a^2 \xi^2}{2} + V(\xi, T), \qquad (11.14)$$

حيث $V(\xi, T)$ يعتمد على ξ من خلال كتل الجسيمات (متجه البوزونين $W^{\pm}$ و$Z$، جسيم بروت-إنجليرت-هيجز اللامتجه، الإلكترونات، والكواركات)، حيث كل هذه الكتل تعتبر متولدة عن كسر تماثل تلقائي وتتناسب مع ξ. وعند درجات الحرارة المرتفعة، يمكن تقريب الحدود المساهمة في $V(\xi, T)$ بسلسلة من التمدد تحتوي حدودًا تتناسب مع $T^4, m^2T^2, m^3T, \ln T^2/m^2$...إلخ، حيث m ترمز إلى كتل أنواع الجسيم. وتساهم الفرميونات بالإضافة إلى البوزونات في هذه الحدود، في ما عدا الحد الأخير الخطي في T، والذي تساهم فيه البوزونات فقط.

في الشروط بالغة التبسيط، ينتج نموذجان محتملان، مما يؤدي إلى ظهور تحولات طور من الدرجة الأولى أو الثانية على التوالي، في تشابه قريب جدًا مع حالات

تمت مناقشتها في الفصل ٣. في حالة تحول الطور من الدرجة الثانية، تنخفض درجة حرارة الكون إلى القيمة الحرجة لطور تحول الكهروضعيف $T_c$، حيث يحدث كسر التماثل التلقائي بالبارامتر $\xi$ الذي يأخذ قيمة صغيرة. لكن في ما يشبه المادة المغنطيسية الحديدية (انظر الشكل ٣-٢٧ في الفصل ٣، بوضع $V(\xi)$ مكان $G_1(M)$ ووضع $\xi$ مكان M)، يزداد هذا البارامتر بالتدريج مع انخفاض درجة الحرارة. وهذا يناظر الحالة حيث يكون للجهد الفعال الهيئة التالية:

$$V(\xi) = \frac{\lambda \xi^4}{4} - \frac{\gamma}{2}(T_c^2 - T^2)\xi^2, \qquad (11.15)$$

مع $\gamma$ ثابت و$T_c$ درجة الحرارة الحرجة لحفظ التماثل.

لكن لو أن طور التحول من الدرجة الأولى، يشبه الموقف ما يحدث في بعض المواد الكهرحديديـــة (انظر الشكل ٣-٢٨ في الفصل ٣) وهذه المرة نضع مكان $G_1(P)$ ال$V(\xi)$ ومكان P نضع $\xi$). وعندما يكون للطاقة الحرة (أو الجهد الفعال) للأطوار المتماثلة وغير المتماثلة نفس القيمة، يحدث كسر التماثل التلقائي في بعض مناطق الكون. تشكلت الفقاعات مع كسر التماثل، وكوننا المرئي هو إحداها. والجهد الفعال الذي يصف مثل هذه الحالة هو:

$$V(\xi) = \frac{\lambda \xi^4}{4} + \frac{\gamma}{2}(T^2 - T_0^2)\xi^2 - \frac{1}{3}\alpha T \xi^3, \qquad (11.16)$$

حيث $T_0$ درجة الحرارة التي فوقها يكون طور التماثل $\xi = 0$ شبه مستقر. لهذا الجهد حدين أدنيين، حد ل $\xi = 0$ وآخر ل $\xi_M \neq 0$. وتصف درجة الحرارة الحرجة التي عندها $V(0) = V(\xi_M)$ تحول الطور المتقطع. معالجة طور الكهروضعيف الوارد في هذا الجزء لها طبيعة كيفية من الناحية الأساسية. على سبيل المثال، قد تتغير الشروط بشدة لو كانت كتلة بوزون بروت-إنجليرت-هيجز أكثر من $60\ GeV/c^2$، ويبدو أن هذا هو الوضع. وتقترح تجارب معجل الهدرون الكبير LHC أنها نحو $125\ GeV/c^2$. وفي هذه الحالة، تكون الطرق الرقمية ضرورية للحصول على نماذج أكثر واقعية لتحول طور الكهروضعيف.

## ١١-٧ الهدرونات والكواركات:

هناك اختلاف أساسي بين اللبتونات والهدرونات. اللبتونات لا تتفاعل بشدة. من جانب آخر، فإنها تسلك كجسيمات بدون بنية داخلية، أي جسيمات شبه نقطة. بدون أبعاد قابلة للإدراك. وتختلف الهدرونات عن اللبتونات من جوانب متعددة. في المقام الأول، يكون لها أبعاد تصل إلى ١٠^-١٣ سم، وفي تصادمات هذه الجسيمات عند طاقات عالية جدًا، تظهر لها بنية داخلية. ويبدو أن المجالات الكهربائية، والمغنطيسية والشديدة للبروتونات والنيوترينات تنبعث من مصادر شبه نقطة داخلها — الكواركات quarks.

الكواركات فرميونات، أي، تخضع لمبدأ باولي، ويتوسط التفاعل الشديد بينها اللون أو مجال الجلوون.

هناك خاصيتان يُعتقد بأنهما أساسيتين للكوراكات: إحداهما تسمى الحصر confinement والأخرى الحرية المقاربة asymptotic freedom. حصر الكوارك يعني أن هذه الجسيمات لا توجد في الحالة الحرة: تعيش الكواركات داخل الهدرونات ولا توجد مفردة كوارك. وتظهر فقط على هيئة أزواج، وثلاثيات، أو في أشكال أكثر تعددية. والباريونات تتكون من ثلاثة كواركات وميزونا من أزواج كوارك- كوارك مضاد.

والحرية المقاربة خاصية للكواركات من خلالها تسلك كما لو أنها حرة، أو لا تتفاعل تمامًا، عندما تتقارب بما يكفي (أو بشكل مساو، عندما تكون طاقتها عالية جدًا، أي عندما نلاحظها بإحداث تصادم للجسيمات عند طاقة عالية جدًا). وهناك أنواع متعددة من الكواركات، تُعرف بشكل فكه إلى حد ما لدى علماء الفيزياء بأنها نكهات flavours. ومن المعتقد في الوقت الحالي أن هناك ست نكهات. هناك مجموعة من الأرقام الكمية لأي نكهة أو لون. وهناك رقم بريوني $B(=1/3)$، ولف $J(=1/2)$، ولف متماثل I وإسقاطه $I_3$، والغرابة S، والفاتن C، والقاع (أو الجمال) $\boldsymbol{B}$ ، والقمة (أو الحقيقة) T، والشحنة الكهربائية $Q$ (بوحدات ل e).

| نكهة الكوارك | I | $I_3$ | S | C | B | T | $Q$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| علوي u | ٢/١ | ٢/١ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ | ٣/٢ |
| سفلي d | ٢/١ | ٢/١- | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ | ٣/١- |
| غريب s | ٠ | ٠ | ١- | ٠ | ٠ | ٠ | ٣/١- |
| فاتن c | ٠ | ٠ | ٠ | ١+ | ٠ | ٠ | ٣/٢ |
| قاع b | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ | ١- | ٠ | ٣/١- |
| قمة t | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ | ١+ | ٣/٢ |

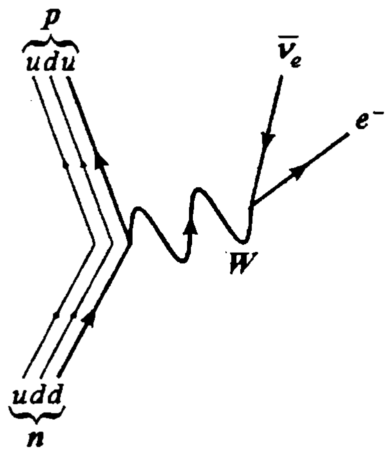
تربط صيغة جيل-مان-نيشيجيما هذه الأرقام الكمية التي تميز كل جسيم:

$$Q = (\mathrm{B} + S + C + B + T)/2 + I_3. \qquad (11.17)$$

وتتكـون المادة العاديـة فقط من الجسيمات الأولية من الجيل الأول، أي الكواركين u وd واللبتونين e و$\nu_e$، كلها مع جسيماتها المضادة. وكل أعضاء الجيلين الآخرين تم اكتشافها في تجارب فيزياء الطاقة العالية (الأشعة الكونية أو معجلات الجسيم). على سبيل المثال، يكون للبروتون البنية uud، مع شحنة كهربائية كلية +١. وللنيوترون بنية udd، مع شحنة خالصة صفر، بالمثل، ميزون $\pi^+$ له البنية $(u\bar{d})$ أي، يتألف من كوارك u له شحنة ٢/ ٣ وكوارك مضاد $\bar{d}$، له شحنة ١/ ٣، لذلك شحنته +١.

آلية انحلال بيتا يمكن فهمها الآن على أنها تعود إلى عملية يبث خلالها كوارك d في نيوترون بوزون افتراضي $W^-$ له شحنة -١، ويصبح عندئذ كوارك u، بحيث ينتقل النيوترون الأصلي من البنية المحايدة udd إلى uud، مع شحنة +١، تناظر بروتون. وينحل $W^-$ الافتراضي إلى إلكترون ونيوترين مضاد (انظر الشكل ١١-٩).

تتجمع الكواركات على هيئة باريونات وميزونات. والباريونات، التي لها رقم باريوني ١، تتألف من ثلاثة كواركات، ونتيجة لذلك يمكن أن يكون لفها إما ١/ ٢ أو ٣/ ٢. والميزونات، وهي أزواج كوارك-كوارك مضاد يمكن أن يكون لها إما لف صفر (ميزونات شبه لامتجهة) أو لف ١ (ميزونات متجهة). وتناظر حالتا اللف هاتين جسيمات لها أقل كتل، عندما تكون كميات الحركة الزاوية بين الكواركات صفر.




الشكل ١١-٩

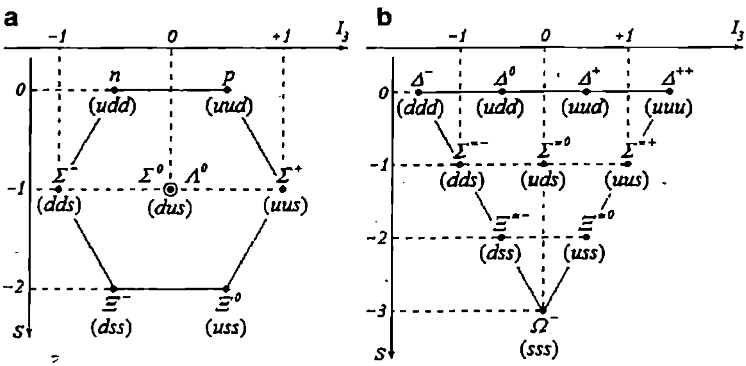
آلية انحلال بيتا حيث يتم تبادل بوزون W، مع تمثيل النوكليونات باستخدام نموذج كوارك.

بعد الحرب العالمية الثانية، مع تطور تقنية المعجلات، تم إنتاج عدد كبير من الجسيمات – الباريونات والميزونات– في المختبرات. وبعضها، جسيم $\Lambda^0$ وميزونات K، كان لها سلوك غير متوقع، غريب، في انحلالاتها الضعيفة. ما الذي كان غريبًا فيها؟ هناك ارتباط مباشر بين شدة تفاعل ما وسرعة التفاعل[١]. فجسيمات $\Lambda^0$، على سبيل المثال، لها عمر طويل نسبيًا على مقياس الزمن النووي، يصل إلى نحو $١٠^{-٨}$ إلى $١٠^{-١٠}$ ثانية، وهو نموذجي بالنسبة لانحلال تفاعل ضعيف. من جانب آخر، يتم إنتاجها بوفرة، وهو أمر نموذجي بالنسبة للتفاعل الشديد. لو كان عليها أن تنحل بتفاعل شديد، لكان عمرها نحو $١٠^{-٢١}$ إلى $١٠^{-٢٢}$ ثانية. ولاحقًا، تم إنتاج جسيم متسلسل $\Xi$، وانحل في $١٠^{-١٠}$ إلى $\Lambda^0$ وبيون، ثم انحل $\Lambda^0$ بعد ذلك أكثر إلى بيون ونوكليون. ولتفسير طبيعة مثل هذه الجسيمات، التي تم إنتاجها فقط في أزواج في التفاعلات الشديدة، تم اقتراح رقم كمي جديد، الغرابة strangeness، بواسطة كازاهيكو نيشيجيما Kazuhiko Nishijima (١٩٢٦-٢٠٠٩) في ١٩٥٥ وموراي

(١) من باب التوضيح التفكير في أنه، لو كانت عملية تفاعل شديد تحدث على مقياس زمني معين في 1 ثانية ، عندئذ تحدث عملية التفاعل الضعيف في مليون سنة!

جيل-مان Murray Gell-Mann (مولود في ١٩٢٩) في ١٩٥٦. كان هذا أول رقم كمي تم تقديمه بعد اللف المتماثل الشديد لهيزنبرج، الذي يميز النوكليونات. والغرابة محفوظة في التفاعلات الشديدة والكهرومغنطيسية، لكن ليس في التفاعلات الضعيفة. عندئذ تم تقديم مخطط تصنيف للهدروناتن قائم على زمرة تماثل نكهة SU(3)، في ١٩٦١، بشكل مستقل بواسطة يافال ني إيمان وموراي جيل-مان. وأطلق عليه جيل-مان "الطريقة الثمانية The Eightfold Way". وهذا المخطط تذكاري لجدول العناصر الدوري لمنديليف، والذي تم وضعه ليعتمدا معًا على خواص الذرات، بدون أن تكونُ البنية الإلكترونية الضمنية معروفة في ذلك الوقت. بالمثل، كان تصنيف النكهة SU(3) مخططًا تجريبيًا، أدى إلى تنبؤ بالجسيمات التي تم العثور عليها بعد ذلك.

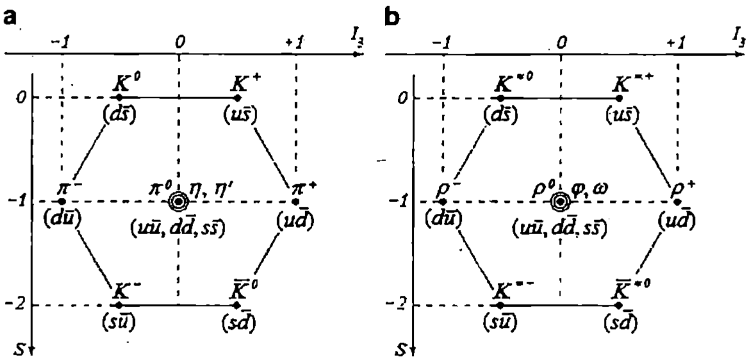
تصنيف SU(3) للباريونات والميزونات موجود في الشكلين ١١-١٠ و١١-١١. وفي ١٩٦١ كان المعروف فقط جسيمات بغرابة مفردة (مثل ميزونات $\Lambda^0$ وK) وبغرابة مضاعفة (جسيمات متسلسلة، $\Xi^0$ و$\Xi^-$)، ولم يكن معروفًا جسيم بغرابة ثلاثية. ورغم ذلك، تطلب تمثيل الزمرة SU(3) مثل هذا الجسيم لاستكمال عشارية decuplet الباريونات (الشكل ١١-b١٠). تم اكتشاف الجسيم $\Omega^-$، بغرابة -٣ في ١٩٦٤ في مختبرات بروكهافين القومية، مع خواص الانحلال التي تنبأ بها جيل-مان وني إيمان. وفي ١٩٦٩، حصل موراي جيل-مان على جائزة نوبل لمساهمته في تصنيف الجسيمات الأولية وتفاعلاتها.




الشكل ١١-١٠

(a) باريونات لف ١/ ٢

و(b) باريونات لف ٣/ ٢ في نموذج كوارك قائم على تماثل نكهة SU(3).




الشكل ١١-١١

(a) ميزونات شبه لامتجهة

و(b) ميزونات متجهة في نموذج كوارك قائم على تماثل نكهة SU(3).

ومن المثير للاهتمام بما فيه الكفاية، بينما تم قبول الجسيمات المعروفة في التمثيلات الأعلى للزمرة SU(3)، لم يكن هناك أي جسيم ينسب إلى التمثيل الأصغر، أو الأساسي، والذي كان فيه فقط ثلاثة عناصر. في ١٩٦٤، اقترح موراي جيل-مان وجورج زويج، بشكل مستقل، مجموعة من ثلاثة جسيمات أولية كأعضاء في التمثيل الأساسي، والتي منها كان من المتوقع أن تنشأ كل الباريونات والميزونات المعروفة. وأطلق عليها زويج "آسات aces"، بينما أطلق عليها جيل-مان "كواركات" ورمز إليها ب u وd وs. وأصبح الاسم الأخير هو الشائع. في الشكلين ١١-١٠ و١١-١١ تمت الإشارة أيضًا إلى مضمون الكوارك. وتم تقديم الكواركات كمجرد أداة رياضية، لتفسير مخطط تصنيف الهدرون. وحتى مبتكروها لم يفكروا فيها باعتبارها جسيمات حقيقية. في الواقع الفيزيائي تمت البرهنة على الكواركات في نهاية ستينيات القرن العشرين، بتجارب التبعثر اللامرن العميق. ومما أوحى بالفكرة تجارب رذرفورد بالذرات وجسيمات ألفا. في التبعثر اللامرن العميق، تم سبر بروتونات ونيوترونات النوى الذرية بأشعة لبتونية عالية الطاقة إلى حد كبير. وأوضحت هذه التجارب أن للهدرونات بنية داخلية، بثلاث مراكز تبعثر تشبه النقطة في الباريونات واثنين في

الميزونات. وأثبتت البيانات التجريبية أيضًا أن للمراكز شحنات كهربائية كسرية محددة للكواركات في النموذج المعياري.

ورغم ذلك، لم يتم أبدًا ملاحظة كواركات حرة. في التصادمات مرتفعة الطاقة حيث يتم ضرب الكوراكات والجلوونات حرة من النواة، مثلاً، تحدث عملية يطلق عليها الهدرنة hadronization: يتحد الكوارك الحر أو الجلوون الحر مع كواركات افتراضية وكواركات مضادة المتولدة تلقائيًا من الفراغ وتتشكل التدفقات الضيقة المحكمة للهادرونات. تلك هي الحالة المتعلقة بكل الكواركات إلا كوارك واحد: الكوارك الأكثر تكتلاً، العلوي، الذي بمجرد إنتاجه ينحل بالتفاعلات الضعيفة قبل أن يكون لديه الوقت للهدرنة بالتفاعلات الشديدة. القمة هو الكوارك الوحيد الذي تمت دراسته "مجردًا bare".

لكن دعنا نعود إلى قصة الكواركات كما كانت في الستينيات من القرن العشرين.

تذكر أن الغرابة يتم تحديدها بالكواركين s و $\bar{s}$ وهـــي محفوظة في التفاعلات الشديدة والكهرومغنطيسية، ولكن ليس في التفاعلات الضعيفة. من بين مجموعة الجسيمات الغريبة الباريون $\Lambda^0$ والميزونات $K^{\pm}, K^0, \bar{K}^0$ . وبنية الكوارك للكيبون kaon هي $K^0 = d\bar{s}, \bar{K}^0 = s\bar{d}, K^+ = u\bar{s}, K^- = s\bar{u}.$

وتم التوصل إلى أن معدلات الانحلال الضعيف حيث كان تغير الغرابة $\Delta S = 1$ وكانت أصغر بكثير من معدلات تلك الانحلالات حيث $\Delta S = 0$. في ١٩٦٣، قدم نيكولا كابيبو Nicola Cabibbo (مولود في ١٩٣٥) بارامتر خلط جديد، زاوية كابيبو $\theta_c$ لإنقاذ عمومية التفاعلات الضعيفة. باستعمال نموذج الكوارك، هذا يعني أن الكواركين d وs يشاركـان في التفاعلات الضعيفة في حالة كمية مختلفة على الهيئـة $d' = d\cos\theta_c + s\sin\theta_c$. لو كانت الزاوية $\theta_c$ صغيرة بما يكفي، يمكن أن يفسر ذلك الاختلاف في النتائج الذي تمت ملاحظته. تصبح المشكلة جادة أكثر في حالة بعض انحلالات التيار المتعادل حيث التغير $\Delta S = 1$ كان غائبًا، رغم أنه يبدو من الناحية النظرية أنه مسموح بها.

لذلك، في ١٩٧٠، اقترح شيلدون جلاشون وجون إليوبولوس John Iliopoulos (مولود في ١٩٤٠)، ولوشيانو مایانی Luciano Maiani (مولود في ١٩٤١) وجود كوارك رابع، الفاتن charm، والحالة المختلطة $s' = s \cos \theta_c - d \sin \theta_c$. وأدى ذلك إلى استبعاد الحد $\Delta S = 1$ بما يسمى الآن آلية GIM. نظريًا، هناك الآن زوجا كوارك، (u, d') و(c, s')، حيث:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_C & \sin\theta_C \\ -\sin\theta_C & \cos\theta_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}. \tag{11.18}$$

الجسيم الأولى المحتوي على الكوارك الفاتن تمت ملاحظته في ١٩٧٤ وتناولته التقارير في وقت واحد بواسطة فريق مركز ستانفورد للمسارع الخطي SLAC بقيادة بارتون ريشتر Burton Richter (مولود في ١٩٣١) وفريق مختبر بروكهافين القومي بقيادة ساموبل تينج Samuel Ting (مولود في ١٩٣٦). وحصل ريشتر وتينج على جائزة نوبل ١٩٧٦. الجسيم الشهير هو الميزون المتجه $J/\psi$، كما تم إعطائه اسمين مختلفين بواسطة الجماعتين التجريبيتين اللتين اكتشفتاه. هذا الميزون حالة مقيدة للفاتن والفاتن المضاد، وتسمى هذه الحالات المقيدة أيضًا الفاتن والفاتن المضاد charmonium. بعد اكتشاف كوارك c، لم تعد زمرة النكهة SU(3) كافية، وكان يجب تصنيف الجسيمات المركبة تبعًا لتمثيلات SU(4).

في ١٩٦٤، كان قد تم اكتشاف خرق CP في التفاعلات الضعيفة تجريبيًا (انظر الفصل ٩). ورغم ذلك، لم تكن هناك حدود تخرق CP في لاجرانجية النموذج المعياري. وبعد خطة آلية GIM، في ١٩٧٢، اقترح ماكوتو كوباياشي Makoto Kobayashi (مولود في ١٩٤٤) وتوشيهيد ماسكاوا Toshihide Maskawa (مولود في ١٩٤٠) زيادة عدد عائلات الكوارك بواحد، يتكون من الكواركين القمة والقاع، أو t وb، بحيث تكون الكواركات d و s وb مختلطة كلها. لذلك تمت زيادة مصفوفة كابيبو 2x2 إلى مصفوفة التوحد 3x3. وكان الاختلاف الحاسم أن مصفوفتها لها أربعة بارامترات مستقلة: ثلاث زوايا مختلطة وطور واحد، $e^{i\delta}$. ويوضح نقاش بسيط أن

الطور في مصفوفة كوباياشي-ماكاوا مسؤول عن انتهاكات CP: تظل لاجرانجية النموذج لا متغير CPT، وبالفعل لم تتم ملاحظة تحول عن تماثل CPT حتى الآن. خلال تحول الزمن العكسي t- ← t، يجب استبدال كل الأعداد المركبة في اللاجرانجية بمترافقاتها، ومن ثم $e^{-i\delta} \rightarrow e^{i\delta}$ . وبسبب تغير الطور، سوف تنتهك اللاجرانجية توحد T، لكن هذا يكافئ انتهاك توحد- CP، حيث أن اللاجرانجية هي تماثل CPT. مع مصفوفة كابيبو 2x2، لا يمكن إدخال انتهاك CP، حيث أنه في هذه الحالة لا يكون هناك تزاوج مركب. هكذا تم التنبؤ بعائلة كواركات جديدة. في ٢٠٠٨، تشارك كوباياشي ومايكاوا جائزة نوبل مع ييوشيرو نامبو، "لاكتشاف أصل التماثل المكسور الذي يتنبأ بوجود ثلاث عائلات على الأقل للكوراكات في الطبيعة".

من العائلة الثالثة، كان كوارك b هو الأول الذي تم اكتشافه في ١٩٧٧، في مختبر فيرمي، بواسطة فريق تجربة E288 الذي قاده ليون ليدرمان. وتم اكتشاف الكوارك t، الأكثر ثقلاً ب ٤٠ مرة من القاع، في ١٩٩٥ بواسطة مختبر فيرمي أيضًا، عن طريق فريقي CDF وDO، باستخدام مصادم تيفارتون.

في ١٩٦٧، تحقق أندري ساكهاروف Andrei Sakharov (١٩٢١-١٩٨٩) من أن انتهاك CP كان مكونًا أساسيًا لتفسير تماثل المادة- المادة المضادة الذي تمت ملاحظته في كوننا.

في ٢٠٠١، جاءت أخبار عن تجارب مهمة أجرتها مجموعتان متعددتا الجنسيات، إحداهما في تعاون بيل، في مختبر KEK في تسوكوبا، اليابان، والأخرى في SLAC، باستخدام كاشف بابار. في هذه التجارب، اتضح وجود اختلاف أو عدم تماثل بين انحلالات الميزونات $B^0 = d\bar{b}$ وانحلالات جسيماتها المضادة $\bar{B}^0 = b\bar{d}$. كان هذا اكتشافًا مهمًا بعد تجارب ب $K^0 - \bar{K}^0$ تم إجراؤها بواسطة كرونين وفيتش في ١٩٦٤ في ما يتعلق بانتهاك لاتغير CP. كان ذلك أمر بالغ الأهمية بالنسبة لمسألة تماثل المادة- المادة المضادة ونشوء الباريون baryogenesis (انظر الجزء ١١-١١).

## ١١-٨ تذبذبات النيوترين والكتل:

رغم أنه كان قد تم وضع نظرية لنيوترين الإلكترون بواسطة باولي في ١٩٣٠ لتفسير الطيف المربك لانحلال بيتا، فإن الملاحظة المباشرة للنيوترينات تم الإبلاغ عنها فقط في أواخر ١٩٥٦. النيوترينات جسيمات مراوغة، بدون شحنة كهربائية وكتلة بالغة الصغر، حتى أنها تنتشر في العادة بسرعة الضوء. وهي تتفاعل فقط بشكل ضعيف، وتحتاج إلى كمية كبيرة من البراعة لابتكار تجربة لملاحظتها. كانت الطريقة التي اخترعها فريدريك رينس Frederick Reines (١٩١٨-١٩٩٨) وكلايد كوان Clyde Cowan (١٩١٩-١٩٧٤) للكشف عن نيوترينات مضادة حرة هي ما يُطلق عليه انحلال بيتا العكسي. في هذه العملية، يتفاعل نيوترين مضاد مع بروتون، ليعطي في الحالة الأخيرة نيوترون وبوزترون:

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+.$$

في تجربة رينس-كوان، تم إنتاج تدفق كبير من النيوترينات المضادة بواسطة مفاعل نووي. وتفاعلت مع بروتونات من خزان ماء. اتحدت البوزترونات الناتجة على الفور مع الإلكترونات، مما أدى إلى فوتونين ( $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$ ) يمكن كشفها بالومضة. تم التأكد من انحلال بيتي العكسي بكشف نيوترونات الحالة النهائية، باستخدام قضبان كادميوم. يمتص الكادميوم النيوترونات باحتمالية عالية، لتنتقل إلى حالة مستثارة. وعندما تعود إلى حالة أدنى طاقة، تطلق ذرات الكادميوم فوتونًا. وتزامن إبادة الإلكترون-بوزترون مع الإمساك بالنيوترون كان بصمة مزدوجة لكشف النيوترينات المضادة الحرة $\bar{\nu}_e$ .

تم كشف الميونات في ١٩٣٦ بواسطة كارك أندرسون في تجارب بالأشعة الكونية، التي كانت في ذلك الوقت مسارعات طبيعية للجسيمات. كانت خواصها مماثلة جدًا لخواص الإلكترونات، ولهذه الأسباب أُطلق عليها أيضًا "إلكترونات ثقيلة" (لها كتلة أكبر بنحو ٢٠٠ مرة من الإلكترونات). كان من المتوقع أن التزاوج بالنيوترينات كان سيحدث في هذه الحالة أيضًا. وتم اكتشاف نيوترين الميون في ١٩٦٢

في مختبر بروكهافين الوطني بواسطة فريق قاده ليون ليدرمان Leon Lederman (مولـــود في ١٩٢٢)، وميلفـن شوارتـــز Melvin Schwartz (١٩٣٢-٢٠٠٦)، وجاك ستينبرجر Jack Steinberger (مولود في ١٩٢١). وحصلوا على جائزة نوبل في ١٩٨٨.

كان آخر لبتون تم اكتشافه هو التاو tau أو "الإلكترون فائق الثقل"، تم اكتشافه في ١٩٧٥ في SLAC، بواسطة فريق قاده مارتن بيرل Martin Perl (مولود في ١٩٢٧). وفي ١٩٩٥، مع إعطاء جائزة نوبل لفريدريك رينس ومارتن بيرل تم تكريم اكتشافي أول نيوترين وأول لبتون. وتبع اكتشاف نيوترين التاو في عام ٢٠٠٠ في مختبر فيرمي، بتعاون DONUT. وأحداث تاو النيوترين نادرة جدًا، حتى أن ملاحظة حتى واحد منها يجعلها تحتل عناوين الصحف.

في النموذج المعياري، النيوترينات جزئيات بدون كتلة. ورغم ذلك، توضح التجارب أن الموقف مختلف تمامًا – لها كتل وتتذبذب من نكهة إلى أخرى. تم اقتراح تذبذبات النيوترينات في ١٩٥٧ بواسطة برونو بونتيكورفو Bruno Pontecorvo (١٩١٣-١٩٩٣)، في تشابه مع تذبذبات ميزونات K التي تم ذكرها في الفصل ٩. من الناحية الأساسية، من المفترض أن الحالات الذاتية الضعيفة $\nu_e$ و$\nu_\mu$ و$\nu_\tau$ هي حالات تراكبات كمية ميكانيكية للحالات الذاتية للكتلة $\nu_1$ و$\nu_2$ و$\nu_3$:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = V \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}, \qquad (11.19)$$

حيث V مصفوفة واحدية 3x3 تسمى مصفوفة بونتيكورفو- ماكي- ناكاجاوا - ساكاتا. من الخادع الحديث عن كتل حالات ذاتية ضعيفة. والحدود الموجودة في الشكل ١١-٧ تشير إلى توقعات قيم كتلة للحالات الذاتية الضعيفة. ورغم ذلك، لا يمكن إجراء قياسات كتلة مباشرة، ولكن التجارب توضح بشكل جلي أن تذبذب النيوترينات والحالات الذاتية للكتلة يجب أن توجد.

وعدد نيوترينات الإلكترون التي تم كشفها على الأرض باعتبار أنها قادمة من الشمس هو فقط نحو ثلث ما هو متوقع تبعًا لنظرية التفاعلات الحرارية النووية التي تحدث في الشمس. وهذا معروف بأنه مشكلة النيوترين الشمسية، وتم اكتشافها في نهاية ١٩٦٩، في تجربة هومستيك التي قادها رايموند دافيز Raymond Davis (١٩١٤-٢٠٠٦) وجون راهكول John Bahcall (١٩٣٤-٢٠٠٥). وفكرة أن النيوترينات قد تتذبذب، أي قد يتغير نيوترين الإلكترون إلى نيوترينات μ أو τ، هي تفسير مقنع لهذه الظاهرة الغريبة. بالفعل، قبل تجربة هومستيك، كان بونتيكورفو قد تنبأ بأن التدفق المرصود للنيوترينات الشمسية قد يكون أصغر بمرتين مما تم التنبؤ به (في تلك الأزمنة، كان من المعروف نوعين فقط من النيوترين). وكان ملاحظة تذبذبات النيوترين مهمة ضخمة لمن يجرون التجارب خلال سنوات متعددة. وتم الحصول على الدليل الحاسم لتذبذب النيوترين بداية من ١٩٩٨ بواسطة فريق سوبر-كاميوكاند في اليابان، الذي قاده ماساتوشي كوشيبا Masatoshi Koshiba (مولود في ١٩٢٦). وفي ٢٠٠٢، حصل دافيز وكوشيبا على جائزة نوبل "لمساهماتهما الرائدة في الفيزياء الفلكية، وبشكل خاص لكشف النيوترينات الكونية". وفي ١٩٨٥، اقترح ستانسلاف ميكوهيف وألكسي سميرنوف باستخدام الأعمال السابقة للينكولن وولفنشتاين، أن نكهة التذبذبات قد تعدلت عند انتشار النيوترينات في المادة. وهذا ما يُطلق عليه ظاهرة MSW (ميكوهيف-سميرنوف-وولفينشتاين). وهذه التذبذبات، التي تشبه الانكسار، تتطلب نيوترينات لكي يكون لها كتلة صغيرة، تصل إلى بضع $eV/c^2$. في ٢٠٠٢، تم رصد قياسات لتيارات متعادلة نتجت عن نيوترينات عائلات مختلفة في مختبر نيوترين سادباري SNO في أونتاريو، كندا، وتم إثبات النتائج بأن هناك نيوترينات غير إلكترون بمقدار ضعف نيوترينات الإلكترون. وتشير هذه الملاحظة إلى أنه لا يوجد نيوترينات شمسية مفقودة، وأن النيوترينات متكتلة في الحقيقة.

## ١١-٩ ديناميكا الألوان الكمية:

يتصف التفاعل الشديد بين الكواركات بأرقام كمية جديدة، تسمى ألوان. كل كوارك تم إعطاؤه نكهة، على سبيل المثال u، تظهر على هيئة ثلاثة ألوان، مثلاً أحمر وأخضر وأزرق.

يتوسط مجال اللون، حسب النموذج المعياري لتفاعلات الجسيم، جسيمات بدون كتلة تسمى جلوونات. وكوسيط للتفاعلات الشديدة، تعتبر شبيهة الفوتونات كوسيطة للتفاعلات الكهرومغنطيسية.

ويتيح وجود ثلاثة ألوان للكواركات أساس النظرية الحالية للتفاعلات الشديدة، المعروفة باسم ديناميكا الألوان الكمية QCD.

وضرورة أن يكون هناك رقم كمي للون الكواركات تمت ملاحظته أولاً في ١٩٦٥، بارتباط مع الباريون $\Omega^-$. يحتوي هذا الجسيم على ثلاثة كواركات غريبة، مع حالات لف مصطفة، حيث أن اللف الكلي ٣/ ٢ (انظر الشكل ١١-١٠). تم إنتاج الجسيم في حالة أدنى طاقة لثلاثة كواركات، وهي حالة تماثل تحت تبادل أي كواركين. ورغم ذلك، بقاعدة الاستبعاد لباولي يجب أن تكون الحالة غير متماثلة. وبالأرقام الكمية المعروفة، كان من المستحيل الحصول على مثل هذه الحالة غير المتماثلة، ومن ثم كان من الضروري تقديم رقم كمي آخر، بحيث يكون لكل كوارك s يتشكل من الجسيم $\Omega^-$ لون مختلف ومن ثم حالة يتم الحصول عليها من جعله غير متماثل. والحل لإنقاذ مبدأ باولي في حالتي الجسيمان $\Omega^-$ و$\Delta^{++}$ كان لدى علماء فيزياء مختلفين في ١٩٦٥. من بينهم، مو-يانج هان ويوشيرو نامبو اللذان اقترحا أن زمرة اللون SU(3) كانت زمرة قياس، وبذلك فإنها متضمنة في صورة ديناميكا للتفاعلات الشديدة.

بالنسبة لكوارك ذي نكهة معينة، تشكل الألوان الثلاثة، الأحمر، والأخضر والأزرق، ثلاثية $u = (u_r, u_g, u_b)$ و$d = (d_r, d_g, d_b)$..إلخ. وللكواركات المضادة ألوان مضادة، بحيث يعطي اللون إضافة للون المضاد أبيض (بلا لون). وكل الهدرونات القابلة للرصد "بيضاء" أو بدون لون – تتألف الباريونات من ثلاثة كواركات لها ثلاثة ألوان مختلفة، بينما تتألف الميزونات من أزواج كوارك-كوارك مضاد تحمل لون – لون مضاد. ولزمرة قياس اللون SU(3) ثمان مولدات. لذلك هناك مجموعة من ثماني مجالات قياس مستقلة $A^a_\mu$، يُطلق عليها مجالات جلوون. ومجالات

الجلوون هي مجالات يانج - ميلز لها ثمان مركبات. ولكن نقيض حالة المجال الكهروضعيف، لا يتم كسر تماثــل مجالات يانج - ميلز هذه: الجلوونات، مثل الفوتونات، جسيمات بدون كتلة. وكونها مجالات قياس غير آبلية، فإنها تحمل أيضًا لون شحنة وتتفاعل بين بعضها البعض.

لذلك يجب أن نفكر في أن التفاعل الشديد الذي يتوسط له المجال الجلووني يكون له مدى طويل. ورغم ذلك، لديناميكا الألوان الكمية خاصية الحصر، التي تمت الإشارة إليها سابقًا. وللجلوونات سمة جديرة بالملاحظة، تختلف عن المجال الكهرومغنطيسي، تتعلق بالحجب screening. على سبيل المثال، رأينا أن أي شحنة كهربائية تجذب الشحنات المتضادة، بحيث يتم حجب الشحنة الأصلية، ويكون التأثير الصافي شحنة أصغر. مع مجال اللون يحدث العكس: يجذب كوارك ذو لون معين شحنات لون لها قطبية ما. ونتيجة لذلك، تنخفض شحنة اللون عند مسافات قصيرة من الكوارك، وتزداد مع زيادة المسافات.

هذا التأثير ضد الحجب له نتيجة مهمة على توجيه ثابت اقتران ديناميكا الألوان الكمية. بالرمز ب $k^2$ مربع كمية الحركة التي تم تبادلها، يحدث توجيه ثابت الاقتران الشديد $\alpha_s(k^2)$ تبعًا للصيغة:

$$\alpha_s(k^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + \left(11 - \frac{2n_f}{3}\right) \ln \frac{k^2}{\mu^2}}. \qquad (11.20)$$

في حالة ديناميكا الألوان الكمية، بسبب الحصر، لا يمكننا ملاحظة كواركات حرة وجلوونات، ولذلك لا يمكننا أن نقيس تجريبيًا احتمال تبعثر من نوع كمبتون، لكي نجد قيمة ل $\alpha_s$ عند حد كمية الحركة-صفر، أي $\alpha_s(m_{quark})$ (انظر الجزء ٧-٤-٦). لذلك من الضروري تقديم مقياس إعادة تطبيع عشوائي يمثله البارامتر $\mu$، الذي يتيح شرطًا أوليًا $\alpha_s(\mu^2) = \alpha_s$. ويكون عدد نكهات الكوارك $n_f$. بالنسبة ل $n_f = 6$، يكون معامل اللوغارتم ٧، عندئذ يكون المقام موجبًا وينمو مع $k^2$. عندما تكون $k^2 \to \infty$ (تميل المسافة إلى الصفر)، $\alpha_s(k^2) \to 0$. يُطلق على هذه الخاصية الحريّة المقاربة

asymptotic freedom، وتكريما لاكتشافها في ديناميكا الألوان الكمية تم منح جائزة نوبل في ٢٠٠٤ لدافيد جروس David Gross (مولود في ١٩٤١)، ودافيد بوليتزر David Politzer (مولود في ١٩٤٩) وفرانك ويتلزيك Frank Wilczek (مولود في ١٩٥١).

يمكن إعادة كتابة توجيه ثابت الاقتران لديناميكا الألوان الكمية على هيئة:

$$\alpha_s(k^2) = \frac{4\pi}{\left(11 - \frac{2n_f}{3}\right)\ln(k^2/\Lambda_{QCD}^2)}. \qquad (11.21)$$

في هذه الصيغة، بدلاً من نقطة إعادة تطبيع عشوائية $\mu$، لدينا كمية ببعد طاقة $\Lambda_{QCD}$. ويعطي ذلك مقياس تصبح عنده $\alpha_s$ شديدة مع انخفاض $k^2$. وتجريبيًا، وُجد أن $\Lambda_{QCD}$ تصل إلى 150-200 MeV. وتتحقق نظرية الاضطراب في ديناميكا الألوان الكمية فقط فوق هذا المقياس، مثلاً فوق طاقات 1 GeV، حيث $\alpha_s(k^2) \approx 0.4$، ويمكن معالجة التفاعل الشديد بالفعل كاضطراب perturbation. عندما تكون المسافات أطول من $1/\Lambda_{QCD}$ (بالوحدات الطبيعية)، تصبح التفاعلات شديدة إلى حد لا تعطي نظرية الاضطراب نتائج يعول عليها. وليس من باب المصادفة أن المسافات التي تصل إلى $1/\Lambda_{QCD}$ تكون تقريبًا في حجم الهادرونات الخفيفة، $r_h$. ويُطلق على هذا الإجراء تحول عنصري بعدي dimensional transmutation: بدلاً من وصف شدة التفاعل بثابت اقتران بدون بعد، نصفه بمقاس طاقة ذو بعد كبير.

بالنسبة للحرية المقاربة، تلعب الجلوونات دورًا مهمًا. للجلوونات شحنة لون، بعكس الفوتونات، التي لا تحمل شحنة كهربائية. وتأثيرها أن ترفع شحنة اللون الفعالة للكواركات مع المسافة، بدلاً من حجبها (التأثير المضاد للحجب). وتساهم بعامل +١١ في مقام (١١-٢٠)، بينما يأتي الحد $2n_f/3$، بسبب تفاعل الكوارك-جلوون، بإشارة سالبة ويشبه حد تفاعل إلكترون-فوتون في الديناميكا الكهربائية الكمية. في الشكل ١١-١٢ يتم التمثيل على نحو مقارن لتوجيه ثابت الاقتران في الديناميكا الكهربائية الكمية وديناميكا الألوان الكمية.

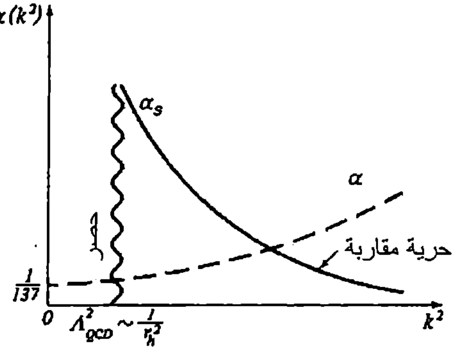
بهذه الطريقة، لو أن شرط $(11 - 2n_f)/3 > 0$ يصبح حقيقي، ينتج تأثير مضاد للحجب. كمثال لذلك، لو أخذنا بيون وحاولنا فصله إلى كوارك وكوارك مضاد، مع زيادة القوة المبذولة مع المسافة، قد تسبب زيادة طاقة الوضع تكوين زوج كوارك – كوارك مضاد جديد، وتكون النتيجة النهائية بيونان. بالفعل، فقط الحالات المقيدة منعدمة اللون هي التي تم رصدها في أي وقت.

وقوة التفاعل بين النوكليونات التي تحدثنا عنها في الفصل ٩ يتم فهمها في ديناميكا الألوان الكمية باعتبارها قوة شديدة متبقية، ويمكن تفسيرها بالنسبة إلى تبادل كواركات وجلوونات، كما هو موضح في الشكل ١١-١٣.

هل من الممكن إنتاج كواركات وجلوونات بتصادم جسيمات، لا تتفاعل بشدة؟ الإجابة بالإيجاب. تناولت تقارير أول أحداث إنتاج لكوارك-كوارك مضاد في ١٩٧٥، في مصادم SPEAR $e^+e^-$ في SLAC. وحدث إفناء إلكترون بوزترون إلى فوتون افتراضي (أو بوزون Z)، الذي شكل في الحالة النهائية زوج كوارك-كوارك مضاد. وكما أشرنا من قبل، لا يمكن رصد كواركات معزولة – وما يتم رصده بالفعل هو تدفقين من الهدرونات، توضح بنيتها وتوزيعها الزاوي أنه تم الحصول عليها من هدرنة جسيمات لهما لف ١/ ٢، بشحنة كسرية.

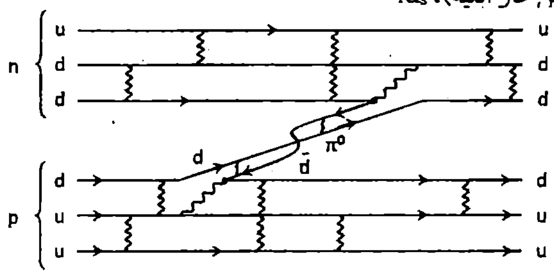
في ١٩٧٩، جاءت تقارير عن أول حدث لثلاث تدفقات نفاثة من مسارع PETRA $e^+e^-$ في مسارع الإلكترونات الألماني DESY في همبرج. واحتوى ذلك على بصمة متوقعة للجلوون: عندما كانت الطاقة أعلى، انبعث من أحد الكواركات في المرحلة الأخيرة جلوون، الذي تهدرن هو أيضًا وأنتج تدفقه النفاث الخاص. وتغيرت الهيئة الكينماتيكية وتم رصد نوع من "النجم" السطحي (انظر الشكل ١١-١٤).

تم تحديد وجود جلوون بلف ١ بشكل لا لبس فيه في التجارب. ويحكم الطبيعة، مع ارتفاع طاقة الاصطدام $e^+e^-$، تظهر أحداث تدفقات نفاثة متعددة، تتضمن أزواج كواركات وأعداد متنوعة من الجلوونات. وكانت مهمة أيضًا في البرهان على اقترانات ثلاثية الخطية للجلوونات g (virtual) → gg. من الناحية الأساسية قامت اختبارات الدقة لديناميكا الألوان الكمية على تجارب تبعثر إلكترون– بوزترون.



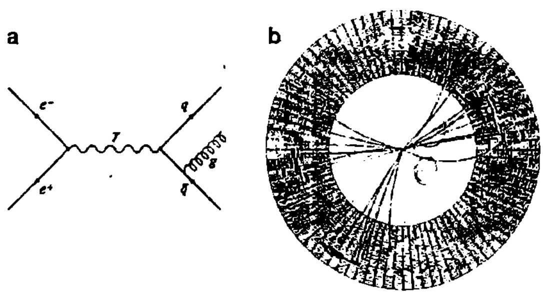

الشكل ١١-١٢

سلوك مقارن لتوجيه ثوابت اقتران في الديناميكا الكهربائية الكمية (نظرية مجال قياس آبلية)، $\alpha$، وفي ديناميكا الألوان الكمية (نظرية قياس غير آبلية)، $\alpha_s$.




الشكل ١١-١٣

قوة نووية كتبادل بيون بين نوكليونات، تم تمثيلها بعملية افتراضية لديناميكا الألوان الكمية.




الشكل ١١-١٤

حدث ثلاث تدفقات نفاثة:

(a) رسم فينمان التوضيحي،

(b) حدث فعلي تمت ملاحظته في تجربة JADE في DESY.

## ١١-١٠ التوحيد العظيم:

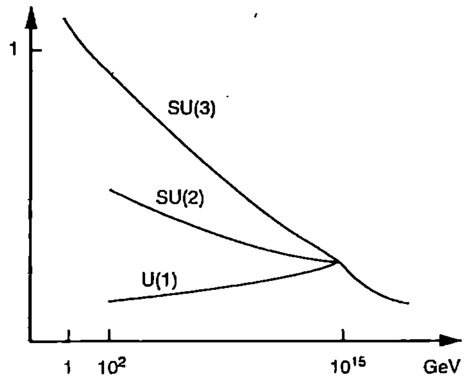
تتفاعل الكواركات بين بعضها البعض بتبادل جلوونات، ومع اللبتونات خلال مجال كهروضعيف. هكذا يبدو طبيعيًا البحث عن نماذج توحد التفاعلات الشديدة والكهرضعيفة. أول أحد النماذج التي كان من المعتقد أنها واعدة كان نظرية التوحيد العظيم GUT القائمة على زمرة قياس بسيطة SU(5)، اقترحها هوارد جورجي وشيلدون جلاشو في ١٩٧٤. وبدأ توحيد كل القوى الثلاثة في نفس العام بواسطة عبد السلام وجوجيش باتي.

ويتنبأ هذا النوع من النظريات الموحدة لقوة الكهروضعيف والقوة الشديدة بآليات تحول الهدرونات إلى لبتونات. ويحتوي النموذج على بعض البوزونات فائقة الثقل X وY، بكتل تصل إلى $10^{15}$ GeV/$c^2$ - $10^{14}$. وقد يعمل ذلك كوسائط في انحلال بروتون إلى بوزترون وبيون. ورغم ذلك، فإن انحلال بروتون لم يتم ملاحظته. ويتنبأ النموذج أيضًا بكتلة نيوترين بالغة الصغر وبوجود أحاديات القطب المغنطيسية. بالإضافة إلى SU(5)، يوجد حاليًا عدد ملفت للانتباه من نماذج التوحيد العظيمة، تقوم على زمر قياس، مثل SU(10) وSU(6)، مستوحاة من الوتر الفائق (6) E x (6)É، ونماذج أخرى. ولم يتم اعتبار أي منها حاليًا مقبولة.

تعود فكرة التوحيد العظيم إلى حقيقة أن ثابت الاقتران يعتمد على طاقة (أو كمية حركة) الجسيمات المتفاعلة، كدوال متزايدة أو متناقصة. لذلك، كما رأينا في الفصل ٧، يعتبر ثابت البنية الدقيقة الذي يميز التفاعلات الكهرومغنطيسية ثابت عند الطاقة المنخفضة، لكن قيمته ترتفع مع كمية الحركة عند طاقات مرتفعة. ولقد رأينا أيضًا في الفصل الحالي أنه في التفاعلات الشديدة، يتناقص ثابت الاقتران مع انخفاض المسافات (زيادة الطاقة وكمية الحركة). يتناقص اقتران التفاعل الضعيف أيضًا مع ارتفاع الطاقة، ولكن بشكل أكثر بطء.

تتنبأ نظريات التوحيد العظمى بتوحيد تفاعلات الكهروضعيف مع التفاعلات الشديدة عند الطاقات بالغة الارتفاع، التي تصل إلى $10^{15}$ GeV، وهو ما

يناظر طول موجة تصل إلى ١٠^-٢٩ سم. وفوق هذه الطاقات، تتطابق قيم ثوابت الاقتران الثلاثة (الشكل ١١-١٥).




**الشكل ١١-١٥**

**السلوك الكيفي لثوابت الاقتران الشديد، والضعيف والكهرومغنطيسي كدوال للطاقة. وقد يحدث التوحيد، إذا وجد، عند نحو $10^{15}$ GeV.**

تعتبر طاقة التوحيد التي تم التنبؤ بها للتفاعلات الشديدة والكهروضعيفة أصغر ١٠^-٤ مرة من طاقة بلانك، التي تميز تأثيرات التجاذب الكمية. وبالنسبة للطاقات أقل من $10^{15}$ GeV، يحدث كسر للتماثل، وينتج عن ذلك مجالات منفصلة: المجال الشديد أو مجال اللون ومجال الكهروضعيف. وعند طاقات تصل إلى 100 GeV، ينفصل الأخير أيضًا إلى عنصرين. ويبقى المجال الكهرومغنطيسي حتى الطاقات المنخفضة، لكن القوة الضعيفة تظهر فقط في عمليات افتراضية لتوليد الجسيمين $W^{\pm}$ وZ.

حقيقة أن قيم الطاقات التي تحدد هذين التغيريين في التماثل هي 100 و$10^{15}$ GeV تعني أنه، في هذا النموذج، هناك فاصل كبير جدًا للطاقات بين هذين التغيريين الفيزيائيين المهمين، يُطلق عليه "صحراء". ونسبتها هي ١٠^١٣، وتعتبر هذه "الصحراء" خلل في النظرية. ومن المعتقد أنه يمكن أن يكون هناك الكثير من الظواهر الجديدة اللافتة للنظر في النطاق بين $10^{2}$ و$10^{15}$ GeV.

وتلقى نظريات التوحيد العظمى اهتمامًا فوريًا في علم الكون. في الفصل ١٠ ناقشنا أنه، في بداية تمدد الكون، كانت درجة الحرارة المتوسطة تصل إلى $١٠^{٣٢}$ كلفن. عند درجة الحرارة هذه، يكون لكل التفاعلات الأساسية نفس الوضع. بعد الوصول إلى ما هو دون $١٠^{٢٨}$ كلفن، يحدث الانفصال بين التفاعلات الشديدة والكهروضعيفة. ولعل طور الانتقال الذي أدى إلى كسر تماثل الكهروضعيف قد حدث بين درجة الحرارة هذه و $١٠^{١٥}$ كلفن.

في متوسط درجة الحرارة الحالي في الكون، يكون لقوى الطبيعة المميزات المذكورة في الفصل ٩. ومن النوعية الأولية بين كل التفاعلات الأساسية، التي تم الوصول إليها عند درجة حرارة عالية جدًا تصل إلى $١٠^{٣٢}$، قادنا تبريد الكون إلى التسلسل الهرمي في قوى الطبيعة الذي نلاحظه حاليًا.

## ١١-١١ التضخم:

بالنظر إلى الاتجاهات المختلفة في الفضاء، نلاحظ خواص فيزيائية متشابهة. وبشكل خاص، نجد إشعاع خلفية له نفس درجة الحرارة تقريبًا. لذلك من الطبيعي التساؤل حول كيف أن انفصال هذه الظواهر بفواصل شبه فضائية هائلة، يمكن أن يظهر متشابها إلى هذا الحد؟ أدى ذلك إلى حل لنظرية تسمى التضخم inflation، والتي تفترض أن الكون المبكر جدًا تمدد بمعدل متسارع، أو تضخم. بشكل نموذجي، خلال المرحلة التضخمية ارتفع عامل القياس الكوني $R(t)$ أسيًا مع الزمن.

لو كان هناك مجال لا متجه $\phi$ مزاح من موقع توازنه، بجهد مجال لا متجه $V(\phi)$ مستوى بما يكفي لكي ينحدر المجال ببطء نحو القيمة الدنيا للجهد، لعل الكون قد هيمنت عليه كثافة طاقة المجال اللامتجه، والذي عمل كطاقة فراغ، ولعل ذلك قد أدى إلى تمدد أسي للكون.

نعتبر $R(t)$ عامل قياس فريدمان للكون. تكون كثافة طاقة المجال $\phi$ هي:

$$\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) = \rho_\phi. \qquad (11.22)$$

دعنا نفترض أن الكثافة الكلية $\rho$ تغلب عليها كثافة طاقة المجال اللامتجه $\phi$، أي إن $\rho \approx \rho_\phi$ يمكننا كتابة معادلة فريدمان على هيئة:

$$\frac{\dot{R}^2}{R^2} = \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{K}{R^2}. \qquad (11.23)$$

لو أن جهد المجال اللامتجه $V(\phi)$ مستوى بقدر كاف، نجد أن $\phi$ تتطور ببطء، $\dot{\phi}/M_P \ll \dot{R}/R$.

أي $\phi$ (بوحدات كتلة بلانك) تتطور ببطء أكثر من تمدد الكون، و $\rho_\phi \simeq V(\phi)$ $\sim$ const. عندئذ تعطي معادلة فريدمان (١١-٢٣) الحل الأسي:

$$R(t) \sim e^{t/t'}, \qquad (11.24)$$

حيث $t' \simeq (8\pi G V(\phi)/3)^{1/2}$. وتستمر هذه العملية حتى تصل $\phi$ إلى قرب الجهد الأدنى. بعد ذلك، تتطور $\phi$ بسرعة أكبر، ويؤدي إنتاج الجسيمات إلى تسخين الكون.

بعد طور الانتقال هذا، يواصل الكون تطوره في دهر يهيمن عليه الإشعاع، حيث $R(t) \sim t^{1/2}$. لكن نتائج فترة التضخم الموجزة كثيرة. دعنا نذكر منها اثنتين:

- إنها تفسر تسطح الكون القابل للملاحظة،
- إنها تحل ما يطلق عليه مشكلة أفق تفسير كيف يمكن للمناطق المنفصلة سببيًا في الكون أن يكون لها خواص متشابهة.

يمكن فهم تسطح الكون لو كانت كثافة المادة حرجة. وتكفي الفترة التضخمية التي تستمر $100t'$ لجعل حد الانحناء $K/R^2$ في (١١-٢٣) صغير إلى حد إهماله، ولجعل الكون ينمو إلى أبعاده الراهنة. المشكلة الثانية للانتظام الواضح للكون في كل الاتجاهات يمكن فهمه أيضًا: المسافة بين المناطق المتصلة سببيًا في البداية تنمو بشكل أسي خلال الفترة التضخمية.

**أصل الباريون وتركيب النوكليون.** كما رأينا في الفصل ٧، تتنبأ معادلة ديراك بوجود جسيمات مضادة للجسيمات المناظرة. وأيضًا، يصرح تماثل CPT بأن أيَ جسيم وجسيمه المضاد لهما بالضبط نفس الكتلة والعمر، والشحنة العكسية بالضبط. إذن لماذا يكون لكوننا تماثل مادة–مادة مضادة؟ هل وُجد ذلك عند بداية تطوره، أو ظهر لاحقًا؟ لم يتم العثور على إجابات مقنعة لهذين السؤالين.

أوضح أندري ساخاروف في ١٩٦٧ أن الأمر يتطلب ثلاثة شروط لتماثل الباريون: (١) عدم حفظ عدد الباريون، (٢) انتهاك C وCP و(٣) التفاعلات خارج التوازن الحراري. ولقد رأينا أن انتهاك CP يحدث بالفعل في الطبيعة. ورغم ذلك، لا يوجد دليل حول انتهاك عدد الباريون، رغم أن ذلك قد يكون شرطًا ضروريًا لإنتاج باريونات أكثر من الباريونات المضادة. وقد يعمل انتهاك تماثل C على تجنب أن التفاعلات التي تنتج باريونات أكثر من الباريونات المضادة يتم تعويضها ببعض تفاعلات تماثل C التي تنتج باريونات مضادة أكثر من الباريونات. وأن يكون الأمر خارج التوازن ضروري أيضًا، حيث خلاف ذلك قد يزيل تماثل CPT أي تماثل باريون سابق.

تركيب النوكليون nucleosynthesis هو عملية تكوين العناصر الكيميائية. تكونت بعض العناصر الخفيفة مثل الهيدروجين في المراحل المبكرة جدًا للكون. ويطلق على ذلك تركيب نوكليون الانفجار الكبير. والعناصر الأكثر ثقلاً، من الهليوم حتى الكربون والحديد، تشكلت في عمليات اندماج نووي نجمي. حتى العناصر الأكثر ثقلاً تشكلت في انفجارات السوبرنوفا. وتمت ملاحظة ذلك في الخطوط الطيفية لأشعة جاما الآتية من السوبرنوفا.

## ١١–١٢ التماثل الفائق والأوتار الفائقة:

برز التماثل الفائق supersymmetry خلال العقود القليلة الماضية باعتباره تماثلاً بين الفرميونات والبوزونات. بدأت الفكرة من تقدير النماذج التي قد يكون

للمتغيرات من خلالها الممثلة للبوزونات (التي تتبادل commute) خواص انتقال تتضمن منتجات كميات ضد التبادل anticommuting (متغيرات جراسمان). وتبعًا لهذه الفكرة، تم اقتراح مفهوم الفضاء الفائق باعتباره امتدادًا للزمكان. وتضمن ذلك إضافة أربعة إحداثيات ضد التبادل $\theta_\alpha$ إلى إحداثيات الزمكان الأربعة $x_\mu$ . بهذه الطريقة يمكن إنجاز التحولات التي تخلط المجالات البوزونية والفرميونية، وتكون نماذج التماثل الفائق لامتغيرة تحت تأثير هذه التحولات.

فكرة التماثل الفائق في سياق نظرية مجال كمي في الأبعاد الأربعة تم تقديمها في بداية سبعينيات القرن العشرين بشكل مستقل بواسطة عدة جماعات: ياري جولفاند وإفجيني ليكهتمان في ١٩٧١، دميتري فولكوف وفلاذمير أكالوف في ١٩٧٢، وجوليوس ويس وبرنو زامينو في ١٩٧٤. وتم تطوير نماذج فيزياء جسيم فائقة التماثل باستمرار منذ ذلك الحين، وفي الوقت الحالي تعتبر الأبحاث في رفاق فائقة التماثل للجسيمات المعروفة أحد أولويات تجارب فيزياء الطاقة العالية في مصادم هدرون الكبير في المختبر الأوروبي لفيزياء الجسيمات CERN.

وإحدى نتائج التماثل الفائق هو إمكان إنشاء نظريات بدون تباين (تظل هذه النظريات محدودة عند أي نظام للتمدد المضطرب). ونظرية التماثل الفائق التي تلقى اهتمامًا خاصًا هي تلك التي تؤدي خواص تحولها فائق التماثل المحلي (التماثلات الفائقة تعتمد على إحداثيات الزمكان) إلى الجاذبية الفائقة، أي نظرية تماثل فائق للجاذبية. الجاذبية الفائقة، مقترنة بنظريات يانج – ميلز فائقة التماثل، أدت إلى ظهور نماذج موحدة فينومينولوجية. ورغم ذلك، فإنها تحتوي على تباينات. حيث أنه في التماثل الفائق، قد يناظر شريك بوزوني فائق التماثل كل فرميون، والعكس بالعكس، قد يكون للفوتون شريك يسمى فوتينو، وقد يكون للإلكترون شريك لامتجه، السليكترون، وقد يكون لجرافيتون ذو لف ٢ شريك هو الجرافيتينو بلف ٣/ ٢ إلخ. ولم يتم كشف تجريبي عن أي شريك فائق التماثل لأي من الجسيمات الأولية المعروفة، لكن فكرة التماثل الفائق مثيرة للاهتمام وواعدة.

وتلقى النماذج فائقة التماثل اهتمامًا خاصًا في نظرية الأوتار، نظرية الأشياء الأولية الممتدة، حيث ما تم تكميمه لا يوجد في نقاط زمكان، ولكن في انحناءات يمكن أن تكون مفتوحة أو مغلقة. وتعتبر نظرية الأوتار الفائقة (أو نظرية التماثل الفائق للأوتار) نموذج واعد لتوحيد القوى الأربع الرئيسية في الطبيعة.

تطورت نظرية الأوتار من نظرية قديمة لنماذج ثنائية للتفاعل الشديد. في ١٩٦٨، أنشأ جابريل فينيزيانو سعة نموذج ثنائي لتفاعل شديد يبعثر ميزونات والذي تم تفسيره على أنه نظرية أوتار متذبذبة، بشكل مستقل، وبواسطة يوشيرو نامبو (١٩٦٨)، هولجر بيش نيلسين (١٩٦٩)، وليونارد ساسكيند (١٩٦٩). وفي ١٩٧٠، أُضيفت إثارة فرميونية إلى نظرية الأوتار بواسطة بيير راموند، ولاحقًا بواسطة أندريه نيفو وجون شوارتز. وتم اكتشاف التماثل الفائق في سياق نظرية الأوتار في ١٩٧١ بواسطة جان – لوب جيرفيس وبانجي ساكيتا. وكان البحث في مجال نظرية الأوتار الفائقة أحد أفرع التطوير الأكثر حيوية في الفيزياء النظرية على الدوام.

من المثير للاهتمام، مثلاً، كتابة تأثير action يناظر وتر. وفي معظم الأحوال، عندما يتحرك الوتر في الزمكان، يكتسح سطح ذو بعدين، ما يطلق عليه سطح عالمي worldsheet، وله كإحداثيات متغيرين: $\sigma$، تم تعريفه في الفترة $(0, \pi)$، و$\tau$ التي يمكن أن تكون عددًا حقيقيًا. ويتم تعريف إحداثيات الزمكان في مكان ذو أبعاد D على أنها $X_\mu(\tau, \sigma)$، حيث $\mu = 0, 1, \ldots, D-1$. لو أن $h^{\alpha\beta}$ هي الدالة المسافية metric على السطح العالمي، و$g_{\mu\nu}(x)$ الدالة المسافية للزمكان، يمكن كتابة تأثير الوتر البوزوني كما يلي:

$$S = \frac{T}{2} \int d\tau d\sigma \sqrt{h} h^{\alpha\beta} g_{\mu\nu}(X) \partial_\alpha X^\mu \partial_\beta X^\nu, \quad (11.25)$$

حيث T شد الوتر، ويتناسب مع مقلوب ثابت التجاذب $G, h = \det(h_{\alpha\beta})$، والمشتقات الجزئية يتم أخذها بالنسبة لمتغيرا السطح العالمي $\tau$ و$\sigma$. ونتيجة لذلك، في النظرية التي تم تكميمها، يصل الطول النموذجي للوتر إلى طول بلانك، $l \sim l_P = \sqrt{G\hbar/c^3}$. وهذه الصيغة يطلق عليها تأثير بولياكوف، تكريمًا

لألكسندر بولياكوف، الذي كممها بطريقة تكامل المسار في ١٩٨١. وتم تقديم التأثير في ١٩٧٦ بواسطة ستانلي ديسير وبرانو زامينو، وبشكل مستقل بواسطة لارس برينك وباولو دي فيشيا، وبول هاو.

في حالة نظرية الأوتار البوزونية، يكون رقم أبعاد الزمكان D = 26. وفي نظرية التماثل الفائق، التي قد تكون تعديلاً ل (١١-٢٥) وتتضمن مجالات فرميونية، D = 10. ولعل الإحداثيات الستة الإضافية (مقارنة بأربعة أبعاد للزمكان لدينا) قد التفت، أو اندمجت، في زمن الانفجار الكبير. والأوتار في حد ذاتها يمكن أن تكون مفتوحة أو مغلقة. وتؤدي نظرية الأوتار الفائقة إلى النظرية المحدودة المعروفة فقط عن الجاذبية الكمية، ويبدو أنها تنتج من جديد كل التفاعلات الموجودة في الطبيعة. ورغم ذلك، لا يمكن التحقق من النظرية تجريبيًا بشكل مباشر.



الشكل ١١-١٦

تمثيل المستوى العالمي لبعض تفاعلات الأوتار الفائقة المفتوحة والمغلقة.

تم تطوير خمس نظريات أوتار رئيسية، حتى منتصف تسعينيات القرن العشرين، وكل واحدة لها خواص رياضية مختلفة، وبشكل خاص، عدد الأبعاد، وكل منها تصف بشكل أفضل ظروف فيزيائية مختلفة. وكل هذه النظريات تبدو صحيحة. عندئذ اقترح إدوارد ويتين أن هذه النظريات الخمس تصف نفس الظاهرة التي يتم رؤيتها من وجهات نظر مختلفة. وكانت السمة الأساسية الجديدة أنه، باللجوء إلى عمليات تماثل معينة يُطلق عليها أحيانًا ازدواجيات dualities، اتضح أن نظريات

الأوتار المختلفة هذه تحمل علاقات من العمق بالنسبة لبعضها البعض حتى أنه يمكن أخذها بالفعل على أنها نظريات أوتار متكافئة.

كل نظريات الأوتار حالة خاصة من نظرية M.

تدمج نظرية M أيضًا عددًا من أفكار أخرى ترتبط -بالوتر وترتبط- بالتماثل الفائق. والأوتار حالة خاصة بالفعل من مفهوم أكثر عمومية يتضمن بنى أعلى بعدية تسمى برانات p، أو ببساطة برانات branes، لها أبعاد مكانية p إضافة إلى بعد زمني، والمسطح العالمي p + 1 أبعاد. هذه البنى مطمورة في مكان ذي ١١ بعد. وما يثير الاهتمام بشكل خاص برانات D (أو برانات $D_q$) وهي بنى تشبه الزمن لأبعاد زمكان q + 1 (q أبعاد مكان وزمن). ومن المفترض أن نهايتي الوتر المفتوح يكمنان على بران D.

وتبعًا لاتساقها المنطقي، وحقيقة أنها تتضمن النموذج المعياري، يعتقد الكثير من علماء الفيزياء أن نظرية الأوتار هي أول مرشح لنظرية كل شيء TOE، وهي طريقة لوصف القوى الأساسية المعروفة (التفاعلات التجاذبية، والكهرومغنطيسية، والضعيفة والشديدة) والمادة (الكواركات واللبتونات) في نظام كامل من الناحية الرياضية. ورغم ذلك، فإن بعض علماء الفيزياء البارزين لا يشاركون في وجهة النظر هذه، لأنها لا تتيح تنبؤات تجريبية كمية.

يشبه الوتر المغلق أنشوطة صغيرة، لذلك يشبه سطحها العالمي غليون التدخين أو، بشكل أكثر غمومية، سطح ريمان (أنبوب متعدد الفتحات موجه في البعدين) بدون حدود (أي بدون حافة). ويشبه الوتر المفتوح خط قصير، لذلك سوف يشبه سطحه العالمي شريطًا أو، بشكل أكثر عمومية، سطح ريمان بدون حد. ويتم وصف التفاعلات في العالم تحت الذري بخطوط عالمية worldlines لجسمات تشبه النقطة في النموذج المعياري وبمسطح عالمي كنسته أوتار مغلقة في نظرية الأوتار.

يمكن للأوتار أن تنشطر أو تتصل (انظر الشكل ١١-١٦). وينعكس ذلك بشكل سطحها العالمي. لو انشطر وتر مغلق، سوف يشبه مسطحة العالمي غليون تدخين مفرد ينشطر (أو يتصل ب) إلى غليونين. ولو أن وترًا مغلقًا انشطر إلى ثم

اتصل جزيئيه لاحقًا، سوف يشبه سطحه العالمي غليون تدخين مفرد ينشطر إلى اثنين ثم يعيد اتصاله، وهو ما يشبه أيضًا حدبة متصلة بغليونين. وسيكون لوتر مفتوح يسلك بهذه الطريقة سطح عالم يشبه حلقة متصلة بشريطين.

**علم كون البران.** من المفترض أن الكون المرئي رباعي الأبعاد مقيد ببران D داخل مكان ذي أبعاد أعلى، يسمى جسامة bulk. والأبعاد الإضافية مدمجة، لذلك يحتوي الكون المرصود على أبعاد إضافية. ولعل برانات أخرى تتحرك خلال هذه الجسامة. وقد تسبب التفاعلات مع الجسامة، أو البرانات الأخرى، تأثيرات لا تُرى في نماذج كونية أكثر معيارية.

ويقترح هذا النموذج تفسيرًا لضعف الجاذبية مقارنة بالقوى الأساسية الأخرى، بافتراض أن القوى الثلاثة الأخرى متمركزة على البران. بعدم فرض هذا التقييد على الجاذبية، "يتسرب" جزء كبير من قوة تجاذبها إلى الجسامة. ونتيجة لذلك، يجب أن تظهر قوة الجاذبية أقوى إلى حد كبير عند مقاييس صغيرة، حيث تكون قوة تجاذب أقل قد "تسربت". وتم اقتراح تجارب متعددة لاختبار هذه الفرضية.

1. Y. Ne'eman, Y. Kirsh, *The Particle Hunters*, 2nd edn. (Cambridge University Press, Cambridge, 1996). A fascinating account of the search for the fundamental building blocks of matter, by a world-famous elementary particle physicist and a physicist specializing in popular science writing
2. S. Coleman, *Aspects of Symmetry* (Cambridge University Press, Cambridge, 1985). The concept of spontaneous symmetry breaking is masterfully treated in this book
3. D.H. Perkins, *Introduction to High Energy Physics* (Addison-Wesley, California, 1987). An excellent book on high energy physics
4. S. Weinberg, *The First Three Minutes*, 2nd edn. (Basic Books, New York, 1993). A book giving a modern vision of the origin of the Universe, starting from the models of gauge theories
5. A.D. Abuts, *Inflation and Quantum Cosmology* (Academic, San Diego, 1990). An exposition of the inflationary model by one of its most active researchers
6. I.D. Lawrie, *A Unified Grand Tour of Theoretical Physics* (Adam Hilger, Bristol, 1990). The book contains a good summary of the topics of quantum chromodynamics, models of grand unification, and the early Universe
7. M. Chaichian, N.F. Nelipa, *Introduction to Gauge Field Theories* (Springer, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1984). This book is recommended to those readers interested in the basic concepts of gauge field theories in particle physics
8. M. Kaku, *Quantum Field Theory* (Oxford University Press, Oxford, 1993). A modern text on quantum field theory that embraces the fundamental topics in a coherent and complete form
9. M. Chaichian, A. Demichev, *Path Integrals in Physics. Vol. 2: Quantum field theory, statistical physics and other modern applications* (IOP, Bristol, 2001). Readers interested in path integral methods as applied to the formulation of quantum field theory, statistical physics, and other areas will find a careful introduction to these topics in this book
10. L.D. Faddeev, A.A. Slavnov, *Gauge Fields. Introduction to Quantum Theory*, 2nd edn. (Addison-Wesley, New York, 1991). The analogy of the basic concepts of non-Abelian gauge theories with general relativity is pointed out in this advanced book
11. S. Weinberg, *Cosmology* (Oxford University Press, Oxford, 2008). An updated account of the observational and theoretical advances in modern cosmology, by a leading authority in particle physics and cosmology
12. V. Mukhanov, *Physical Foundations of Cosmology* (Cambridge University Press, 2005). An excellent advanced monograph expounding the modern theories of inflationary cosmology, by one of the pioneers of the theory

# الفصل الثانى عشر

# الفيزياء والحياة

علوم الحياة تعتبر من بين المجالات الأكثر إثارة للاهتمام في البحث العلمي المعاصر. وللعالم البيولوجي نطاق تعقد من الاتساع بحيث أن أية محاولة لتقديمه بأي عمق قد تأخذنا خارج إطار الكتاب الحالي. وفي الفصل الحالي، سوف نشير فقط إلى بضع مسائل فيزيائية مميزة في العالم البيولوجي.

## ١٢-١ النظام والحياة:

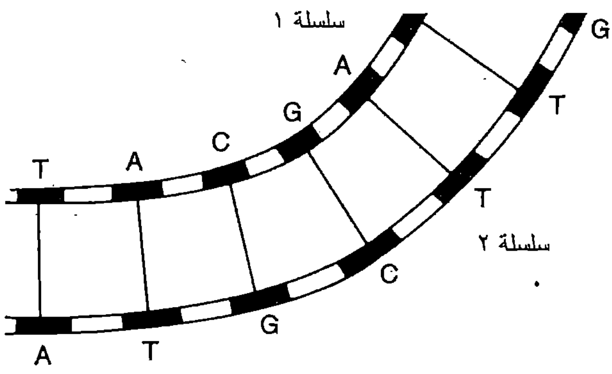
للنظم البيولوجية خاصية كونها معقدة إلى حد كبير ومنظمة إلى حد كبير، ومن البكتيريا البسيطة حتى الكائن البشري، تعمر الكائنات الحية وتتناسل بسبب التبادل المستمر للطاقة والمادة مع البيئة. ويمكن فهم الإبقاء على هذا المستوى المرتفع من النظام البيولوجي في الكائنات الحية مقارنة بالبيئة غير الحية إذا نظرنا إليه من زاوية خاصيتها أن تكون نظم مفتوحة من الناحية الديناميكية الحرارية. (الفيروسات استثناء واضح، لكنها لا يمكنها التكاثر إلا إذا أصابت خلية بالعدوى، أي، إلا إذا أصبحت أجزاءًا من نظام مفتوح). وبعكس ظاهرة عدم الحياة حيث تميل الإنتروبيا للنمو، هناك ميل لأن تنخفض الإنتروبيا في النظم الحية. لكن بطريقة أخرى، لديها ميل لزيادة معلوماتها أو محتوي إنتروبيا سالب (أو كثافة معلومات، انظر الفصل ٢). لكن بينما يزداد لدى النظم الحية كلاً من النظام البيولوجي البنيوي والوظيفي، فإنها تنتج بشكل مستمر تفاعلات بيولوجوية بالنتيجة العكسية لزيادة الإنتروبيا. والقدرة على الاستنساخ الذاتي لنسخ مطابقة تجعل الحياة عملية فريدة من نوعها في الطبيعة. وتتميز أيضًا بالخواص الجوهرية للتغذية الخلفية والآليات الأخرى للتحكم والاتصال. ولقد

امتدت هذه الآليات إلى التقنية وتطورت في نظم تكيفية معقدة مثل الحاسبات والروبوتات.

M. Chaichian et al., Basic Concepts in Physics, Undergraduate Lecture Notes in Physics, DOI 10.1007/978-3-642-19598-3_ 12,



وأحد العناصر الجوهرية للنظم الحية هو الدنا DNA – الحمض النووي الريبي المنقوص الأكسجين. والدنا هو محل إيداع المعلومات الجينية، وخلايا كل كائن حي (باستثناء خلايا معينة تتصل بالتناسل) تحتوي على كل المعلومات لتطورها كفرد في مجمله لنوع محدد من الكائنات الحية. ويتكون الدنا من جديلتي بوليمر طويلتين مكونة من أربع قواعد نكليوتيد، أدينين، وجوانين، سيتوزين، وثايمين (انظر الشكل ١٢-١). ويتيح ذلك شفرة من أربعة رموز والتي بالنسبة إليها يمكن كتابة برنامج عمل لأي كائن حي. وهناك ما يقرب من $n = 10^9$ جزئ في جزء من حجم أي خلية يصل إلى ١٠^-١٠ سم٣، وهذا يتضمن عدد هائل من $4^n$ حالة ممكنة. ويتم تقدير كثافة المعلومات ب ١ بت لكل نانومتر مكعب. وهذا يعني بالتقريب $10^{12}$ Gb cm$^{-3}$.




الشكل ١٢-١

جديلتا اثنين من الدنا توضحان روابط الأدينين – ثايمين والجوانين – سيتوزين.

جديلتا الدنا معكوستي التوازي، أي تمتدان في اتجاهين عكسيين بالنسبة لبعضهما. وتتم قراءة معلومات الدنا بواسطة شفرة جينية بنسخ امتدادات من الرنا RNA (الحمض النووي الريبي) في عملية يُطلق عليها النسخ الجيني transcription.

اكتشف جيمس واطسون James Watson (مولود في ١٩٢٨) وفرانسيس كريك Francis Crick (١٩١٦-٢٠٠٤) البنية اللولبية للدنا في ١٩٥٣. ولهذا وللعمل التالي حصلا معًا على جائزة نوبل في الفسيولوجيا والطب في ١٩٦٢، مع موريس ويلكنز Maurice Wilkins. وتأثر كلاً من واطسون وجريك في اهتمامهما المبكر بعلم الوراثة بالكتاب التقليدي لإروين شرودنجر "ما هي الحياة؟".

والتطور صفة جوهرية للحياة. وتبعًا لتشارلز داروين، فإن الصراع من أجل الحياة والبقاء للأصلح هو الآلية الحاسمة التي ينتج عنها التطور. ويعتمد ذلك بشدة على تغيرات بيئية. ويعود التغير في الأنواع إلى الطفرات الجينية. تلك التي تجعل الأفراد أصلح ستبقى في الأنواع. وتلك التي لا تفعل ذلك ستختفي. وحتى الآن لم يتم بشكل كامل فهم الآليات التي تحفز الطفرات.

وتتم المحافظة على النظام البيولوجي بسبب التبادل المستمر للمادة والإشعاع مع البيئة، بحيث يكون هناك تدفق خالص للمعلومات أو الإنتروبيا السلبية نحو المادة الحية. وبالنسبة لنظم الديناميكا الحرارية المفتوحة، نحصل على تغير الإنتروبيا خلال فترة زمنية بالغة الصغر بواسطة:

$$dS = d_eS + d_iS, \qquad (12.1)$$

حيث $d_eS$ هو تدفق الإنتروبيا من الخارج و$d_iS$ تغير الإنتروبيا الناتجة عن العمليات التي لا تنعكس، والتي تحدث داخل النظام. وتغير الإنتروبيا $d_iS$ موجب دائمًا، لكن $d_eS$ قد تكون له إشارة عشوائية، ولهذا السبب، يمكن لأي نظام، خلال تطوره، أن يصل إلى حالة حيث تكون الإنتروبيا الخاصة به أقل من الحالة الأولية. ويمكن المحافظة على مثل هذه الحالة إلى ما لا نهاية لو تم تحقيق شرط يعوض خلاله تدفق الإنتروبيا السلبية الإنتروبيا الناتجة داخل النظام:

$$d_eS \leq - d_i S, \qquad (12.2)$$

أي، $0 \leq dS$. يعبر ذلك بطريقة كمية عن ما كان يقال حول المحافظة على النظام البيولوجي.

التعبير (١٢-٢) صحيح بشروط عدم التوازن. بالقرب من التوازن، يهيمن الميل إلى تدمير النظام على الميل لتوليده. لكن تحت شروط معينة مفضلة من عدم التوازن، يمكن توليد النظام. المثال الفيزيائي البسيط هو حركة النقل الحراري (المنظمة) لطبقة من المياه تم تسخينها من أسفل.

المثال الآخر المثير للاهتمام هو انبعاث النظام في الليزر. الضوء المترابط الصادر عن الليزر يكون منظمًا إلى حد كبير. ورغم ذلك، يكون الضوء الصادر عن المصباح الذي يستثير الذرات غير مترابط وغير منظم إلى حد كبير. ويمكن تفسير ذلك باعتباره طور انتقال في نظام غير متزن. تحت عتبة الانتقال، يوجد النمط غير المترابط. وفوق هذه العتبة، نجد حالة الترابط.

بالمثل، تحدث التفاعلات الكيميائية المركبة والعمليات المنظمة التي تسمح بالمحافظة على النظام البيولوجي تحت ظروف عدم التوازن. تمت مناقشة هذه الأفكار على نطاق واسع بواسطة هرمان هاكين Herman Haken (مولود في ١٩٢٧) وإليا بريجوجين Ilya Prigogine (١٩١٧-٢٠٠٣).

لو عدنا إلى محتوى المعادلة (١٢-٢)، هناك سؤال يتعلق بالمصدر الأساسي للإنتروبيا السلبية للنظم الحية. ولم يتم حل هذه المشكلة بعد بشكل كامل. وفي الحيوانات، يكون مصدر الإنتروبيا السلبية الغذاء الآتي من حيوانات أخرى أو نباتات. في حالة العالم النباتي، اقترح جورج جاموف George Gamow (١٩٠٤-١٩٦٨) وويسلي بريتين Wesley Brittin (١٩١٧-٢٠٠٦) في ١٩٦١ أن الإشعاع الشمسي يمكن أن يكون مصدر الإنتروبيا السلبية، وأن عملية التخليق الضوئي متوافقة مع قوانين الديناميكا الحرارية.

من الناحية الأساسية، يستمر الجدل كما يلي: ينبعث من الشمس فوتونات عالية الطاقة عند درجة حرارة $T_{sun} = 6,000$ K. وبينما يرحل نحو الأرض، يصبح الإشعاع الشمسي "مخففًا" جدًا بسبب التمدد في الفضاء ويصل إلى الأرض عند درجة حرارة $T_{earth} = 300$ K، بكثافة طاقة أقل بكثير. والعملية التي تحدث عند ارتطام إشعاع الطاقة العالية المخفف بالأرض هي عملية جوهرية: يسمح التماس مع سطح مادي بتبادل الطاقة بين ترددات مختلفة، وتتحول الفوتونات ذات التردد العالي بشكل لا انعكاس فيه إلى عدد أكبر بكثير من الفوتونات منخفضة الطاقة. ويصاحب هذه العملية التي لا تنعكس ارتفاع كبير في إنتروبيا الإشعاع. لو كان السطح المادي الذي يُنتج هذه العملية عضوي، وبشكل خاص — حبيبات اليخضور cloroplasts في أوراق النباتات، يتم استخدام زيادة الإنتروبيا في التعويض عن انخفاض الإنتروبيا الذي يحدث في خلق جزيئات عضوية من الماء $H_2O$ وثاني أكسيد الكربون $CO_2$. وتبعًا للقانون الثاني للديناميكا الحرارية، فإن الزيادة في إنتروبيا الإشعاع في الانتقال من حالة الطاقة العالية وعدم التوازن إلى حالة التوازن والطاقة المنخفضة يجب أن تكون أعلى من النقص في الإنتروبيا المصاحب لتكوين المادة العضوية.

والعملية الفيزيائية التي تحدث عند تبادل الطاقة بين الترددات المختلفة تكافئ تدفق حرارة من مصدر ساخن عند درجة حرارة $T_{Sun}$ إلى مستودع أكثر برودة عند درجة حرارة $T_{Earth}$. والطاقة الكلية E تكون محفوظة، ولذلك يكون تغير الإنتروبيا من الناحية الأساسية:

$$\Delta S \cong E\left(\frac{1}{T_{Earth}}-\frac{1}{T_{Sun}}\right).$$

لو أهملنا الحد المحتوي على درجة حرارة الشمس، $1/T_{Sun}$ ووضعنا $E = nh\nu$، حيث n هو عدد الفوتونات المشاركة في تركيب جزئ عضوي واحد، عندئذ:

$$\Delta S \cong E\frac{1}{T_{Earth}}.$$

من الناحية العددية، اعتبر أن للضوء الأحمر $\nu = 4 \times 10^{14}$ Hz وأن $T_{Earth} = 300$ K، نحصل على:

$$\Delta S \cong 10^{-14} n \text{ erg K}^{-1}/\text{molecule} = 150\ n \text{ cal K}^{-1} \text{ mol}^{-1}.$$

وهذه الزيادة في الإنتروبيا يجب مقارنتها بالنقص الذي يحدث في التفاعل الكهروضوئي الأساسي:

$$6\,CO_2 + 6\,H_2O \xrightarrow[energy]{light} C_6H_{12}O_6 + 6\,O_2.$$

يتطلب هذا التفاعل ثلاثة فوتونات على الأقل ويناظر انخفاضًا في الإنتروبيا يصل إلى $40 \text{ cal K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$. هكذا استنتج بريتين وجامو أن نمو النباتات في ضوء الشمس متوافق مع القانون الثاني للديناميكا الحرارية، لو كان لعملية التخليق الضوئي كفاءة ١٠ في المائة على الأقل في تحويل الإنتروبيا. وهذا يعني أن الإنتروبيا السلبية يمكن استخراجها من الإشعاع الشمسي واستعمالها لبناء نظام بيولوجي بالتخليق الضوئي.

بهذه الطريقة يمكن تحقيق الأصل الأولي للنظام البيولوجي. ورغم ذلك، يرى بعض الباحثين أن هذا غير كاف للتحقيق الكامل للزيادة في النظام. (أي في انقسام الخلية، حيث تتضاعف المعلومات).

تم العثور على زوج من المصادر الحارة والباردة حيث تكون نظام بيولوجي في الظروف الباردة والمظلمة لقاع المحيط. وخلال العقود القليلة الماضية، تم اكتشاف مستعمرات نشطة للجمبري والكائنات الأخرى حول فوهات للمياه الحارة. وقبل اكتشاف هذه الفوهات تحت الماء، كان من المعتقد أن كل الحياة تعمل بضوء الشمس. ورغم ذلك يبدو أن تلك الكائنات تحصل على غذائها مباشرة من ترسبات معدنية من الأرض، في شروط متطرفة للضغط (يصل إلى ١٠٠٠ كج/ سم٢)، والملوحة ودرجة الحرارة (في نطاق ١٥٠ — ٤٠٠ درجة مئوية). ومن المعتقد أنها تستمد بقائها الأساسي من كبريتيد الهيدروجين (الذي يكون خلاف ذلك سام للحياة الأرضية).

وإنها لحقيقة مثيرة للاهتمام أنه، حول فوهات المياه الحارة التي تحتوي على كبريتيد الهيدروجين، هناك المياه الباردة للمحيط (نحو ٣-٤ درجة مئوية). لذلك لدينا مصدرين عند درجتي حرارة مختلفتين، وهو ما يخلق ظروفًا للإنتاج الدوري للعمل، أو خلق نظام من الفوضى، كما في الآلة الحرارية، أو في عملية التخليق الضوئي. لكن في هذه الحالة فإنها آلية جديدة هي التخليق الكيميائي chemosynthesis التي تتوسط إنتاج النظام البيولوجي.

## ١٢-٢ الحياة والتفاعلات الأساسية:

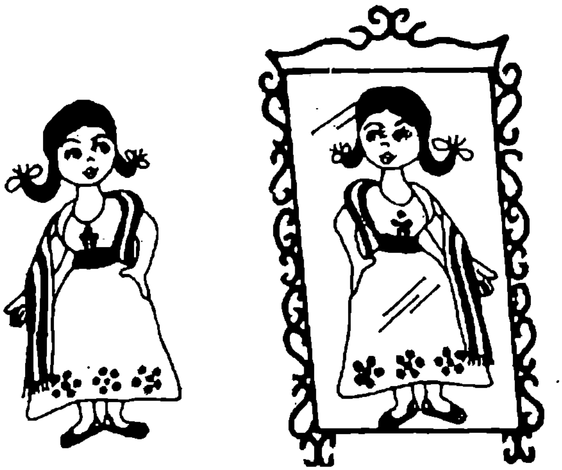
من وجهة نظر التفاعلات الأساسية، عندما تحدث العمليات البيولوجية ما بين الخلايا بواسطة التفاعلات الكيميائية، تلعب القوى الكهرومغنطيسية والقوانين الكمية الدور الرئيسي. والطاقات المتضمنة في هذه التفاعلات تصل إلى بضعة إلكترون - فولت لكل جسيم. وتظهر التفاعلات الكهرومغنطيسية في أغلب عمليات الخلية. والتفاعل التجاذبي مهم من وجهة نظر كتلتها ووزنها، وحركتها والموقع الخارجي في مجمله. ورغم ذلك، لا يلعب دورًا مهمًا في العمليات ما بين الخلايا. ويبدو أيضًا أن التفاعلات الشديدة غير مهمة بسبب مقياس الطاقات المصاحبة لها، وهو أكثر ارتفاعًا بكثير من متوسط الطاقات المتضمنة في التفاعلات الكيميائية الحيوية للكائنات الحية.

من جانب آخر قد يبدو أن التفاعلات الكهروضعيفة تلعب دورًا مهمًا، يرتبط بالتماثل المجهري المرصود في الكائنات الحية فيما يتعلق باتجاه اليد الإنساني chirality.

## ١٢-٣ توجه اليد الإنساني: كسر التماثل البيولوجي:

تستبدل المرآة اليسار واليمين: لو كنت ممن يستخدمون اليد اليمنى أفضل من اليسرى ستكون صورتك في المرآة يسارية والعكس بالعكس (الشكل ١٢-٢).

والتبادل بين اليمين واليسار هو تحول رياضي يسمى عكسًا. لذلك، يعتبر القفاز الأيسر عكس للقفاز الأيمن، أي، يكون صورة مرآة له. تذكر أن المرآة تعكس المكان في الاتجاه العمودي عليها: لو كنا نقترب منها، تصبح الصورة أقرب أيضًا، أي، تتحرك في اتجاه معاكس لنا. ورغم ذلك، لا تتغير الاتجاهات الموازية للمرآة ولو تحركنا إلى أعلى أو إلى أسفل، أو إلى اليسار أو اليمين، تتحرك الصورة في نفس الاتجاهات. لكن الصورة التي تعطيها المرآة، لو كانت مفعمة بالحيوية، لا يمكن أن توجد في عالمنا. ويكون الأمر كذلك، ليس لأن هناك أي اختلاف خارجي مهم (بشكل عام يكون للأجساد تماثل ما ذي جانبين تقريبًا)، وليس لأن أعضاءه أصبح لها ترتيب بطريقة معاكسة. السبب هو أن صورة المرآة الحية هذه قد تختلف مجهريًا. على المستوى الخلوي، قد تكون مادتها هي العكس بالنسبة لمادتنا، مع نتائج مثيرة.

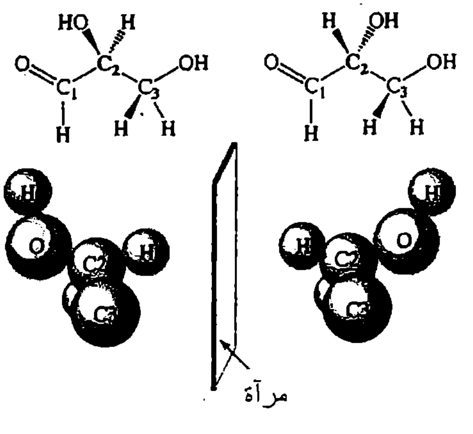


الشكل ١٢-٢

**تعكس المرآة صورة. لو كنت ممن يستعملون اليد اليمنى أفضل من اليسرى، سوف تكون صورة مرآتك مفضلة لليد اليسرى.**

مقومات الجزيئات الكبيرة الأساسية للحياة (الدنا، والرنا، والبروتينات والسكر المتعدد المركبات) هي الأحماض الأمينية والسكر. يمكن أن يكون لهذه

الجزيئات بنيتين مكانيتين مستقلتين تسمى أشكال مماثلة صوريًا enantiomeric، وهي صورة المرآة لبعضها البعض – أشكال D وL (الشكل ١٢-٣). وهذا النوع من اتجاه اليد عند المستوى الجزيئي يُظهر نفسه باعتباره انكسار مزدوج (أو نشاط بصري) عند المستوى الميكرسكوبي: أشكال اتجاه اليد هذه لها خاصية إدارة مستوى الضوء المستقطب. والمواد التي تدير في اتجاه عقارب الساعة مستوى الضوء المستقطب عند النظر إليها نحو المصدر تسمى ميمن dextrorotatory (تسبب الدوران نحو اليمين dextrogyre) أو تفضل اليد اليمنى أو يُرمز لها ب + أو d. وتلك التي لها تأثير عكسي تسمى (مياسر) أيسر الدوران levorotatory (دوران يساري levogyre) أو تفضل اليد اليسرى ويُرمز لها ب – أو l. ويخصص وصف الحمض النووي (– L)، – D والسكر (-L)، -D بأنه شكل الجزيء الذي يمكن تركيبه من ألديهيد جليسريني (-L)، -D glyceraldehyde، أبسط جزئ سكر ذو اتجاه يدوي. والتسمية العلمية للكيميائيات D/L لا ترتبط مباشرة بالنشاط البصري للمماثلة الصورية:




الشكل ١٢-٣

تماثلات صورية D وL لألديهيد جليسريني. كل جزئ هو صورة مرآة لآخر. واتجاه اليد يعود إلى حقيقة أن ذرة الكربون الوسطى، في حالة التهجين $sp^3$، متماثلة – هي متصلة بأربع زمر مختلفة من الذرات.

بينما يعتبر ألديهيد جليسريني D في حد ذاته مسببًا للدوران نحو اليمين، ونفس الشيء غير صحيح لكل الأحماض الأمينية D أو كل السكريات D. على سبيل المثال، يعتبر الحمض النووي الألانين D أو سكر الجلوز D أيسر الدوران. من ٢٠ حمض أميني قياسي مولد للبروتين proteinogenic، فقط الجليسين هو المتماثل أو له اتجاه يد. وأغلب الجزئيات الماكرو المهمة للحياة تتكون من قطع لها اتجاه يد مرتبطة ببعضها البعض بطريقة تجعل كل القطع لها نفس اتجاه اليد. هذا كسر بيولوجي للتماثل، ونسمى هذه الخاصية توجه اليد الإنساني homochirality.

وبروتينات المادة الحية تتشكل بلا استثناء تقريبًا من أحماض أمينية L (تظهر بعض الأحماض الأمينية D في جدران خلية بعض البكتيريا). ولهذا السبب، لا يمكن أن يبقى توأمنا في المرآة في عالمنا: لأن الأحماض الأمينية والبروتينات الخاصة به سيكون لها توجه يد عكس ما لدينا، ولو أكل طعامنا، لن يمكنه هضمه. ولتغذيته، علينا تركيب أغذية اصطناعية في المختبر.

يذكرنا توجه اليد الجزيئي بتوجه يد النيوترينات، ويقترح أنه، لو كانت عوالم المادة المضادة موجودة مع الكائنات الحية فيها، ستكون الأحماض الأمينية المضادة الخاصة بها من النوع D. وحقيقة أن أغلب المادة الحية تتكون أساسًا من أحماض أمينية L ومواد أخرى لها توجه يد محدد كانت دائمًا لغزًا، وتمت صياغة عدة فرضيات لتفسير ذلك. ومن بينها، تم افتراض أن ضوء مستقطب بشكل دائري جاء من إشعاع سنكروتروني ناتج عن بلزارات كان لها تأثير على آلية الانتقاء. وتفترض فرضية أخرى أن توجه اليد الإنساني يعود إلى عدم تماثل التفاعلات الضعيفة، مما أدى إلى عدم حفظ التكافؤ الذي تمت مناقشته في الفصل ٩.

## ١٢–٤ النيوترينات وانحلال بيتا:

كما تم توضيحه سابقًا، النيوترينات جسيمات ضوء إلى أقصى حد، ولعل ملايين منها تمر عبرنا بدون التفاعل مع ذرة وحيدة من أجسامنا (وهي تتفاعل بشكل ضعيف مع

الجسيمات الأخرى). ولقد فسرنا أيضًا أن النيوترينات تأتي عادة من انحلال بيتا للنيوترونات (أو بواسطة الكواركات داخل النيوترون) في النوى الذرية: يبعث النيوترون إلكترون ونيوترين مضاد، وفي العملية ترفع النواة الأولية من شحنتها الذرية Z بواحد، وتصبح عنصرًا آخرًا. على سبيل المثال، لو أن نواة الكربون 14 (Z = 6) يحدث لها انحلال بيتا، فإنها تبث إلكترون ونيوترين مضاد وتصبح نواة نتروجين (Z = 7).

وحتى ١٩٥٤ كان من المعتقد أن كل الظواهر في فيزياء الجسيم الأولي لها خاصية تماثل P (تكافؤ)، أي، لأي عملية، تحدث صورة المرآة لها غالبًا في الطبيعة. لكن تم اكتشاف أن انحلال بيتا ليس له هذه الخاصية. عند تحللها، تبث النواة، مع لف يكون نصف مضاعف العدد الصحيح ل ħ، كما هو موضح بالسهم في الشكل ٩-١، إلكترونًا ونيوترين مضاد في اتجاهين متعاكسين. ويكون للإلكترون والنيوترين المضاد أيضًا لف ħ/2. لكن مسقط اللف في اتجاه كمية الحركة helicity، الذي يجمع اتجاه الدوران مع اتجاه سرعة الجسيم، يكون كما في لولب اتجاه اليد اليمنى للنيوترين المضاد، بينما بالنسبة للإلكترون يكون كما في لولب اتجاه اليد اليسرى. ورغم ذلك، فإن العملية المتماثلة أو صورة المرآة لانحلال بيتا، أي، حالة النواة التي تبث إلكترون في اتجاه اليد اليمنى ونيوترين مضاد في اتجاه اليد اليسرى، لا تحدث ببساطة في الطبيعة. وهذه الخاصية، كما تم توضيحه سابقًا، تسمى عدم الحفظ أو التكافؤ. من جانب آخر، قد تبث نواة مادة مضادة، تتكون من نيوترينات مضادة وبروتونات مضادة (وتكون الأخيرة بإشارة سالبة)، في عملية انحلال بيتا، بوزترون ذي اتجاه يد يمين ونيوترين ذي اتجاه يد يسار.

يتم طرح سؤال طبيعي: هل عدم حفظ التكافؤ يرتبط بتوجه اليد الإنساني البيولوجي؟ هناك أسباب للاعتقاد بأن ذلك صحيح. المجال الذي يحافظ على الإلكترونات حول النواة في ذرة ما هو المجال الكهرومغنطيسي. لكن كما رأينا بالفعل، تم إثبات أن المجالين الكهرومغنطيسي والضعيف (المصحوبين بتفاعلات نيوترين) يشكلان مجال كهروضعيف موحد. وهذا يعني أنه، بجانب التجاذب الكهربائي بين

البروتونات والإلكترونات في الذرة، هناك قوة إضافية، صغيرة إلى درجة لا يمكن تصديقها، تنتج ليس فقط بين البروتونات والإلكترونات، ولكن أيضًا بين النيوترينات والإلكترونات.

وهذه القوة، رغم أنها أكثر ضعفًا بكثير من القوة الكهرومغنطيسية، قد تعطي ميزة طاقة صغيرة إلى أقصى حد للتماثل الصوري L على التماثل الصوري D، وهو ما يكافئ جزء من ١٠-١٦، كما تم اقتراحه في ١٩٧٨ بواسطة فلاديلين ليتوكوف. وسبب ذلك أن لهذه القوة انتقائية اليد اليسرى. رغم صغر هذا الرقم، لو فكرنا في أن تطور الحياة على الأرض تم إنتاجه عبر عدة مليارات من السنوات، قد تضمن هذه الفترة الزمنية الهيمنة الكاملة للكائنات الحية القائمة على الأحماض الأمينية L على تلك المكونة من الأحماض الأمينية D، نتيجة لتأثير تراكمي. وهذا يعني أن اختلاف الطاقة قد يكون ضئيلاً إلى حد كبير في تفاعل يحدث خلال وقت قصير، لكنه قد يؤدي إلى تفوق مطلق في التطور الكيميائي الحيوي الذي امتد عبر مليارات السنوات.

ولقد جذبت مشكلة توجه اليد الإنساني انتباه الكثير من العلماء، مثل فيليب ك. كوندبادي و ج. و. نلسون، وعبد السلام، وسيريل فونامبيروما، وجوليان شيلا-فلوريس. وبشكل خاص، اقترح عبد السلام النظر إلى المشكلة باعتبارها كسر للتماثل، نتيجة لطور انتقال عند درجة حرارة حرجة ما $T_c$. وقد تكون درجة الحرارة هذه أعلى من ٣٠٠ كلفن، إلا لو حدث ما يُطلق عليه ظروف ما قبل - حيوية عند دزجات حرارة أكثر انخفاضًا. وهناك عدة مرشحين للآلية التي تنتج طور الانتقال، ويظل هذا سؤال مفتوحًا.

من جانب آخر، تدعم التجارب كلاً من تكافؤ عدم الحفظ وتأثير الضوء المستقطب دائريًا كسبب لتوجه اليدَ الإنساني.

وتتيح تجربة في جامعة ستانفورد دليلاً لصالح الفرضية الأولى. تم تجهيز خليط من كميات متساوية من اللوسين L واللوسين D، ثم تم قصفه بإلكترونات ذات توجه يميني (مثل تلك التي تم إنتاجها في انحلال بيتا للنوى). وتمت ملاحظة أن

الإلكترونات ذات التوجه يساري فككت كمية من اللوسين D أكثر من اللوسين L. والتجربة العكسية، قصف خليط بإلكترونات ذات توجه يميني، حطم كمية من اللوسين L أكبر من اللوسين D. لكن تم التوصل إلى تأثير مماثل في ١٩٧٦ بواسطة تعريض اللوسين لإشعاع بضوء فوق بنفسجي مستقطب دائريًا.

في ما يتعلق بالآلية الأولى، قد تحدث مثل هذه العملية بشكل طبيعي في المادة الحية خلال كل تطورها، بسبب تأثير كربون ١٤ الذي تكون عندما تم قصف النتروجين الجوي بنيوترينات نتجت عن الأشعة الكونية. وتم لاحقًا التمثيل الغذائي لكربون ١٤ بواسطة أوراق النباتات من خلال التمثيل الضوئي، ومن ثم دمجه في المادة الحية. ولاحقًا، حدث لنوى الكربون ١٤ انحلال بيتا، لتتحول عائدة إلى نتروجين وتبث نيوترينات مضادة ذات توجه يميني وإلكترونات ذات توجه يساري. خلال كل تطور الحياة، تم باستمرار قصف الجزيئات العضوية بإلكترونات ذات توجه يميني من انحلال كربون ١٤ المتضمنة في أجسادها الخاصة، ولعل نوع الأحماض الأمينية L كان لها فرص أفضل للبقاء.

لو أنه كان على الأرض في البداية قطاع بيولوجي قائم على أحماض أمينية L وأخرى قائمة على أحماض أمينية D، فلعلها كانت مستقلة، لأن تبادل الأحماض الأمينية والبروتينات بينها كان مستحيلاً. وليس من الصعب تخيل أنه، مع أي اختلال توازن بين الأعداد في القطاعين، بعد زمن طويل بما يكفي، حدث انخفاض للقطاع الأصغر حتى وصل إلى الانقراض. بعبارة أخرى، وجود آلية مفضلة لتكوين أحماض أمينية L أكثر من أحماض أمينية D، حتى بكميات صغيرة إلى حد غير عادي، لعله كان كافيًا لضمان هيمنتها المطلقة على الأخرى، مما أنتج الحياة التي نعرفها في الوقت الراهن. ولعل الحياة القائمة–على بروتين – D قد تم تدميرها في المراحل المبكرة من تطورها، حيث كانت أقل كفاءة من الحياة – القائمة على – البروتين L.

في ما يخص وجود توجه اليد الإنساني خارج الكرة الأرضية، يحتوي الحجر النيزكي مارشيسون Murchison، الذي تمت دراسته منذ ١٩٧٠، على عدة أحماض

أمينية. بدى في البداية أن كلا التماثلين الصوريين حدث بنفس الكميات، لكن الدراسات التفصيلية بواسطة كرونين وآخرين (١٩٩٧) اكتشفت أن هذا الحجر النيزكي يحتوي على مزيد ضخم من اثنين من الأحماض الأمينية L: الأيزوفالين isovaline وميثيل نورفالين α - methylnorvaline. ومدى تأثير هذه المادة من خارج الأرض الآتية من الأحجار النيزكية على تطور توجه اليد الإنساني الأرضي هو موضوع حالي للأبحاث، لكن يبدو أن الدليل يشير إلى أن توجه اليد الإنساني أمر عام، وأن وجوده هو مؤشر على وجود الحياة في مناطق أخرى في الكون.

## ١٢-٥ المبدأ الإنساني:

تميز العلم الحديث بعملية تطورية كان دور الإنسان فيها كملاحظ يحتل بالتدريج المزيد والمزيد من الموقع المركزي. كما رأينا في الفصل ١، تمت إزاحة الإنسان عن موقعه (المركزي، لكن الخاضع للعقيدة الدينية) في فلسفة القرون الوسطى الأرسطوطاليسية –المسيحية بنموذج كوبرنيكوس عن الكون، بل وأكثر من ذلك، بميكانيكا نيوتن، حيث القوانين الأساسية للحركة مستقلة عن الملاحظ والتأثير اللاهوتي. وساهمت نظرية الكهرومغنطيسية التقليدية، وعلم البصريات، والديناميكا الحرارية، بالمزيد في اتجاه التفكير هذا.

ورغم ذلك، بدأت نظرية النسبية الخاصة بوضع الراصد في موقع استثنائي بسبب مفاهيم جديدة مثل نسبية التواقت، والوقت الصحيح ومفاهيم أخرى. وساهمت ميكانكا الكم على أثر ذلك بدور بارز في الراصد، وبدأت من مفهوم دالة الموجة ودور الراصد في مفهوم قياس وانهيار دالة الموجة. وحتى ذلك مضى إلى ما هو أبعد، بالتوسع في مفهوم الواقع بتصور عمليات أفتراضية أو غير قابلة للرصد بكونها جزء من الواقع، وقادرة على أن تؤدي إلى تأثيرات فيزيائية قابلة للرصد.

ابتكر الإنسان العلم بغرض الحصول على وصف ومعرفة منطقية ومنهاجية عن الواقع الموضوعي، لكن حيث أنه جزء من هذا العالم الموضوعي، لا يمكنه تجنب

تطبيق هذا الوصف على نفسه. من جانب آخر، هذا الوصف مشروط بحقيقة أن العمليات الفزيائية، والكيميائية والخاصة بأنظمة التحكم التي تحدد وظائف مخه الخاص لا تفلت من القوانين والمبادئ التي يحاول تعيين هويتها حول العالم الخارجي. يمكنه رصد الكون لأنه موجود، وهذا الوجود المقيد باعتباره نظامًا ديناميكيًا حراريًا، قائم على كيمياء الكربون والمواد الأخرى الأساسية للحياة، أمر ممكن لأن الكون من القدم الكافي بحيث يسمح بعملية طويلة للتطور النجمي، تصل إلى ١٠^١٠ سنة.

ونتيجة لعمره، يعتبر الكون كبير أيضًا بما يكفي بسبب التمدد الذي أدى إلى ظهور تشكيل آلاف الملايين من المجرات، كل منها يحتوي على آلاف الملايين من النجوم التي حدث داخلها احتراق نووي، وبه تم تركيب عناصر أثقل من الهيدروجين. بهذه الطريقة، استطاع التطور إنجاز تشكيل الكواكب وظهور شروط استثنائية لقدوم الحياة على بعض منها، كما هو على كوكبنا، ولكن ربما على ملايين من الكواكب الأخرى أيضًا.

ولقد تساءل الكثير من المفكرين حول ما إذا كان من الممكن إدراك كون بدون حياة إلى الأبد. هل هناك معنى لإدراك كون بدون شخص ما قادر على الحديث عن وجوده؟ واقترح العديد من علماء الفيزياء — وكان الرواد جيرالد ج. ويترو، وبراندون كارتر، وجون أ. ويلير إجابة: المبدأ الإنساني anthropic principle. وفي شكله الضعيف، يمكن تحديده كما اقترح جون د. بارو وفرانك ج. تيبلر:

القيم المرصودة لكل الكميات الفيزيائية والكونية ليست ممكنة بشكل متساوي، لكنها تأخذ قيمًا مقيدة بضرورة أولى، هي أن الأماكن موجودة حيث يمكن للحياة القائمة على الكربون أن تتطور، والضرورة الثانية، أن يكون الكون قديم بما يكفي بحيث يكون قد حدث بالفعل.

وفي شكله القوى، يصبح التحديد:

يجب أن يكـون للكون خـواص تسمـح للحيـاة بأن تتطـور في مرحلة مـا من تاريخه.

وأحد تطبيقات المبدأ الإنساني القوي هو أن الثوابت الفيزيائية وقوانين الطبيعة يجب أن تكون بحيث يمكن للحياة أن توجد. وهذا يؤدي إلى ظهور تفسيرات مختلفة.

من الواضح أن المبدأ الإنساني فرضية نظرية في إطار الفيزياء، وبمعنى ما، تزعم أنها تجيب بطريقة إيجابية على أسئلة مثل: هل الحياة ظاهرة كونية؟ بعبارة أخرى، هل ظهور الحياة، وبشكل خاص، الكائنات الذكية، هو تجليات للكون والقوانين الحتمية، مثل تلك التي تحكم الظواهر الأخرى، أي قوانين الفيزياء؟ يمكن أن تشجع هذه الأفكار مواقف مختلفة، إحداها هو البحث عن تجليات أخرى للحياة في كوننا، وخاصة، البحث عن حياة ذكية خارج كوكب الأرض.

## ١٢-٦ البحث عن حياة خارج الأرض:

في ما يخص البحث عن حياة ذكية، تم إنجاز عدة مشروعات خلال عقود كثيرة، مثل مشروع SETI (البحث عن ذكاء خارج الأرض). وهدفه محاولة كشف حياة ذكية خارج الأرض، كمقابل للنظر إليها من الفضاء الخارجي. ولقد تم إنجاز محاولات متعددة وتجب الإشارة إلى أسماء مثل بول هوروويتز Paul Horowitz (مولود في ١٩٤٢)، وكارل ساجان Carl Sagan (١٩٣٤-١٩٩٦)، وفرانك دريك Frank Drake (مولود في ١٩٣٠)، من بين آخرين، كرواد لأبحاث اكتشاف إشارة. ورغم ذلك، بعد عدة سنوات، لم ينجح هذا البحث في إنتاج أية نتيجة إيجابية.

في ١٩٥٠، اقترح إنريكو فيرمي أنه، لو كانت الحضارات المتقدمة تقنيًا شائعة في الكون، عندئذ لا بد أن تكون قابلة للاكتشاف بطريقة أو بأخرى. ورغم ذلك، قد يكون الأمر أن افتراضاتنا خطأ، حيث نفترض أن التطور التقني مساو لتقدمنا الخاص. هل يمكن أن نتأكد من أنه ليس هناك تقنيات اتصال أكثر تقدما، أي غير قائمة على الإشارات الكهرومغنطيسية؟ هي يمكن أن نتأكد من أن وسائل نقل لا يمكن تخيلها بأنفسنا لن توجد في المستقبل؟

لقد تم ارتكاب خطأ نموذجي عندما فكرنا في الكائنات خارج الأرض باعتبار أنها أصغر منا، لكنها أكثر تقدمًا ببضع مئات من السنوات فقط. في هذه الحالة، يمكننا ببساطة ملاحظة أنه، حتى المفكرون الأكثر خيالاً في العصور الوسطى كانوا عاجزين عن تخمين التقدم الذي أنجزناه بتقنيات الاتصالات والسفر في وقتنا الحالي. وإنه لأمر مهم جدًا أيضًا أننا بعيدون عنهم في اللغة والمفاهيم العلمية. يجب أن نستوفي هذه الأفكار للمستقبل: بالتأكيد نحن عاجزون عن تخمين الاحتمالات التقنية والتطورات العلمية لحضارة تسبقنا بمئات الآلاف أو بملايين السنوات.

ولقد اقترح ميتشيو كاكو السفر عبر الثقوب الدودية. لو أننا طوينا صفحة ورق وثقبنا ثقبًا فيها، ندرك أن الثقب الدودي أقصر مسافة بين نقطتين، أكثر من الخط المستقيم الذي يربطهما على سطح غير مطوي. وتبعًا لكاكو أن حضارة ما لو استطاعت أن تحصل على طاقة النجوم ربما تستخدم أقصر المسافات هذه خلال الزمكان، لإنشاء جسر عبر مسافات هائلة من الفضاء للوصول إلى الأرض. ويعتقد كاكو أن فقط الحضارات الأكثر تقدمًا منا بملايين السنوات، والقادرة على استخدام الثقوب الدودية كأقصر مسافات، يمكنها الوصول إلى الأرض وزيارتنا، آتية من مناطق في المكان والزمان نائية إلى حد لا يمكن تصديقه.

وهنا يتم طرح السؤال الرئيسي: إلى أي حد الاتصال ممكن، تبعًا لمعاييرنا الحالية، بين مجتمعات منفصلة عنا بمثل هذه الفواصل الزمنية الهائلة، والفجوات التقنية، لو كانت تسبقنا كما هو وضعنا، مثلاً، بالنسبة للقرد الجنوبي Australopithecus أو الإنسان المنتصب القامة Homo erectus في الماضي؟

## ما كُتب في الموضوع


1. E. Schrödinger, *What is Life?* (Cambridge University Press, Cambridge, 1944). An excellent study of the thermodynamics and statistical physics of biological systems. Several topics dealt with here remain valid today
2. N. Wiener, *Cybernetics or Control and Communication in the Animal and the Machine* (MIT Press, 1948). This was a pioneering book on cybernetics, by one of the creators of the field
3. G. Nicholis, I. Prigogine, *Self Organization in Non-Equilibrium Systems* (Wiley, New York, 1977). The thermodynamics of open systems, like biological systems, is very clearly discussed in this book
4. G. Gamow, W. Brittin, *Negative Entropy and Photosynthesis*, Proc. Nat. Acad. Sci. 47, 724 (1961). This paper supplies a quantitative argument regarding the role of low entropy sunlight as the mechanism driving the development of biological order
5. R.P. Feynman, *The Feynman Lectures on Physics. The Definitive Edition*, vol. I. (Pearson-Addison Wesley, Reading, Massachusetts, 2006). One of the first references in a physics book to the homochirality problem was made in the first edition of this book, in 1965
6. J. Chela-Flores, *Terrestrial Microbes as Candidates for Survival on Mars and Europa*, "Journey to Diverse Microbial Worlds: Adaptation to Exotic Environments" (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2000). Contains a very interesting discussion on the topic of exobiology
7. J.D. Barrow, F.J. Tipler, *The Anthropic Cosmological Principle* (Clarendon, Oxford, 1986). In this book a deep and exhaustive analysis is made of the physical and biological basis for the anthropic principle
8. M. Gell-Mann, *The Quark and the Jaguar: Adventures in the Simple and the Complex* (W. Freeman and Co., New York, 1995). A stimulating and uncommon book, dealing with diverse topics, from elementary particle physics to complex adaptive systems
9. D. Abbot, P.A.W. Davies, A.K. Pati (eds.), *Quantum Aspects of Life* (Imperial College Press, London, 2008). This book, with a foreword by Roger Penrose, presents the hotly debated question of whether quantum mechanics plays a non-trivial role in biology

# قائمة مصطلحات

أدياباتي **adiabatic**: كاظم الحرارة: متعلق بعملية دينامية حرارية تحدث دون اكتساب أو فقدان حرارة.

شكل متآصل **allotrope**: أحد شكلين أو أكثر لعنصر كيميائي ما.

الأوج **aphelion**: نقطة في المدار الخاص بجسم سماوي تكون أبعد ما يكون عن الشمس.

عدد أفوجادرو **avogadro's number**: عدد الجزيئات في جزيء جرامي من المادة = ٦. x ١٠٠ ٢٣.

متسلسلة بالمر **balmer series**: خطوط في الطيف المنظور للهيدروجين.

الجبر البولي **Boolean algebra**: معادلة جبرية ذات عاملين يدلان عادة على الصفر والواحد، وتستخدم العمليات AND وOR وNOT فيها كنوع من الرمز المنطقي في الدوائر المنطقية في علم الحاسب.

إشعاع التبطئة **bremsstrahlung**: تصدره الإلكترونات الفائقة السرعة عند تغير سرعتها أو اتجاهها.

الغرفة الغيمية **cloud chamber**: جهاز لتتبع مسار الجسيمات الذرية يشتمل على غاز أو هواء شديد النقاء مشبع ببخار الماء.

منسجم الترابط **coherent**: في وصف الموجات ذات فرق الطور الثابت.

موافق التغير **covariant**: في وصف الإحداثيات الذيكارتية المائلة باستخدام قياسات تؤخذ من الأصل إلى قاعدة العمودين من النقطة على المحورين.

مغاير المغنطيسية **diamagnetic**: يتمغنط في اتجاه يعاكس المجال الممغنط.

الدايا مغنطيسية **diamagnetism**: خاص بمادة تم إضعافها بواسطة مغنطيس.

دايود **diode**: أداة إلكترونية تحصر مرور التيار في اتجاه واحد.

نظرية الكهروضعيف **electroweak theory**: تقول بأن الكهرومغنطيسية والقوة الضعيفة النووية (التي تسبب انحلال جسيمات بيتا) هما بضعان من القوة نفسها - القوة الكهروضعيفة - وتبدوان مختلفتين إلا في الطاقات الأعلى.

الأنتروبيا **entropy**: مقياس للطاقة غير المتاحة في نظام ديناميكي حراري.

حديدي المغنطيسية **ferromagnetic**: ذو إنفاذية مغنطيسية عالية.

مولد **generator**: مولد الزمرة الدورية هو العنصر الذي تؤلف قواه جميع عناصر الزمرة.

جلوون **gluon**: الجسيم الحامل للشحنة النووية القوية التي تجمع الكواركات في هدرونات.

جرافيتون **graviton**: جسيم افتراضي ذو شحنة وكتلة سكون تساويان صفر، يُعتقد أنه كم حقل الجاذبية.

النسبة الجيروسكوبية **gyromagnetic**: النسبة بين العزم المغنطيسي لجسيم مشحون دوار وبين كمية تحركه الزاوية.

ظاهرة هول **Hall effect**: ظهور فرق في الجهد الكهربائي بين جانبي موصل (أو شبه موصل بدرجة أعلى) يحمل تيارًا عند وضعه عموديًا في مجال مغنطيسي.

هدرون **hadron**: جسيم أولي يتأثر بالقوة النووية الشديدة.

الهاملتونية **Hamiltonian**: مجموعة الطاقتين الكامنة والحركية في المنظومة (في الميكانيكا النيوتونية).

هايبرون **hyperon**: جسيم أولي أعظم كتلة من البروتون أو النيوترون.

تخلف **hysteresis**: تأخر حدوث المغنطة عن المجال الممغنط بتأثير الوضع السابق للمادة.

كيون **kaon**: ميزون –ك، ka اسم الحرف k + يون آخر كلمة ميزون on (mes).

الكينماتيكا **kinematics**: علم الحركة المجردة: فرع من الديناميكا يعني بالحركة بصرف النظر عن اعتبارات الكتلة والقوة.

متسلسلة ليمان **lyman series**: خطوط طيفية تقع في المدى فوق البنفسجي لطيف الهيدروجين.

مغنيطون **magneton**: وحدة العزم المغنطيسي.

مغنيطرون **magnetron**: صمام مفرغ يكون تدفق الإلكترونات فيه خاضعًا لتأثير مجال مغنطيسي خارجي.

نوكليون **nucleon**: أي من الجسيمات الأساسية في النواة (بروتون أو نيوترون).

النيوترين **neutrino**: جسيم غير مشحون، ذو كتلة صغيرة جدًا، ينبعث من نواة الذرة.

النيوترون **neutron**: جسيم غير مشحون يؤلف هو والبروتون جزءا من النواة في الذرة.

مداري **orbital**: دالة تحدد احتمالية وجود إلكترون حول الذرة في موقع معين.

بارامغنطيسي **paramagnetic**: يتمغنط في اتجاه المجال الممغنط ويفقد مغنطيسيته بزواله.

**القابلية للتمغنط paramagnetism**: مرتبط ب أو أن يكون مادة يكون فيها المجال المغنطيسي المستحث موازيًا ومتناسبًا للحقل المغنطيسي ولكنه أضعف من المجال المغنطيسي في المواد عالية الإنفاذية المغنطيسية.

**متسلسلة باشن paschen series**: متسلسلة في طيف الانبعاث الخطي للهيدروجين في منطقة الأشعة تحت الحمراء.

**الحضيض الشمسي perihelion**: النقطة الأقرب للشمس في مدار كوكب أو جسم سماوي آخر.

**فونون phonon**: كم في النهج الصوتي للارتجاجات الحرارية في شبكة من الشبكات البلورية.

**البوزترون positron**: جسيم موجب تعادل كتلته كتلة الإلكترون.

**مبادرة الأعتدالين precession of the equinoxes**: تغيير أو تحول بطيء باتجاه الغرب في الاعتدال الربيعي أو الخريفي ينتج من دوران محور الأرض والتسبب بحدوث الاعتدالين قبل الموعد في كل سنة نجمية أي البسنة المقيسة بالنسبة للنجوم الثابتة.

**البلسار pulsar**: نجم يرسل نبضات ضوئية قوية.

**إعادة التطبيع renormalization**: في نظريات مجال الكم كثيرًا ما تنشأ مقادير لا متناهية تثير المشاكل، كما مثلاً في ديناميكا اللون الكمية. وإعادة التطبيع إجراء رياضي للتخلص من هذه المقادير.

**المضروب العددي scalar product**: حصل الضرب اللامتجه لمتجهين (يساوي مضروب طوليهما في جيب تمام الزاوية بينهما).

**الانحراف القياسي standard deviation**: مقدار التشتت لعدد من القيم حول المتوسط العددي ويعادل الجذر التربيعي لمتوسط مربعات الانحرافات عن المتوسط العددي للكل في توزيع.

سوبرنوفا (متجدد أعظم) **supernova**: نجم ينفجر فيزيد سطوعه ملايين المرات على مدى أسابيع أو أشهر.

إشعاع سنكروتروني **synchrotron radiation**: إشعاع كهرومغنطيسي ينشأ عن تسريع الإلكترونات في مجال مغنطيسي.

كمية ممتدة **tensor**: تعميم متجه إلى صفيف مركبات في بعدين فضائيين أو أكثر.

تحول عنصري **transmutation**: تحول العنصر الكيميائي إلى عنصر آخر بالتغير الإشعاعي أو بالقصف بالجسيمات دون الذرية.

مبدأ عدم اليقين **uncertainity principle**: مبدأ يقول بأنه من المستحيل أن نتبيّن، في وقت واحد وبدقة متناهية، موقع الجزيء (كالإلكترون مثلاً) وكمية تحركه.

متجه **vector**: كمية ذات مقدار واتجاه، ويمكن تمثيلها بقطعة خط موجهة.

مضروب كميتين موجهتين **vector product**: كمية موجهة يساوي طولها حاصل ضرب طولي كميتين موجهتين وجيب الزاوية التي يشكلانها.

شغل **work**: تحول الطاقة من نظام فيزيائي إلى آخر خاصة تحول الطاقة لجسم عن طريق تطبيق القوة التي تحرك الجسم باتجاهها.

## المؤلفون في سطور:

- **ماسود شيشيان**

– جامعة هلسنكي قسم الفيزياء هلسنكي فنلندا

- **هيجو بيريز روجاس**

ICIMAF قسم الفيزياء النظرية لا هابانا كوبا

- **أنكا تورينو:** قسم الفيزياء– جامعة هلسنكي– هلسنكي– فنلندا

**المترجم في سطور:**

**عزت عامــر**

- شاعر نُشر له ديوانان "مدخل إلى الحدائق الطاغورية" و"قوة الحقائق البسيطة". وأيضا له مجموعة قصصية بعنوان "الجانب الآخر من النهر"، وكتاب فكري "شاهد ومشهود"، وتحت الطبع ديوان "روح الروح".
- حاصل على بكالوريوس هندسة طيران- جامعة القاهرة ١٩٦٩.
- مدير مكتب مجلة "العربي" الكويتية في القاهرة.
- محرر علمي ومترجم عن الإنجليزية والفرنسية، ينشر في العديد من المجلات والصحف العربية.
- عمل محررًا لصفحة العلم والتكنولوجيا في صحيفة "العالم اليوم" المصرية، ومسؤولاً عن صفحة يومية وصفحة طبية أسبوعية في صحيفة "الاقتصادية" السعودية.
- طُبع له في المجلس الأعلى للثقافة في مصر ترجمات عن الإنجليزية لكتب: "حكايات من السهول الإفريقية" لآن جاتي، و"بلايين وبلايين" لكارل ساجان"، و"يا له من سباق محموم" لفرانسيس كريك، الذي أُعيد نشره في مهرجان القراءة للجميع ٢٠٠٤، و"الانفجار العظيم" لجيمس ليدسي، و"سجون الضوء..الثقوب السوداء" لكيتي فرجاسون، و"غبار النجوم" لجون جريبين، و"الشفرة الوراثية وكتاب التحولات" لجونسون يان. ونُشر له في المركز القومي للترجمة: ترجمة "ما بعد الواقع الافتراضي" لفيليب ريجو عن الفرنسية، و"قصص الحيوانات" لدينيس بيير مترجم عن الإنجليزية، و"أينشتاين ضد الصدفة" لفرانسوا دو كلوسيت عن الفرنسية، الذي نشر

في مكتبة الأسرة ٢٠١١، وترجمة "حكايات شعبية إفريقية" لروجر د. أبراهامز، و"أغنية البحر" لآن سبنسر، و"كون متميز" لروبرت لافلين، و"التوق للتناغمات" لفرانك ويلزيك وبيتسي ديفين، و"الخيال العلمي والفلسفة" لسوزان شنايدر، و"التطور والأسئلة الكبرى" لدافيد ستاموس.

- شارك في ترجمة ومراجعة مجلدي جامعة كل المعارف "الكون" و"الحياة" عن الفرنسية، طبع ونشر في المجلس الأعلى للثقافة - مصر.

- نُشر له من داري "كلمة" و"كلمات" ترجمة "عصر الآلات الروحية لراي كيرزويل.

- نُشر له في دار إلياس ترجمة لـ "من الحمض النووي إلى القمح المعدل وراثيًا" لجون فاندون، و"من قنفذ البحر إلى النعجة دوللي" لسالي مورجان، وضمن الجـزء الأول لـ "النظريات العلمية ومكتشفوهـا" كتابي "كبلر وقـوانين الحركة الكوكبيـة" و"نيوتن وقوانين الحركة الثلاثة".

- نُشر له ستة كتيبات للأطفال تحت عنوان "العلم في حياتنا" في المركز القومي لثقافة الطفل - مصر، وينشر قصص مصورة ومواد علمية للأطفال في مجلة "العربي الصغير" الكويتية، ومواد علمية في مجلـة "العربي" الكويتية وملحقها العلمي.

التصحيح اللغوى: إسماعيل عبد العليم

الإشـــراف الفنى: حسن كامل

مفاهيم أساسية في الفيزياء: من الكون حتى الكواركات حصيلة خبرة المؤلفين الطويلة والمتنوعة في التدريس في بلدان مختلفة ولمستمعين مختلفين، ويمثل مقدمة سهلة المنال عن الأفكار الأساسية للفيزياء الحديثة. والمقاربة الجديدة للكتاب باستخدام الجمع بين وجهات النظر التاريخية والفكرية، تجعل قراءته تكملة نموذجية للمعارف. الفصول الخمس الأولى مكرسة للفيزياء التقليدية من الحركة الكوكبية حتى النسبية الخاصة، مع المراعاة الدائمة لأن تكون مناسبة للتساؤلات ذات الاهتمام المعاصر. والفصول الست التالية تتعامل بشكل أساسي مع التطورات الجديدة في الفيزياء، من نظرية الكم والنسبية العامة حتى نظريات التوحيد الكبرى، ويُختتم الكتاب بمناقشة دور الفيزياء في نظم الحياة. يحتاج القارئ إلى خلفية في الرياضيات، لكنه تم تجنب الأمور التقنية بقدر الإمكان، لذلك تم حذف الحسابات المعقدة طالما ظلت الأفكار الأساسية واضحة. والكتاب موجه لطلاب الجامعات والخريجين في الفيزياء وسوف يقدره أيضاً علماء الفيزياء. ويدخل الكتاب أيضاً في اهتمامات الطلاب، والباحثون والمدرسون في علوم الطبيعة الأخرى، وأيضاً بالنسبة للمهندسين، ومدرسي المدارس الثانوية وعموماً للقراء المحبين للاطلاع، ليعرفوا ما تدور حوله الفيزياء وكيفية وصفها للظواهر المختلفة في الطبيعة. ليس فقط أن قراء هذا الكتاب سيعرفون الكثير عن الفيزياء، لكنهم سيتعلمونه أيضاً كيف يحبونها.

تصميم الغلاف: عبد الحكيم صالح